CENGAGE Learning

SERWAY · JEWETT

FÍSICA

para ciencias e ingeniería

Volumen 1

Séptima edición

Contenido breve

John W. Jewett, Jr.

Cortesía de NASA

Acercamiento a los engranes de un reloj mecánico. Durante siglos el hombre ha construido complicadas máquinas con la finalidad de hacer una medición precisa del tiempo. El tiempo es una de las cantidades básicas que se usan al estudiar el movimiento de los objetos. (© Photographer's Choice/Getty Images)

1 Física y medición

Como todas las otras ciencias, la física se sustenta en observaciones experimentales y mediciones cuantitativas. Los objetivos principales de la física son identificar un número limitado de leyes fundamentales que rigen los fenómenos naturales y usarlas para desarrollar teorías capaces de anticipar los resultados experimentales. Las leyes fundamentales que se usan para elaborar teorías se expresan en el lenguaje de las matemáticas, la herramienta que proporciona un puente entre teoría y experimento.

Cuando hay discrepancia entre el pronóstico de una teoría y un resultado experimental, es necesario formular teorías nuevas o modificadas para resolver la discrepancia. Muchas veces una teoría es satisfactoria sólo bajo condiciones limitadas; a veces una teoría general es satisfactoria sin ciertas limitaciones. Por ejemplo, las leyes del movimiento descubiertas por Isaac Newton (1642–1727) describen con precisión el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces normales pero no se aplica a objetos que se mueven con rapideces comparables con la velocidad de la luz. En contraste, la teoría especial de la relatividad, desarrollada más tarde por Albert Einstein (1879–1955), da los mismos resultados que las leyes de Newton a bajas rapideces pero también hace una descripción correcta del movimiento de los objetos con rapideces que se aproximan a la rapidez de la luz. Por lo tanto, la teoría especial de la relatividad de Einstein es una teoría de movimiento más general que la formada por las leyes de Newton.

La *física clásica* incluye los principios de la mecánica clásica, la termodinámica, la óptica y el electromagnetismo desarrollados antes de 1900. Newton realizó importantes contribuciones a la física clásica y también fue uno de los creadores del cálculo como herramienta matemática. Durante el siglo XVIII continuaron los grandes adelantos en la mecánica, pero los campos de la termodinámica y el electromagnetismo no se desplegaron hasta la parte final del siglo XIX, principalmente porque antes de esa época los aparatos para experimentos controlados en estas disciplinas eran o muy burdos o no estaban a disposición.

Una gran revolución en la física, conocida como *física moderna*, comenzó hacia el final del siglo XIX. La física moderna nació primordialmente porque la física clásica no era capaz de explicar muchos fenómenos físicos. En esta era moderna hubo dos hitos, las teorías de la relatividad y de la mecánica cuántica. La teoría especial de la relatividad de Einstein no sólo describe en forma correcta el movimiento de los objetos que se mueven con rapideces comparables con la rapidez de la luz; también modifica por completo los conceptos tradicionales de espacio, tiempo y energía. Además, la teoría muestra que la rapidez de la luz es el límite superior de la rapidez de un objeto y que la masa y la energía están relacionadas. La mecánica cuántica la formularon algunos científicos distinguidos para proporcionar descripciones de los fenómenos físicos a nivel atómico. Con los principios de la mecánica cuántica se han construido muchos dispositivos prácticos.

Los científicos hacen un trabajo constante por el mejoramiento en la comprensión de las leyes fundamentales. En tiempos recientes numerosos avances tecnológicos han resultado de los esfuerzos de muchos científicos, ingenieros y técnicos, tales como exploraciones planetarias no tripuladas y alunizajes tripulados, los microcircuitos y las computadoras de alta velocidad, las complejas técnicas de visualización que se usan en la investigación científica y la medicina, y muchos resultados notables en ingeniería genética. Los impactos de dichos desarrollos y descubrimientos en la sociedad han sido colosales, y es muy probable que los futuros descubrimientos y desarrollos serán excitantes, desafiantes y de gran beneficio para la humanidad.

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

Para describir los fenómenos naturales, es necesario hacer mediciones de varios aspectos de la naturaleza. Cada medición se asocia con una cantidad física, tal como la longitud de un objeto.

Si tuviese que reportar los resultados de una medición a alguien que desea reproducir esa medición, tendría que definir un *estándar*. Sería absurdo que un visitante de otro planeta le hablara de una longitud de 8 "glitches", si no conoce el significado de la unidad glitch. Por otra parte, si alguien familiarizado con el sistema de medición reporta que una pared tiene 2 metros de alto y la unidad de longitud se define como 1 metro, se sabe que la altura de la pared es el doble de la unidad de longitud básica. Cualquier unidad que se elija como estándar debe ser accesible y poseer alguna propiedad que se pueda medir confiablemente. Los estándares de medición que diferentes personas de lugares distintos aplican en el Universo, deben producir el mismo resultado. Además, los estándares que se usan para mediciones no deben cambiar con el tiempo.

En 1960 un comité internacional estableció un conjunto de estándares para las cantidades fundamentales de la ciencia. Se llama **SI** (Sistema Internacional) y sus unidades fundamentales de longitud, masa y tiempo son *metro*, *kilogramo* y *segundo*, respectivamente. Otros estándares para las unidades fundamentales SI establecidas por el comité son las de temperatura (el *kelvin*), corriente eléctrica (el *ampere*), la intensidad luminosa (la *candela*) y la cantidad de sustancia (el *mol*).

Las leyes de la física se expresan como relaciones matemáticas entre cantidades físicas que se presentarán y discutirán en todas las partes del libro. En mecánica, las tres cantidades fundamentales son longitud, masa y tiempo. Todas las cantidades en mecánica se expresan en términos de estas tres.

Longitud

La distancia entre dos puntos en el espacio se identifica como **longitud**. En 1120 el rey de Inglaterra decretó que el estándar de longitud en su país se llamaría *yarda* y sería precisamente igual a la distancia desde la punta de su nariz hasta el final de su brazo extendido. De igual modo, el estándar original para el pie adoptado por los franceses era la longitud del pie real del rey Luis XIV. Ninguno de dichos estándares es constante en el tiempo; cuando un nuevo rey subía al trono, ¡cambiaban las longitudes! El estándar francés prevaleció hasta 1799, cuando el estándar legal de longitud en Francia se volvió el **metro** (m), definido como una diezmillonésima de la distancia del ecuador al Polo Norte a lo largo de una línea longitudinal particular que pasa por París. Observe que este valor es un estándar razonado en la Tierra, que no satisface el requerimiento de que se puede usar a través del Universo.

Tan recientemente como 1960, la longitud del metro se definió como la distancia entre dos líneas en una específica barra de platino–iridio que se almacena bajo condiciones controladas en Francia. Sin embargo, los requerimientos actuales de la ciencia y la tecnología necesitan más precisión que la dada por la separación entre las líneas en la barra. En las décadas de los sesenta y setenta del milenio pasado, el metro se definió como 1 650 763.73 longitudes de onda[1] de la luz naranja–rojo emitida de una lámpara de criptón 86. No obstante, en octubre de 1983, el metro se redefinió como **la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un tiempo de 1/299 792 458 segundos**. En efecto, esta última definición establece que la rapidez de la luz en el vacío es precisamente 299 792 458 metros por segundo. Esta definición del metro es válida a través del Universo respecto a la suposición de que la luz es la misma en todas partes.

La tabla 1.1 menciona valores aproximados de algunas longitudes observadas. Debe estudiar esta tabla, así como las siguientes dos tablas y comenzar a desarrollar una intuición de lo que significa, por ejemplo, una longitud de 20 centímetros, una masa de 100 kilogramos o un intervalo de tiempo de 3.2×10^7 segundos.

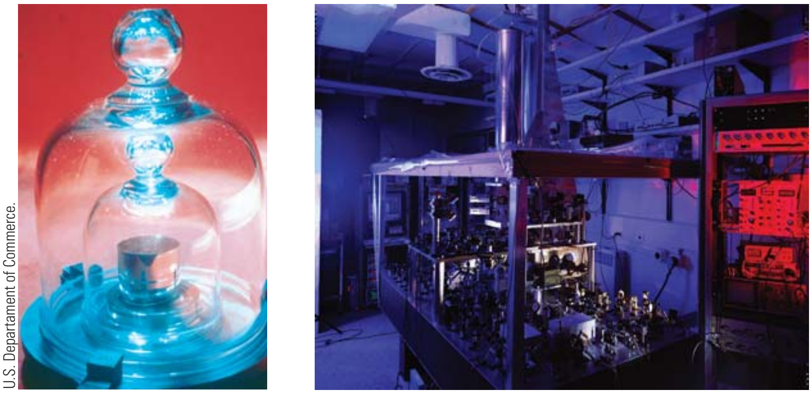
PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.1
Valores razonables

Es importante desarrollar la intuición acerca de valores típicos de cantidades cuando se resuelven problemas, porque debe pensar acerca de su resultado final y determinar si parece razonable. Si calcula la masa de una mosca y llega a un valor de 100 kg, esta respuesta es *irracional* y hay un error en alguna parte.

TABLA 1.1
Valores aproximados de algunas longitudes medidas

	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quasar conocido más remoto	1.4×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas	9×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia grande más cercana (Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia del Sol a la estrella más cercana (Proxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9.46×10^{15}
Radio orbital medio de la Tierra en torno al Sol	1.50×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	3.84×10^{8}
Distancia del ecuador al Polo Norte	1.00×10^{7}
Radio medio de la Tierra	6.37×10^{6}
Altitud típica (sobre la superficie) de un satélite que orbita la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de futbol	9.1×10^{1}
Longitud de una mosca	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	$\sim 10^{-4}$
Tamaño de las células de la mayoría de los organismos vivientes	$\sim 10^{-5}$
Diámetro de un átomo de hidrógeno	$\sim 10^{-10}$
Diámetro de un núcleo atómico	$\sim 10^{-14}$
Diámetro de un protón	$\sim 10^{-15}$

[1] Se usará la notación internacional estándar para números con más de tres dígitos, en éstos los grupos de tres dígitos se separan por espacios en lugar de comas. Por lo tanto, 10 000 es lo mismo que la notación estadounidense común de 10,000. De igual modo, $\pi = 3.14159265$ se escribe como 3.141 592 65.



a) b)

Cortesía del National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce.

Figura 1.1 a) El Kilogramo Estándar Nacional núm. 20, una copia exacta del Kilogramo Estándar Internacional que se conserva en Sèvres, Francia, se alberga bajo una doble campana en una bóveda en el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST). b) El estándar de tiempo primario en Estados Unidos es un reloj atómico con fuente de cesio desarrollado en los laboratorios del NIST en Boulder, Colorado. El reloj nunca ganará ni perderá un segundo en 20 millones de años.

Masa

La unidad fundamental del SI de **masa**, el **kilogramo** (kg), es definido como **la masa de un cilindro de aleación platino–iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia**. Esta masa estándar fue establecida en 1887 y no ha cambiado desde esa época porque el platino–iridio es una aleación inusualmente estable. Un duplicado del cilindro de Sèvres se conserva en el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST, por sus siglas en inglés), en Gaithersburg, Maryland (figura 1.1a). La tabla 1.2 menciona valores aproximados de las masas de varios objetos.

Tiempo

Antes de 1960 el estándar de **tiempo** fue definido en términos del *día solar medio* hacia el año 1900. (Un día solar es el intervalo de tiempo entre apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad fundamental de un **segundo** (s) fue definida como $(\frac{1}{60})(\frac{1}{60})(\frac{1}{24})$ de un día solar medio. Ahora se sabe que la rotación de la Tierra varía ligeramente con el tiempo. Debido a eso, este movimiento no proporciona un tiempo estándar que sea constante.

En 1967 el segundo fue redefinido para sacar ventaja de la enorme precisión que se logra con un dispositivo conocido como *reloj atómico* (figura 1.1b), que mide vibraciones de átomos de cesio. Ahora un segundo se define como **9 192 631 770 veces el periodo de vibración de la radiación del átomo de cesio 133.**[2] En la tabla 1.3 se presentan valores aproximados de intervalos de tiempo.

TABLA 1.2

Masas aproximadas de varios objetos

	Masa (kg)
Universo observable	$\sim 10^{52}$
Galaxia Vía Láctea	$\sim 10^{42}$
Sol	1.9×10^{30}
Tierra	5.98×10^{24}
Luna	7.36×10^{22}
Tiburón	$\sim 10^{3}$
Humano	$\sim 10^{2}$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacteria	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Átomo de hidrógeno	1.67×10^{-27}
Electrón	9.11×10^{-31}

TABLA 1.3

Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo

	Intervalo de tiempo (s)
Edad del Universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1.3×10^{17}
Edad promedio de un estudiante universitario	6.3×10^{8}
Un año	3.2×10^{7}
Un día	8.6×10^{4}
Un periodo de clase	3.0×10^{3}
Intervalo de tiempo entre latidos normales	8×10^{-1}
Periodo de ondas sonoras audibles	$\sim 10^{-3}$
Periodo de ondas de radio típicas	$\sim 10^{-6}$
Periodo de vibración de un átomo en un sólido	$\sim 10^{-13}$
Periodo de ondas de luz visible	$\sim 10^{-15}$
Duración de una colisión nuclear	$\sim 10^{-22}$
Intervalo de tiempo para que la luz cruce un protón	$\sim 10^{-24}$

[2] El *periodo* se define como el intervalo de tiempo necesario para una vibración completa.

TABLA 1.4

Prefijos para potencias de diez

Potencia	Prefijo	Abreviatura	Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto	y	10^{3}	kilo	k
10^{-21}	zepto	z	10^{6}	mega	M
10^{-18}	atto	a	10^{9}	giga	G
10^{-15}	femto	f	10^{12}	tera	T
10^{-12}	pico	p	10^{15}	peta	P
10^{-9}	nano	n	10^{18}	exa	E
10^{-6}	micro	μ	10^{21}	zetta	Z
10^{-3}	mili	m	10^{24}	yotta	Y
10^{-2}	centi	c			
10^{-1}	deci	d			

Además del SI, otro sistema de unidades, el *sistema usual estadounidense*, todavía se utiliza en Estados Unidos a pesar de la aceptación del SI en el resto del mundo. En este sistema las unidades de longitud, masa y tiempo son pie (ft), slug y segundo, respectivamente. En este libro se usarán las unidades del SI porque tienen aceptación mundial en la ciencia y en la industria. En el estudio de la mecánica clásica se hará un uso limitado de las unidades estadounidenses usuales.

Además de las unidades del SI fundamentales de metro, kilogramo y segundo, también se usan otras unidades, como milímetros y nanosegundos, donde los prefijos *mili* y *nano* denotan multiplicadores de las unidades básicas establecidas en varias potencias de diez. En la tabla 1.4 se citan los prefijos para las diversas potencias de diez y sus prefijos. Por ejemplo, 10^{-3} m es equivalente a 1 milímetro (mm), y 10^{3} m corresponde a 1 kilómetro (km). Del mismo modo, 1 kilogramo (kg) es 10^{3} gramos (g), y 1 megavolt (MV) es 10^{6} volts (V).

Las variables longitud, tiempo y masa son ejemplos de *cantidades fundamentales*. La mayoría de las otras variables son *cantidades deducidas*, aquellas expresadas como una combinación matemática de cantidades fundamentales. Ejemplos comunes son *área* (un producto de dos longitudes) y *rapidez* (una relación de una longitud a un intervalo de tiempo).

Al final del libro aparece una tabla con las letras del alfabeto griego ▶

Otro ejemplo de una cantidad deducida es la **densidad**. La densidad ρ (letra griega ro) de cualquier sustancia se define como su *masa por unidad de volumen*:

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \tag{1.1}$$

En términos de cantidades fundamentales, la densidad es una proporción de una masa a un producto de tres longitudes. Por ejemplo, el aluminio tiene una densidad de 2.70×10^{3} kg/m^{3}, y el hierro tiene una densidad de 7.86×10^{3} kg/m^{3}. Es factible pensar en una diferencia extrema en densidad al imaginar que sostiene un cubo de 10 centímetros (cm) de espuma de estireno en una mano y un cubo de 10 cm de plomo en la otra. Vea la tabla 14.1 del capítulo 14 para densidades de diferentes materiales.

Pregunta rápida 1.1 En un taller mecánico se producen dos levas, una de aluminio y la otra de hierro. Ambas levas tienen la misma masa. ¿Cuál leva es más larga? a) La leva de aluminio es más larga. b) La leva de hierro es más larga. c) Ambas levas tienen el mismo tamaño.

1.2 Materia y construcción de modelos

Si los físicos no pueden interactuar directamente con algunos fenómenos, con frecuencia imaginan un **modelo** para un sistema físico que se relaciona con el fenómeno. Por ejemplo, no existe la capacidad para interactuar con los átomos, porque son demasiado pequeños. Por lo tanto, se construye un modelo mental de un átomo respecto a un sistema de un núcleo y uno o más electrones alrededor del núcleo. Una vez identificados los componentes físicos del modelo, se hacen pronósticos acerca de su comportamiento en función de las interacciones entre los componentes del sistema o la interacción entre el sistema y el ambiente externo al sistema.

Como ejemplo, considere el comportamiento de la *materia*. Un cubo de 1 kg de oro sólido, como el que aparece en la parte superior de la figura 1.2, tiene una longitud de 3.73 cm por lado. ¿Este cubo no es más que oro de pared a pared, sin espacio vacío? Si el cubo se corta por la mitad, las dos piezas todavía conservan su identidad química como oro sólido. ¿Y si las piezas se cortan de nuevo, una y otra vez, de manera indefinida? ¿Las partes más pequeñas siempre serán oro? Tales preguntas se pueden rastrear hasta los antiguos filósofos griegos. Dos de ellos, Leucipo y su discípulo Demócrito, no podían aceptar la idea de que tales cortes continuaran por siempre. Elaboraron un modelo para la materia al especular que el proceso a final de cuentas debe terminar cuando produzca una partícula que ya no se pueda cortar. En griego, *atomos* significa "sin corte". De este término griego proviene la palabra *átomo*.

El modelo griego de la estructura de la materia fue que toda la materia ordinaria consiste de átomos, como se sugiere en la mitad de la figura 1.2. Más allá de esto, ninguna estructura adicional se especificó en el modelo; los átomos eran pequeñas partículas que interactuaban unas con otras, pero la estructura interna del átomo no era parte del modelo.

En 1897, J. J. Thomson identificó al electrón como una partícula cargada que es constituyente del átomo. Esto condujo al primer modelo atómico que contenía estructura interna. Este modelo se discutirá en el capítulo 42.

Después del descubrimiento del núcleo en 1911, se elaboró un modelo atómico en el que cada átomo estaba constituido de electrones que rodean un núcleo central. En la figura 1.2 se muestra un núcleo de oro. Sin embargo, este modelo condujo a una nueva pregunta: ¿el núcleo tiene estructura? Esto es: ¿el núcleo es una sola partícula o una colección de partículas? A partir de 1930 evolucionó un modelo que describía dos entidades básicas en el núcleo: protones y neutrones. El protón porta una carga eléctrica positiva; y un elemento químico se identifica por el número de protones en su núcleo. Esta cantidad se llamó **número atómico** del elemento. Por ejemplo, el núcleo de un átomo de hidrógeno contiene un protón (de modo que el número atómico del hidrógeno es 1), el núcleo de un átomo de helio contiene dos protones (número atómico 2) y el núcleo de un átomo de uranio contiene 92 protones (número atómico 92). Además del número atómico, una segunda cantidad, el **número de masa**, que se define como el número de protones más neutrones en un núcleo, caracteriza a los átomos. El número atómico de un elemento específico nunca varía (es decir, el número de protones no cambia) pero el número de masa sí varía (es decir, el número de neutrones cambia).

Sin embargo, ¿ahí se detiene el proceso de división? Ahora se sabe que protones, neutrones y un cúmulo de otras partículas exóticas están compuestas de seis diferentes variedades de partículas llamadas **quarks**, a las que se les ha dado los nombres de *arriba, abajo, extraño, encanto, fondo* y *cima*. Los quarks arriba, encanto y cima tienen cargas eléctricas de $+\frac{2}{3}$ del protón, mientras que los quarks abajo, extraño y fondo tienen cargas eléctricas de $-\frac{1}{3}$ del protón. El protón consiste de dos quarks arriba y un quark abajo, como se muestra en la parte inferior de la figura 1.2 y etiquetados u y d. Esta estructura predice la carga correcta para el protón. Del mismo modo, el neutrón consiste de dos quarks abajo y un quark arriba, lo que da una carga neta de cero.

Conforme estudie física, debe desarrollar un proceso de construcción de modelos. En este estudio se le retará con muchos problemas matemáticos. Una de las más importantes técnicas para la resolución de problemas es construir un modelo para el problema: identifique un sistema de componentes físicos para el problema y haga predicciones del comportamiento del sistema con base en las interacciones entre sus componentes o la interacción entre el sistema y su ambiente circundante.

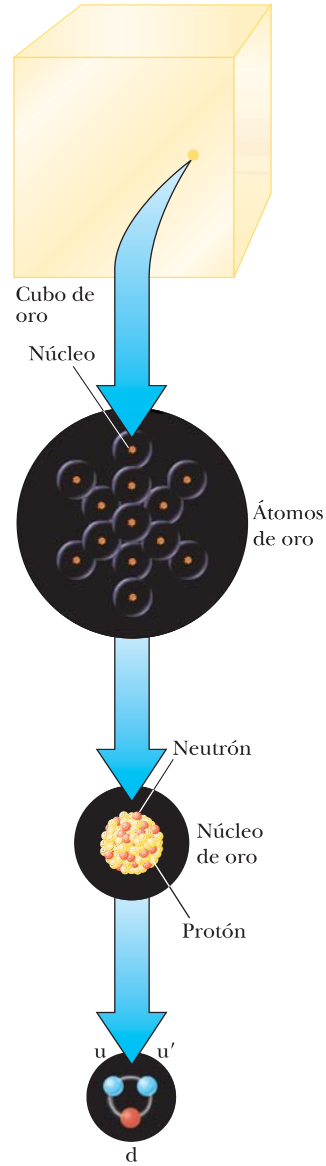


Figura 1.2 Niveles de organización en la materia. La materia ordinaria consiste de átomos y en el centro de cada átomo hay un núcleo compacto que consiste de protones y neutrones. Los protones y los neutrones están compuestos de quarks. Se muestra la composición de un quark de un protón.

1.3 Análisis dimensional

La palabra *dimensión* tiene un significado especial en física. Denota la naturaleza física de una cantidad. Ya sea que una distancia se mida en unidades de pies, metros o brazas, todavía es una distancia; se dice que su dimensión es la *longitud*.

TABLA 1.5

Dimensiones y unidades de cuatro cantidades deducidas

Cantidad	Área	Volumen	Rapidez	Aceleración
Dimensiones	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Unidades del SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
Sistema usual estadounidense	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.2

Símbolos para cantidades

Algunas cantidades tienen un pequeño número de símbolos que las representan. Por ejemplo, el símbolo para tiempo casi siempre es t. Otras cantidades tienen varios símbolos que se aplican según el uso. La longitud se describe con símbolos tales como x, y y z (para posición); r (para radio); a, b y c (para los lados de un triángulo recto); ℓ (para la longitud de un objeto); d (para una distancia); h (para una altura); y así por el estilo.

Los símbolos que se usan en este libro para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente.[3] Con frecuencia se usarán los corchetes [] para denotar las dimensiones de una cantidad física. Por ejemplo, el símbolo que se usa en este libro para rapidez es v, y en esta notación, las dimensiones de rapidez se escriben $[v] = \mathrm{L/T}$. Como otro ejemplo, las dimensiones del área A son $[A] = \mathrm{L}^2$. En la tabla 1.5 se mencionan las dimensiones y unidades de área, volumen, rapidez y aceleración. Las dimensiones de otras cantidades, como fuerza y energía, se describirán conforme se introduzcan en el texto.

En muchas situaciones es posible que deba verificar una ecuación específica, para ver si satisface sus expectativas. Un procedimiento útil y poderoso llamado **análisis dimensional** ayuda para esta comprobación porque **las dimensiones son tratadas como cantidades algebraicas**. Por ejemplo, las cantidades se suman o restan sólo si tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Al seguir estas simples reglas le será posible usar el análisis dimensional para determinar si una expresión tiene la forma correcta. Cualquier correspondencia es correcta sólo si las dimensiones en ambos lados de la ecuación son las mismas.

Para ilustrar este procedimiento, suponga que está interesado en una ecuación para la posición x de un automóvil en un tiempo t si el automóvil parte del reposo en $x = 0$ y se mueve con aceleración constante a. La expresión correcta para esta situación es $x = \frac{1}{2}at^2$. Aplique el análisis dimensional para cotejar la validez de esta expresión. La cantidad x en el lado izquierdo tiene la dimensión de longitud. Para que la ecuación sea correcta en términos dimensionales, la cantidad en el lado derecho también debe tener la dimensión de longitud. Es posible realizar una verificación dimensional al sustituir las dimensiones para aceleración, $\mathrm{L/T^2}$ (tabla 1.5), y tiempo, T, en la ecuación. Esto es, la forma dimensional de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2$ es

$$\mathrm{L} = \frac{\mathrm{L}}{\cancel{\mathrm{T}^2}} \cdot \cancel{\mathrm{T}^2} = \mathrm{L}$$

Las dimensiones de tiempo se cancelan, como se muestra, lo que deja a la dimensión de longitud en el lado derecho para igualar con la de la izquierda.

Un procedimiento más general de análisis dimensional es establecer una expresión de la forma

$$x \propto a^n t^m$$

donde n y m son exponentes que se deben determinar y el símbolo $\propto$ indica una proporcionalidad. Esta correspondencia es correcta sólo si las dimensiones de ambos lados son las mismas. Puesto que la dimensión del lado izquierdo es longitud, la dimensión del lado derecho también debe ser longitud. Esto es,

$$[a^n t^m] = \mathrm{L} = \mathrm{L}^1\mathrm{T}^0$$

Puesto que las dimensiones de la aceleración son $\mathrm{L/T^2}$ y la dimensión de tiempo es T:

$$(\mathrm{L/T^2})^n\mathrm{T}^m = \mathrm{L}^1\mathrm{T}^0 \quad \rightarrow \quad (\mathrm{L}^n\mathrm{T}^{m-2n}) = \mathrm{L}^1\mathrm{T}^0$$

[3] Las *dimensiones* de una cantidad se simbolizarán mediante letras mayúsculas no cursivas, como L o T. El *símbolo algebraico* para la cantidad en sí será en cursiva, como L para la longitud de un objeto o t para tiempo.

Los exponentes de L y T deben ser los mismos en ambos lados de la ecuación. A partir de los exponentes de L, se ve de inmediato que $n = 1$. De los exponentes de T, $m - 2n = 0$, lo que, una vez que se sustituye para n, produce $m = 2$. Al regresar a la expresión original $x \propto a^n t^m$, se concluye que $x \propto at^2$.

Pregunta rápida 1.2 Verdadero o falso: El análisis dimensional le proporciona el valor numérico de las constantes de proporcionalidad que aparecen en una expresión algebraica.

EJEMPLO 1.1 Análisis de una ecuación

Muestre que la expresión $v = at$ es dimensionalmente correcta, donde v representa rapidez, a aceleración y t un instante de tiempo.

SOLUCIÓN

Identifique las dimensiones de v en la tabla 1.5:

$$[v] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

Encuentre las dimensiones de a en la tabla 1.5 y multiplique por las dimensiones de t:

$$[at] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^{\cancel{2}}}\,\cancel{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

Por lo tanto, $v = at$ es dimensionalmente correcta porque se tienen las mismas dimensiones en ambos lados. (Si la expresión se hubiese dado como $v = at^2$, sería dimensionalmente *incorrecta*. ¡Inténtelo y verá!)

EJEMPLO 1.2 Análisis de una ley de potencia

Suponga que la aceleración a de una partícula que se mueve con rapidez uniforme v en un círculo de radio r es proporcional a alguna potencia de r, por decir r^n, y alguna potencia de v, por decir v^m. Determine los valores de n y m y escriba la forma más simple de una ecuación para la aceleración.

SOLUCIÓN

Escriba una expresión para a con una constante adimensional de proporcionalidad k:

$$a = kr^n v^m$$

Sustituya las dimensiones de a, r y v:

$$\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} = \mathrm{L}^n \left(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}\right)^m = \frac{\mathrm{L}^{n+m}}{\mathrm{T}^m}$$

Iguale los exponentes de L y T de modo que la ecuación dimensional se balancee:

$$n + m = 1 \qquad \text{y} \qquad m = \boxed{2}$$

Resuelva las dos ecuaciones para n:

$$n = \boxed{-1}$$

Escriba la expresión de aceleración:

$$a = kr^{-1}v^2 = \boxed{k\frac{v^2}{r}}$$

En la sección 4.4 acerca del movimiento circular uniforme, se muestra que $k = 1$ si se usa un conjunto consistente de unidades. La constante k no sería igual a 1 si, por ejemplo, v estuviese en km/h y usted quisiera a en m/s^2.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.3

Siempre incluya unidades

Cuando realice cálculos, incluya las unidades para toda cantidad y lleve las unidades a través de todo el cálculo. Evite la tentación de quitar pronto las unidades y luego poner las unidades esperadas una vez que tiene una respuesta. Al incluir las unidades en cada paso, detecte errores si las unidades para la respuesta evidencian ser incorrectas.

1.4 Conversión de unidades

A veces debe convertir unidades de un sistema de medición a otro o convertir dentro de un sistema (por ejemplo, de kilómetros a metros). Las igualdades entre unidades de longitud del SI y las usuales estadounidenses son las siguientes:

$$1 \text{ mil} = 1\,609 \text{ m} = 1.609 \text{ km} \qquad 1 \text{ ft} = 0.304\,8 \text{ m} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ pulg} = 3.281 \text{ ft} \qquad 1 \text{ pulg} = 0.025\,4 \text{ m} = 2.54 \text{ cm (exactamente)}$$

En el apéndice A se encuentra una lista más completa de factores de conversión.

Como las dimensiones, las unidades se manipulan como cantidades algebraicas que se cancelan mutuamente. Por ejemplo, suponga que desea convertir 15.0 in a centímetros. Puesto que 1 in se define como exactamente 2.54 cm, encuentre que

$$15.0 \text{ pulg} = (15.0 \cancel{\text{pulg}})\left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{pulg}}}\right) = 38.1 \text{ cm}$$

donde la relación entre paréntesis es igual a 1. Se debe colocar la unidad "pulgada" en el denominador de modo que se cancele con la unidad en la cantidad original. La unidad restante es el centímetro, el resultado deseado.

Pregunta rápida 1.3 La distancia entre dos ciudades es de 100 mi. ¿Cuál es el número de kilómetros entre las dos ciudades? a) menor que 100, b) mayor que 100, c) igual a 100.

EJEMPLO 1.3 ¿Está acelerando?

En una autopista interestatal en una región rural de Wyoming, un automóvil viaja con una rapidez de 38.0 m/s. ¿El conductor rebasó el límite de velocidad de 75.0 mi/h?

SOLUCIÓN

De la rapidez en m/s convierta metros en millas:

$$(38.0 \cancel{\text{m}}/\text{s})\left(\frac{1 \text{ mi}}{1\,609 \cancel{\text{m}}}\right) = 2.36 \times 10^{-2} \text{ mi/s}$$

Convierta segundos a horas:

$$(2.36 \times 10^{-2} \text{ mi}/\cancel{\text{s}})\left(\frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}}\right) = 85.0 \text{ mi/h}$$

En efecto, el conductor rebasó el límite de velocidad y debe reducirla.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el conductor viniese de fuera de Estados Unidos y estuviese familiarizado con magnitudes de velocidad medidas en km/h? ¿Cuál es la rapidez del automóvil en km/h?

Respuesta Se puede convertir la respuesta final a las unidades adecuadas:

$$(85.0 \cancel{\text{mi}}/\text{h})\left(\frac{1.609 \text{ km}}{1 \cancel{\text{mi}}}\right) = 137 \text{ km/h}$$

La figura 1.3 muestra un indicador de velocidad de un automóvil que muestra magnitudes de velocidad tanto en mi/h como en km/h. ¿Le es posible verificar la conversión que acaba de realizar con esta fotografía?

Phil Boorman/Getty Images

Figura 1.3 Indicador de velocidad de un vehículo que muestra magnitudes de velocidad tanto en millas por hora como en kilómetros por hora.

1.5 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

Suponga que alguien le pregunta el número de bits de datos en un disco compacto musical común. Su respuesta que por lo general no se espera que proporcione el número exacto, sino más bien una estimación, se debe expresar como notación científica. El *orden de magnitud* de un número se determina del modo siguiente:

1. Exprese el número en notación científica, con el multiplicador de la potencia de diez entre 1 y 10 y una unidad.
2. Si el multiplicador es menor que 3.162 (la raíz cuadrada de diez), el orden de magnitud del número es la potencia de diez en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que 3.162, el orden de magnitud es uno más grande que la potencia de diez en la notación científica.

Se usa el símbolo ~ para "es del orden de". Use el procedimiento anterior para verificar los órdenes de magnitud para las siguientes longitudes:

$$0.008\,6 \text{ m} \sim 10^{-2} \text{ m} \qquad 0.002\,1 \text{ m} \sim 10^{-3} \text{ m} \qquad 720 \text{ m} \sim 10^{3} \text{ m}$$

Por lo general, cuando se hace una estimación del orden de magnitud, los resultados son confiables hasta dentro de un factor aproximado de 10. Si una cantidad aumenta en valor por tres órdenes de magnitud, su valor aumenta por un factor de aproximadamente $10^3 = 1\,000$.

Las imprecisiones provocadas por suponer muy poco para un número, con frecuencia se cancelan por otras suposiciones que son muy altas. Encontrará que, con práctica, sus estimaciones se vuelven cada vez mejores. Los problemas de estimación pueden ser divertidos de trabajar porque usted escoge con libertad los dígitos, aventura aproximaciones razonables para números desconocidos, hace suposiciones simplificadoras y convierte la pregunta en algo factible de responder, en su cabeza o con una mínima manipulación matemática en el papel. Debido a la simplicidad de este tipo de cálculos, se realizan en un *pequeño* trozo de papel y con frecuencia se llaman "cálculos de servilleta".

EJEMPLO 1.4 Respiraciones en una vida

Estime el número de respiraciones realizadas durante una vida humana promedio.

SOLUCIÓN

Comience por estimar que la vida humana promedio es de alrededor de 70 años. Piense acerca del número promedio de respiraciones que una persona realiza en 1 min. Este número varía dependiendo de si la persona se ejercita, duerme, está enojada, serena y cosas por el estilo. Al orden de magnitud más cercano, debe elegir 10 respiraciones por minuto como estimación. (Es cierto que dicha estimación está más cerca al valor promedio verdadero que 1 respiración por minuto o 100 respiraciones por minuto.)

Encuentre el número aproximado de minutos en un año:

$$1 \cancel{\text{año}} \left(\frac{400 \cancel{\text{días}}}{1 \cancel{\text{año}}}\right)\left(\frac{25 \cancel{\text{h}}}{1 \cancel{\text{día}}}\right)\left(\frac{60 \text{ min}}{1 \cancel{\text{h}}}\right) = 6 \times 10^5 \text{ min}$$

Halle el número aproximado de minutos en una vida de 70 años:

$$\begin{aligned} \text{número de minutos} &= (70 \text{ años})(6 \times 10^5 \text{ min/años}) \\ &= 4 \times 10^7 \text{ min} \end{aligned}$$

Encuentre el número aproximado de respiraciones en una vida:

$$\begin{aligned} \text{número de respiraciones} &= (10 \text{ respiraciones/min})(4 \times 10^7 \text{ min}) \\ &= 4 \times 10^8 \text{ respiraciones} \end{aligned}$$

Por lo tanto, una persona toma en el orden de 10^9 respiraciones en una vida. Advierta cuánto más simple fue, en el primer cálculo, multiplicar 400×25 que trabajar con el más preciso 365×24.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la vida promedio se estimase como 80 años en lugar de 70? ¿Esto cambiaría la estimación final?

Respuesta Se podría afirmar que $(80 \text{ años})(6 \times 10^5 \text{ min/año}) = 5 \times 10^7$ min, de modo que la estimación final debería ser 5×10^8 respiraciones. Esta respuesta todavía está en el orden de 10^9 respiraciones, de modo que una estimación del orden de magnitud no cambiaría.

1.6 Cifras significativas

Cuando se miden ciertas cantidades, los valores medidos se conocen sólo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores, como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de **cifras significativas** en una medición sirve para expresar algo acerca de la incertidumbre.

Como ejemplo de cifras significativas, suponga que se le pide medir el área de un disco compacto usando una regleta como instrumento de medición. Suponga que la precisión a la que puede medir el radio del disco es ± 0.1 cm. Debido a la incertidumbre de ± 0.1 cm, si el radio mide 6.0 cm, sólo es posible afirmar que su radio se encuentra en algún lugar entre 5.9 y 6.1 cm. En este caso, el valor medido de 6.0 cm tiene dos cifras significativas. Note que **las cifras significativas incluyen el primer dígito estimado**. Por lo tanto, el radio se podría escribir como (6.0 ± 0.1) cm.

Ahora encuentre el área del disco usando la ecuación para el área de un círculo. Si afirma que el área es $A = \pi r^2 = \pi(6.0 \text{ cm})^2 = 113 \text{ cm}^2$, la respuesta sería injustificable porque contiene tres cifras significativas, que es mayor que el número de cifras significativas en el radio. Una buena regla empírica para la determinación del número de cifras significativas que se pueden afirmar en una multiplicación o división es la siguiente:

> Cuando se multiplican muchas cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla aplica para la división.

Al aplicar esta regla al área del disco compacto se ve que la respuesta para el área sólo tiene dos cifras significativas, porque el radio observado sólo tiene dos cifras significativas. En consecuencia, todo lo que es posible afirmar es que el área es de $1.1 \times 10^2 \text{ cm}^2$.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los que se usan para la posición del punto decimal en números como 0.03 y 0.007 5 no son significativos. Debido a eso, existen una y dos cifras significativas, respectivamente, en estos dos valores. Sin embargo, cuando los ceros vienen después de otros dígitos, existe la posibilidad de malas interpretaciones. Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como 1 500 g. Este valor es ambiguo porque no se sabe si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición. Para eliminar dicha ambigüedad, es común usar notación científica para indicar el número de cifras significativas. En este caso, la masa se expresaría como 1.5×10^3 g si hubiese dos cifras significativas en el valor observado, 1.50×10^3 g si hubiese tres cifras significativas y 1.500×10^3 g si hubiese cuatro. La misma regla se sostiene para números menores que 1, de modo que 2.3×10^{-4} tiene dos cifras significativas (y por lo tanto se podría escribir 0.000 23) y 2.30×10^{-4} tiene tres cifras significativas (también se escribe 0.000 230).

Para suma y resta debe considerar el número de lugares decimales cuando determine cuántas cifras significativas ha de reportar:

> Cuando los números se sumen o resten, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Por ejemplo, si desea calcular $123 + 5.35$, la respuesta es 128 y no 128.35. Si se calcula la suma $1.000\,1 + 0.000\,3 = 1.000\,4$, el resultado tiene cinco cifras significativas aun cuando uno de los términos en la suma, 0.000 3, sólo tenga una cifra significativa. Del mismo modo, si se realiza la resta $1.002 - 0.998 = 0.004$, el resultado sólo tiene una cifra significativa, aun cuando un término tenga cuatro cifras significativas y el otro tenga tres.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 1.4

Lea con cuidado

Observe que la regla para suma y resta es diferente de la regla de multiplicación y división. Para suma y resta, la consideración relevante es el número de *lugares decimales*, no el número de *cifras significativas*.

En este libro la mayoría de los ejemplos numéricos y problemas de fin de capítulo producirán respuestas que tienen tres cifras significativas. Cuando se realicen cálculos del orden de magnitud, por lo general se trabajará con una sola cifra significativa.

Si se debe reducir el número de cifras significativas en el resultado de una suma o resta, hay una regla general para redondear números: el último dígito retenido se aumenta en 1 si el último dígito eliminado es mayor que 5. Si el último dígito eliminado es menor que 5, el último dígito permanece como está. Si el último dígito eliminado es igual a 5, el dígito restante debe redondearse al número par más cercano. (Esta regla ayuda a evitar acumulación de errores en procesos aritméticos largos.)

Una técnica para evitar la acumulación de error es demorar el redondeo de números en un cálculo largo hasta que tenga el resultado final. Espere a estar listo para copiar la respuesta final de su calculadora antes de redondear al número correcto de cifras significativas.

EJEMPLO 1.5 Instalación de una alfombra

En una habitación de 12.71 m de longitud y 3.46 m de ancho se instalará una alfombra. Encuentre el área de la habitación.

SOLUCIÓN

Si multiplica 12.71 m por 3.46 m en su calculadora, verá una respuesta de 43.976 6 m^2. ¿Cuántos de estos números debe reportar? La regla empírica para multiplicación dice que reporte en su respuesta sólo el número de cifras significativas que estén presentes en la cantidad medida que tenga el número más bajo de cifras significativas. En este ejemplo, el número más bajo de cifras significativas es tres en 3.46 m, así que debe expresar la respuesta final como 44.0 m^2.

Resumen

DEFINICIONES

Las tres cantidades físicas fundamentales de la mecánica son **longitud**, **masa** y **tiempo**, que en el SI tienen las unidades **metro** (m), **kilogramo** (kg) y **segundo** (s). Estas cantidades fundamentales no es posible definirlas en términos de cantidades más básicas.

La **densidad** de una sustancia se define como su *masa por cada unidad de volumen:*

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \tag{1.1}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

El método de **análisis dimensional** es muy valioso para resolver problemas de física. Las dimensiones son tratadas como cantidades algebraicas. Al realizar estimaciones y cálculos de orden de magnitud, debe ser capaz de aproximar la respuesta a un problema cuando no haya suficiente información disponible para especificar completamente una solución exacta.

Cuando calcule un resultado a partir de varios números medidos, donde cada uno tiene cierta precisión, debe dar el resultado con el número correcto de **cifras significativas**. Cuando multiplique varias cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla se aplica a la división. Cuando se suman o restan números, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Suponga que los tres estándares fundamentales del sistema métrico fuesen longitud, *densidad* y tiempo en lugar de longitud, *masa* y tiempo. El estándar de densidad en este sistema se debe definir como el propio del agua. ¿Qué consideraciones acerca del agua necesitaría abordar para asegurar que el estándar de densidad es tan preciso como sea posible?

2. Exprese las siguientes cantidades usando los prefijos dados en la tabla 1.4: a) 3×10^{-4} m, b) 5×10^{-5} s, c) 72×10^{2} g.

3. **O** Ordene las siguientes cinco cantidades de la más grande a la más pequeña: a) 0.032 kg, b) 15 g, c) 2.7×10^{5} mg, d) 4.1×10^{-8} Gg, e) 2.7×10^{8} μg. Si dos de las masas son iguales, déles igual lugar en su lista.

4. **O** Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación debe ser verdadera? Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser verdadera?

5. **O** Responda cada pregunta con sí o no. Dos cantidades deben tener las mismas dimensiones a) ¿si las suma?, b) ¿si las multiplica?, c) ¿si las resta?, d) ¿si las divide?, e) ¿si usa una cantidad como exponente al elevar la otra a una potencia?, f) ¿si las iguala?

6. **O** El precio de la gasolina en una estación es de 1.3 euros por litro. Una estudiante usa 41 euros para comprar gasolina. Si sabe que 4 cuartos hacen un galón y que 1 litro es casi 1 cuarto, de inmediato razona que puede comprar (elija una) a) menos de 1 galón de gasolina, b) aproximadamente 5 galones de gasolina, c) cerca de 8 galones de gasolina, d) más de 10 galones de gasolina.

7. **O** Un estudiante usa una regleta para medir el grosor de un libro de texto y encuentra que es de 4.3 cm $\pm$ 0.1 cm. Otros estudiantes miden el grosor con calibradores vernier y obtienen a) 4.32 cm $\pm$ 0.01 cm, b) 4.31 cm $\pm$ 0.01 cm, c) 4.24 cm $\pm$ 0.01 cm y d) 4.43 cm $\pm$ 0.01 cm. ¿Cuál de estas cuatro mediciones, si hay alguna, concuerda con la obtenida por el primer estudiante?

8. **O** Una calculadora despliega un resultado como 1.365 248 0 $\times 10^{7}$ kg. La incertidumbre estimada en el resultado es $\pm 2\%$. ¿Cuántos dígitos debe incluir como significativos cuando escriba el resultado? Elija una: a) cero, b) uno, c) dos, d) tres, e) cuatro, f) cinco, g) no se puede determinar el número.

Problemas

Sección 1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

> *Nota:* Consulte al final del libro, apéndices y tablas en el texto siempre que sea necesario para resolver problemas. En este capítulo la tabla 14.1 y el apéndice B.3 son de mucha utilidad. Las respuestas a los problemas con número impar aparecen al final del libro.

1. ● Use la información que aparece al final de este libro para calcular la densidad promedio de la Tierra. ¿Dónde encaja el valor entre los que se mencionan en la tabla 14.1? Busque la densidad de una roca superficial típica, como el granito, en otra fuente y compare la densidad de la Tierra con ella.
2. El kilogramo estándar es un cilindro de platino–iridio de 39.0 mm de alto y 39.0 mm de diámetro. ¿Cuál es la densidad del material?
3. Una importante compañía automotriz muestra un molde de su primer automóvil, hecho de 9.35 kg de hierro. Para celebrar sus 100 años en el negocio, un trabajador fundirá el molde en oro a partir del original. ¿Qué masa de oro se necesita para hacer el nuevo modelo?
4. ● Un protón, que es el núcleo de un átomo de hidrógeno, se representa como una esfera con un diámetro de 2.4 fm y una masa de 1.67×10^{-27} kg. Determine la densidad del protón y establezca cómo se compara con la densidad del plomo, que está dada en la tabla 14.1.
5. De cierta roca uniforme son cortadas dos esferas. Una tiene 4.50 cm de radio. La masa de la segunda esfera es cinco veces mayor. Encuentre el radio de la segunda esfera.

Sección 1.2 Materia y construcción de modelos

6. Un sólido cristalino consiste de átomos apilados en una estructura reticular repetitiva. Considere un cristal como el que se muestra en la figura P1.6a. Los átomos residen en las esquinas de cubos de lado L = 0.200 nm. Una pieza de evidencia para el ordenamiento regular de átomos proviene de las superficies

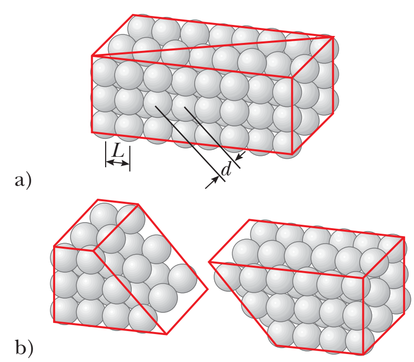


Figura P1.6

planas a lo largo de las cuales se separa un cristal, o fractura, cuando se rompe. Suponga que este cristal se fractura a lo largo de una cara diagonal, como se muestra en la figura P1.6b. Calcule el espaciamiento d entre dos planos atómicos adyacentes que se separan cuando el cristal se fractura.

Sección 1.3 Análisis dimensional

7. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas? a) $v_f = v_i + ax$, b) $y = (2 \text{ m}) \cos (kx)$, donde $k = 2 \text{ m}^{-1}$.

8. La figura P1.8 muestra el *tronco de un cono*. De las siguientes expresiones de medición (geométrica), ¿cuál describe **i)** la circunferencia total de las caras circulares planas, **ii)** el volumen y **iii)** el área de la superficie curva? a) $\pi(r_1 + r_2)\,[h^2 + (r_2 - r_1)^2]^{1/2}$, b) $2\pi(r_1 + r_2)$, c) $\pi h(r_1{}^2 + r_1 r_2 + r_2{}^2)/3$.

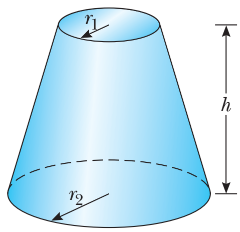


Figura P1.8

9. La ley de gravitación universal de Newton se representa por

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Aquí F es la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida por un objeto pequeño sobre otro, M y m son las masas de los objetos y r es una distancia. La fuerza tiene las unidades del SI $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$. ¿Cuáles son las unidades del SI de la constante de proporcionalidad G?

Sección 1.4 Conversión de unidades

10. Suponga que su cabello crece a una proporción de 1/32 pulgada por cada día. Encuentre la proporción a la que crece en nanómetros por segundo. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, su respuesta sugiere cuán rápidamente se ensamblan las capas de átomos en esta síntesis de proteínas.

11. Un lote rectangular mide 100 ft por 150 ft. Determine el área de este lote en metros cuadrados.

12. Un auditorio mide 40.0 m × 20.0 m × 12.0 m. La densidad del aire es 1.20 kg/m^3. ¿Cuáles son a) el volumen de la habitación en pies cúbicos y b) el peso en libras del aire en la habitación?

13. ● Una habitación mide 3.8 m por 3.6 m y su techo está a 2.5 m de altura. ¿Es posible empapelar por completo las paredes de esta habitación con las páginas de este libro? Explique su respuesta.

14. Suponga que llenar un tanque de gasolina de 30.0 galones tarda 7.00 min. a) Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en galones por segundo. b) Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en metros cúbicos por segundo. c) Determine el intervalo, en horas, que se requiere para llenar un volumen de 1.00 m^3 a la misma rapidez (1 galón = 231 pulg^3).

15. Una pieza sólida de plomo tiene una masa de 23.94 g y un volumen de 2.10 cm^3. A partir de estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SI (kg/m^3).

16. Un cargador de mineral mueve 1 200 tons/h de una mina a la superficie. Convierta esta relación a libras por segundo, 1 ton = 2 000 lb.

17. Cuando se imprimió este libro, la deuda nacional estadounidense era de aproximadamente \$8 billones. a) Si se hicieran pagos con una rapidez de \$1 000 por segundo, ¿cuántos años tardaría en ser pagada la deuda, si supone que no se cargan intereses? b) Un billete de dólar mide aproximadamente 15.5 cm de largo. Si ocho billones de billetes de dólar se pusiesen extremo con extremo alrededor del ecuador de la Tierra, ¿cuántas veces darían la vuelta al planeta? Considere que el radio de la Tierra en el ecuador es de 6 378 km. *Nota:* Antes de hacer algún cálculo, intente adivinar las respuestas. Se sorprenderá.

18. Una pirámide tiene una altura de 481 ft y su base cubre una área de 13.0 acres (figura P1.18). El volumen de una pirámide está dado por la expresión $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura. Encuentre el volumen de esta pirámide en metros cúbicos. (1 acre = 43 560 ft^2)

Sylvain Grandadam/Photo Researchers, Inc.

Figura P1.18 Problemas 18 y 19.

19. La pirámide descrita en el problema 18 contiene aproximadamente 2 millones de bloques de piedra que en promedio pesan 2.50 toneladas cada uno. Encuentre el peso de esta pirámide en libras.

20. Un átomo de hidrógeno tiene un diámetro de 1.06×10^{-10} m según se deduce del diámetro de la nube esférica de electrones que rodea al núcleo. El núcleo de hidrógeno tiene un diámetro de aproximadamente 2.40×10^{-15} m. a) Para un modelo a escala, represente el diámetro del átomo de hidrógeno por la longitud de un campo de futbol americano (100 yardas = 300 ft) y determine el diámetro del núcleo en milímetros. b) ¿Cuántas veces el átomo es más grande en volumen que su núcleo?

21. Un galón de pintura (volumen = 3.78×10^{-3} m^3) cubre un área de 25.0 m^2. ¿Cuál es el grosor de la pintura fresca sobre la pared?

22. El radio medio de la Tierra es de 6.37×10^6 m y el de la Luna es de 1.74×10^8 cm. A partir de estos datos calcule a) la razón del área superficial de la Tierra con la de la Luna y b) la relación del volumen de la Tierra con la de la Luna. Recuerde que el área superficial de una esfera es $4\pi r^2$ y el volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi r^3$.

23. Un metro cúbico (1.00 m^3) de aluminio tiene una masa de 2.70×10^3 kg, y el mismo volumen de hierro tiene una masa de 7.86×10^3 kg. Encuentre el radio de una esfera de aluminio sólida que equilibraría una esfera de hierro sólida de 2.00 cm de radio sobre una balanza de brazos iguales.

24. Sea ρ_{Al} la representación de la densidad del aluminio y ρ_{Fe} la del hierro. Encuentre el radio de una esfera de aluminio sólida que equilibra una esfera de hierro sólida de radio r_{Fe} en una balanza de brazos iguales.

Sección 1.5 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

25. Encuentre el orden de magnitud del número de pelotas de tenis de mesa que entrarían en una habitación de tamaño típico (sin estrujarse). En su solución, establezca las cantidades que midió o estimó y los valores que tomó para ellas.

26. La llanta de un automóvil dura 50 000 millas. En un orden de magnitud, ¿a través de cuántas revoluciones girará? En su solución, establezca las cantidades que midió o estimó y los valores que tomó para ellas.

27. Calcule el orden de magnitud de la masa de una bañera medio llena de agua. Calcule el orden de magnitud de la masa de una bañera medio llena de monedas. En su solución, mencione las cantidades que tomó como datos y los valores que midió o estimó para cada una.

28. ● Suponga que Bill Gates le ofrece $1 000 millones si es capaz de terminar de contarlos usando sólo billetes de un dólar. ¿Debe aceptar su oferta? Explique su respuesta. Suponga que cuenta un billete cada segundo y advierta que necesita al menos 8 horas al día para dormir y comer.

29. En un orden de magnitud, ¿cuántos afinadores de piano hay en la ciudad de Nueva York? El físico Enrico Fermi fue famoso por plantear preguntas como ésta en los exámenes orales para calificar candidatos a doctorado. La facilidad que él tenía para realizar cálculos del orden de magnitud se ejemplifica en el problema 48 del capítulo 45.

Sección 1.6 Cifras significativas

Nota: El apéndice B.8, acerca de la propagación de incertidumbre, es útil para resolver los problemas de esta sección.

30. Una placa rectangular tiene una longitud de (21.3 ± 0.2) cm y un ancho de (9.8 ± 0.1) cm. Calcule el área de la placa, incluida su incertidumbre.

31. ¿Cuántas cifras significativas hay en los siguientes números: a) 78.9 ± 0.2 b) 3.788×10^{9} c) 2.46×10^{-6} d) 0.005 3?

32. El radio de una esfera sólida uniforme mide (6.50 ± 0.20) cm y su masa es de (1.85 ± 0.02) kg. Determine la densidad de la esfera en kilogramos por metro cúbico y la incertidumbre en la densidad.

33. Realice las siguientes operaciones aritméticas: a) la suma de los valores medidos 756, 37.2, 0.83 y 2, b) el producto de $0.003\,2 \times 356.3$, c) el producto $5.620 \times \pi$.

34. El *año tropical*, el intervalo desde un equinoccio de primavera hasta el siguiente equinoccio de primavera, es la base para el calendario. Contiene 365.242 199 días. Encuentre el número de segundos en un año tropical.

Nota: Los siguientes 11 problemas requieren habilidades matemáticas que serán útiles a lo largo del curso.

35. Problema de repaso. Una niña se sorprende de que debe pagar $1.36 por un juguete marcado con $1.25 debido a los impuestos. ¿Cuál es la tasa de impuesto efectiva sobre esta compra, expresada como porcentaje?

36. ● **Problema de repaso.** A un estudiante se le proporcionan una pila de papel para copiadora, regla, compás, tijeras y una báscula de precisión. El estudiante corta varias formas de varios tamaños, calcula sus áreas, mide sus masas y prepara la gráfica de la figura P1.36. Considere el cuarto punto experimental desde la parte superior. ¿Qué tan lejos está de la recta de mejor ajuste? a) Exprese su respuesta como una diferencia en la coordenada del eje vertical. b) Formule su respuesta como una diferencia en la coordenada del eje horizontal. c) Exprese las respuestas de los incisos a) y b) como un porcentaje. d) Calcule la pendiente de la línea. e) Establezca lo que demuestra la gráfica, en referencia con la pendiente de la gráfica y los resultados de los incisos c) y d). f) Describa si este resultado debe anticiparse teóricamente. Describa el significado físico de la pendiente.

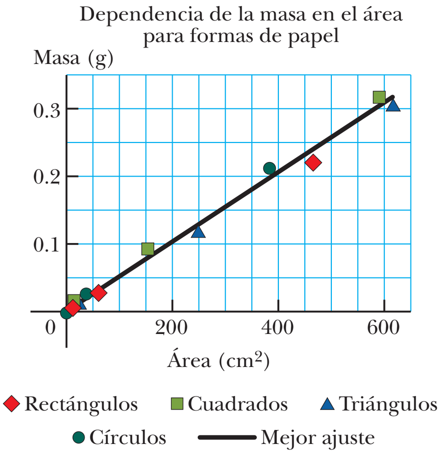


Figura P1.36

37. Problema de repaso. Un joven inmigrante trabaja tiempo extra y gana dinero para comprar reproductores MP3 portátiles que envía a su casa como regalos a la familia. Por cada turno extra que trabaja, él calcula que comprará un reproductor y dos tercios de otro. Un correo electrónico de su madre le informa que los reproductores son tan populares que cada uno de los 15 jóvenes amigos del vecindario quiere uno. ¿Cuántos turnos más tendrá que trabajar?

38. Problema de repaso. En un estacionamiento universitario, el número de automóviles ordinarios es mayor que el de vehículos deportivos por 94.7%. La diferencia entre el número de automóviles y el número de vehículos deportivos es 18. Encuentre el número de vehículos deportivos en el estacionamiento.

39. Problema de repaso. La relación del número de pericos que visita un comedero de aves al número de aves más interesantes es de 2.25. Una mañana, cuando 91 aves visitan el comedero, ¿cuál es el número de pericos?

40. Problema de repaso. Pruebe que una solución de la ecuación

$$2.00x^4 - 3.00x^3 + 5.00x = 70.0$$

es $x = -2.22$.

41. Problema de repaso. Encuentre todo ángulo θ entre 0 y 360° para el cual la relación de sen θ a cos θ sea −3.00.

42. Problema de repaso. Una curva en la autopista forma una sección de círculo. Un automóvil entra a la curva. La brújula de su tablero muestra que el automóvil al inicio se dirige hacia el este. Después de recorrer 840 m, se dirige 35.0° al sureste. Encuentre el radio de curvatura de su trayectoria. *Sugerencia:* Encontrará útil aprender un teorema geométrico citado en el apéndice B.3.

43. Problema de repaso. Durante cierto periodo, mientras crece un cocodrilo, su masa es proporcional al cubo de su longitud. Cuando la longitud del cocodrilo cambia en 15.8%, su masa aumenta 17.3 kg. Encuentre su masa al final de este proceso.

44. Problema de repaso. A partir del conjunto de ecuaciones

$$p = 3q$$

$$pr = qs$$

$$\tfrac{1}{2}pr^2 + \tfrac{1}{2}qs^2 = \tfrac{1}{2}qt^2$$

que involucran las incógnitas p, q, r, s y t, encuentre el valor de la relación de t a r.

45. ● **Problema de repaso.** En un conjunto particular de ensayos experimentales, los estudiantes examinan un sistema descrito por la ecuación

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\pi\, d^2\, (T_h - T_c)}{4L}$$

En el capítulo 20 se verá esta ecuación y las diversas cantidades en ella. Para control experimental, en estos ensayos todas las cantidades, excepto d y Δt, son constantes. a) Si d se hace tres veces más grande, ¿la ecuación predice que Δt se hará más grande o más pequeña? ¿En qué factor? b) ¿Qué patrón de proporcionalidad de Δt a d predice la ecuación? c) Para mostrar esta proporcionalidad como una línea recta en una gráfica, ¿qué cantidades debe graficar en los ejes horizontal y vertical? d) ¿Qué expresión representa la pendiente teórica de esta gráfica?

Problemas adicionales

46. En una situación en que los datos se conocen a tres cifras significativas, se escribe 6.379 m = 6.38 m y 6.374 m = 6.37 m. Cuando un número termina en 5, arbitrariamente se elige escribir 6.375 m = 6.38 m. Igual se podría escribir 6.375 m = 6.37 m, "redondeando hacia abajo" en lugar de "redondear hacia arriba", porque el número 6.375 se cambiaría por iguales incrementos en ambos casos. Ahora considere una estimación del orden de magnitud en la cual los factores de cambio, más que los incrementos, son importantes. Se escribe 500 m $\sim 10^3$ m porque 500 difiere de 100 por un factor de 5, mientras difiere de 1 000 sólo por un factor de 2. Escriba 437 m $\sim 10^3$ m y 305 m $\sim 10^2$ m. ¿Qué distancia difiere de 100 m y de 1 000 m por iguales factores de modo que lo mismo se podría escoger representar su orden de magnitud como $\sim 10^2$ m o como $\sim 10^3$ m?

47. ● Un cascarón esférico tiene un radio externo de 2.60 cm y uno interno de a. La pared del cascarón tiene grosor uniforme y está hecho de un material con densidad de 4.70 g/cm^3. El espacio interior del cascarón está lleno con un líquido que tiene una densidad de 1.23 g/cm^3. a) Encuentre la masa m de la esfera, incluidos sus contenidos, como función de a. b) En la respuesta a la parte a), si a se considera variable, ¿para qué valor de a tiene m su máximo valor posible? c) ¿Cuál es esta masa máxima? d) ¿El valor de la parte b) concuerda con el resultado de un cálculo directo de la masa de una esfera de densidad uniforme? e) ¿Para qué valor de a la respuesta al inciso a) tiene su valor mínimo posible? f) ¿Cuál es esta masa mínima? g) ¿El valor del inciso f) concuerda con el resultado de un cálculo directo de la masa de una esfera uniforme? h) ¿Qué valor de m está a la mitad entre los valores máximo y mínimo posibles? i) ¿Esta masa concuerda con el resultado del inciso a) evaluada para a = 2.60 cm/2 = 1.30 cm? j) Explique si debe esperar concordancia en cada uno de los incisos d), g) e i). k) **¿Qué pasaría si?** En el inciso a), ¿la respuesta cambiaría si la pared interior del cascarón no fuese concéntrica con la pared exterior?

48. Una barra que se extiende entre $x = 0$ y $x = 14.0$ cm tiene área de sección transversal uniforme $A = 9.00$ cm^2. Se fabrica de una aleación de metales que cambia continuamente de modo que, a lo largo de su longitud, su densidad cambia de manera uniforme de 2.70 g/cm^3 a 19.3 g/cm^3. a) Identifique las constantes B y C requeridas en la expresión $\rho = B + Cx$ para describir la densidad variable. b) La masa de la barra se conoce mediante

$$m = \int_{\text{todo el material}} \rho\, dV = \int_{\text{toda } x} \rho A\, dx = \int_0^{14\text{ cm}} (B + Cx)\ (9.00\text{ cm}^2)\ dx$$

Realice la integración para encontrar la masa de la barra.

49. El diámetro de la galaxia con forma de disco, la Vía Láctea, es de aproximadamente 1.0×10^5 años luz (a–l). La distancia a Andrómeda, que es la galaxia espiral más cercana a la Vía Láctea, es de alrededor de 2.0 millones de a–l. Si un modelo a escala representa las galaxias Vía Láctea y Andrómeda como platos soperos de 25 cm de diámetro, determine la distancia entre los centros de los dos platos.

50. ● Se sopla aire hacia dentro de un globo esférico de modo que, cuando su radio es de 6.50 cm, éste aumenta en una proporción de 0.900 cm/s. a) Encuentre la rapidez a la que aumenta el volumen del globo. b) Si dicha relación de flujo volumétrico de aire que entra al globo es constante, ¿en qué proporción aumentará el radio cuando el radio es de 13.0 cm? c) Explique físicamente por qué la respuesta del inciso b) es mayor o menor que 0.9 cm/s, si es diferente.

51. El consumo de gas natural por una compañía satisface la ecuación empírica $V = 1.50t + 0.008\,00t^2$, donde V es el volumen en millones de pies cúbicos y t es el tiempo en meses. Exprese esta ecuación en unidades de pies cúbicos y segundos. Asigne las unidades adecuadas a los coeficientes. Suponga un mes de 30.0 días.

52. En física es importante usar aproximaciones matemáticas. Demuestre que, para ángulos pequeños ($< 20°$),

$$\tan\alpha \approx \operatorname{sen}\alpha \approx \alpha = \frac{\pi\alpha'}{180°}$$

donde α está en radianes y α' en grados. Use una calculadora para encontrar el ángulo más grande para el que $\tan\alpha$ se pueda aproximar a α con un error menor de 10.0 por ciento.

53. Un chorro de agua elevado se ubica en el centro de una fuente, como se muestra en la figura P1.53. Un estudiante camina alrededor de la fuente, evitando mojar sus pies, y mide su circunferencia en 15.0 m. A continuación, el estudiante se para en el borde de la fuente y usa un transportador para medir el ángulo de elevación de la fuente que es de 55.0°. ¿Cuál es la altura del chorro?

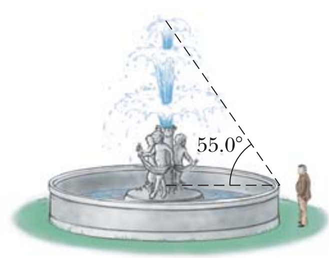


Figura P1.53

54. ● Las monedas de colección a veces se recubren con oro para mejorar su belleza y valor. Considere un cuarto de dólar conmemorativo que se anuncia a la venta en \$4.98. Tiene un diámetro de 24.1 mm y un grosor de 1.78 mm, y está cubierto por completo con una capa de oro puro de 0.180 μm de grueso. El volumen del recubrimiento es igual al grosor de la capa por el área a la que se aplica. Los patrones en las caras de la moneda y los surcos en sus bordes tienen un efecto despreciable sobre su área. Suponga que el precio del oro es de $10.0 por cada gramo. Encuentre el costo del oro agregado a la moneda. ¿El costo del oro aumenta significativamente el valor de la moneda? Explique su respuesta.

55. Un año es casi $\pi \times 10^7$ s. Encuentre el error porcentual en esta aproximación, donde "error porcentual" se define como

$$\text{Error porcentual} = \frac{|\text{valor supuesto} - \text{valor verdadero}|}{\text{valor verdadero}} \times 100\%$$

56. ● Una criatura se mueve con una rapidez de 5.00 furlongs por dos semanas (una unidad de rapidez no muy común). Dado que 1 furlong = 220 yardas, y 2 semanas = 14 días, determine la rapidez de la criatura en metros por segundo. Explique qué tipo de criatura cree que podría ser.

57. Un niño adora ver cómo llena una botella de plástico transparente con champú. Las secciones transversales horizontales de la botella son círculos con diámetros variables porque la botella es mucho más ancha en algunos lugares que en otros. Usted vierte champú verde brillante con una relación de flujo volumétrico constante de 16.5 cm^3/s. ¿En qué cantidad el nivel de la botella se eleva a) a un punto donde el diámetro de la botella es de 6.30 cm y b) a un punto donde el diámetro es de 1.35 cm?

58. ● En la siguiente tabla la información representa observaciones de las masas y dimensiones de cilindros sólidos de aluminio, cobre, latón, estaño y hierro. Use tales datos para calcular las densidades de dichas sustancias. Establezca cómo sus resultados para aluminio, cobre y hierro se comparan con los conocidos en la tabla 14.1.

Sustancia	Masa (g)	Diámetro (cm)	Longitud (cm)
Aluminio	51.5	2.52	3.75
Cobre	56.3	1.23	5.06
Latón	94.4	1.54	5.69
Estaño	69.1	1.75	3.74
Hierro	216.1	1.89	9.77

59. Suponga que hay 100 millones de automóviles de pasajeros en Estados Unidos y que el consumo promedio de combustible es de 20 mi/gal de gasolina. Si la distancia promedio que recorre cada automóvil es de 10 000 mi/año, ¿cuánta gasolina se ahorraría al año si el consumo promedio de combustible pudiera aumentar a 25 mi/gal?

60. La distancia del Sol a la estrella más cercana es casi de 4×10^{16} m. La galaxia Vía Láctea es en términos aproximados un disco de $\sim 10^{21}$ m de diámetro y $\sim 10^{19}$ m de grosor. Encuentre el orden de magnitud del número de estrellas en la Vía Láctea. Considere representativa la distancia entre el Sol y el vecino más cercano.

Respuestas a preguntas rápidas

1.1 a). Ya que la densidad del aluminio es más pequeña que la del hierro, es necesario un mayor volumen de aluminio que de hierro para una determinada masa.

1.2 Falso. El análisis dimensional aporta las unidades de la constante de proporcionalidad pero no da información acerca de su valor numérico. Para determinar su valor numérico, se requiere información experimental o razonamiento geométrico. Por ejemplo, en la generación de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2$, puesto que el factor $\frac{1}{2}$ es adimensional, no hay forma de determinarlo usando análisis dimensional.

1.3 b). Puesto que hay 1.609 km en 1 mi, se requiere un mayor número de kilómetros que de millas para una cierta distancia.

En las carreras de dragsters un conductor quiere una aceleración tan grande como sea posible. En una distancia de un cuarto de milla, un vehículo alcanza rapideces de más de 320 mi/h y cubre la distancia entera en menos de 5 s. (George Lepp/Stone/Getty)

2 Movimiento en una dimensión

Como una primera etapa en el estudio de la mecánica clásica, se describe el movimiento de un objeto mientras se ignoran las interacciones con agentes externos que pueden causar o modificar dicho movimiento. Esta parte de la mecánica clásica se llama *cinemática*. (La palabra *cinemática* tiene la misma raíz que *cinema*. ¿Entiende por qué?) En este capítulo, se considera sólo el movimiento en una dimensión, esto es: el movimiento de un objeto a lo largo de una línea recta.

A partir de la experiencia cotidiana es claro que el movimiento de un objeto representa un cambio continuo en la posición de un objeto. En física se clasifica por categorías el movimiento en tres tipos: traslacional, rotacional y vibratorio. Un automóvil que viaja en una autopista es un ejemplo de movimiento traslacional, el giro de la Tierra sobre su eje es un ejemplo de movimiento rotacional, y el movimiento de ida y vuelta de un péndulo es un ejemplo de movimiento vibratorio. En éste y los siguientes capítulos, se tratará sólo con el movimiento traslacional. (Más tarde, en el libro, se discutirán los movimientos rotacional y vibratorio.)

En el estudio del movimiento traslacional se usa el **modelo de partícula** y el objeto en movimiento se describe como una *partícula* sin importar su tamaño. En general, **una partícula es un objeto parecido a un punto, es decir: un objeto que tiene masa pero es de tamaño infinitesimal**. Por ejemplo, si quiere describir el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, puede considerar a la Tierra como partícula y obtener datos razonablemente precisos acerca de su órbita. Esta aproximación se justifica porque el radio de la órbita de la Tierra es grande en comparación con las dimensiones de la Tierra y del Sol. Como ejemplo en una escala mucho más pequeña, es posible explicar la presión que ejerce un gas sobre las paredes de un contenedor al tratar las moléculas de gas como partículas, sin importar su estructura interna.

2.1 Posición, velocidad y rapidez

Posición ▶

El movimiento de una partícula se conoce por completo si la posición de la partícula en el espacio se conoce en todo momento. La **posición** de una partícula es la ubicación de la partícula respecto a un punto de referencia elegido que se considera el origen de un sistema coordenado.

Considere un automóvil que se mueve hacia adelante y en reversa a lo largo del eje x como en la figura 2.1a. Cuando comience a recopilar datos de posición, el automóvil está a 30 m a la derecha de una señal del camino, que usará para identificar la posición de referencia $x = 0$. Aplique el modelo de partícula para identificar algún punto en el automóvil, acaso la manija de la puerta delantera, como una partícula que representa a todo el automóvil.

Active el cronómetro y una vez cada 10 s anote la posición del automóvil en relación con la señal en $x = 0$. Como aparece en la tabla 2.1, el automóvil se mueve hacia la derecha (que se definió como la dirección positiva) durante los primeros 10 s de movimiento, desde la posición Ⓐ hasta la posición Ⓑ. Después de Ⓑ, los valores de posición comienzan a disminuir, lo que indica que el automóvil regresa desde la posición Ⓑ hasta la posición Ⓕ. De hecho, en Ⓓ, 30 s después de comenzar a medir, el automóvil está junto a la señal del camino usada para marcar el origen de coordenadas (vea la figura 2.1a). Continúa moviéndose hacia la izquierda y está a más de 50 m a la izquierda de la señal cuando se deja de registrar información después del sexto punto de datos. En la figura 2.1b se presenta una representación gráfica de esta información. A tal gráfica se le llama *gráfica posición-tiempo.*

Advierta ahora las *representaciones alternativas* de información que se usaron para el movimiento del automóvil. La figura 2.1a es una *representación pictórica*, mientras que la figura 2.1b es una *representación gráfica*. La tabla 2.1 es una *representación tabular* de la misma información. Usar representaciones alternativas es una excelente estrategia para comprender la situación en un problema dado. En todo caso, la meta en muchos problemas es lograr una *representación matemática*, la cual se analiza para resolver algún fragmento de información solicitada.

TABLA 2.1

Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

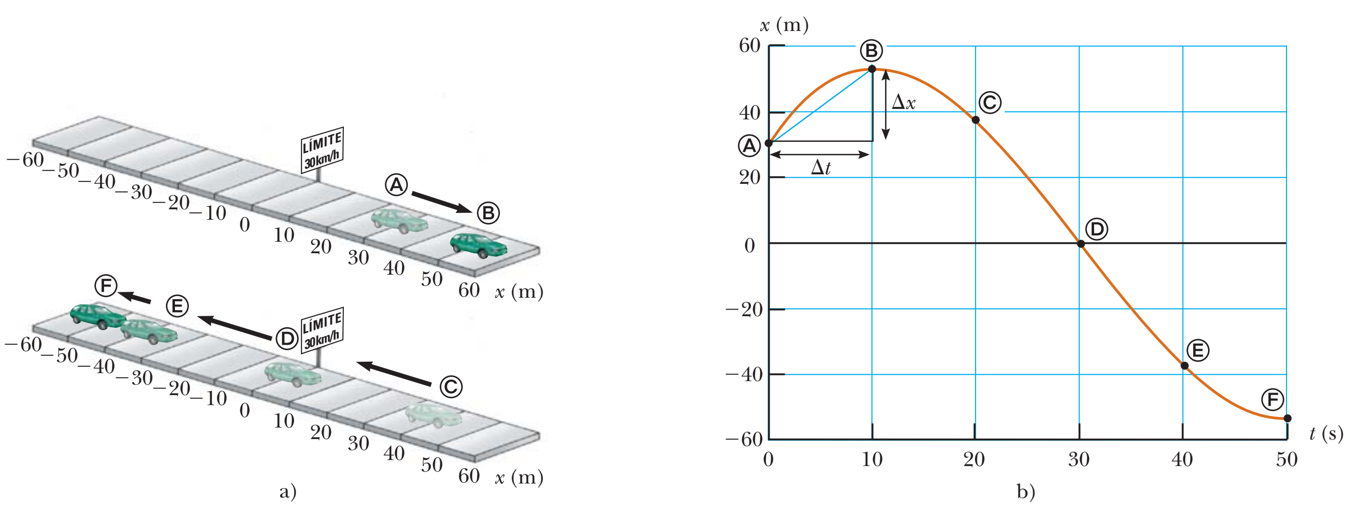


Figura 2.1 Un automóvil va hacia adelante y en reversa a lo largo de una línea recta. Ya que se tiene interés sólo en el movimiento traslacional del automóvil, se le representa como una partícula. Aquí se han usado tres exhibiciones para la información del movimiento del automóvil. La tabla 2.1 es una exposición tabular de la información. a) Representación pictórica del movimiento del automóvil. b) Representación gráfica (gráfica posición-tiempo) del movimiento del automóvil.

A partir de los datos de la tabla 2.1, se determina fácilmente el cambio en posición del automóvil para varios intervalos de tiempo. El **desplazamiento** de una partícula se define como su cambio en posición en algún intervalo de tiempo. Conforme la partícula se mueve desde una posición inicial x_i a una posición final x_f, su desplazamiento se conoce por

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad (2.1)$$

◀ Desplazamiento

Se usa la letra griega mayúscula delta (Δ) para denotar el *cambio* en una cantidad. A partir de esta definición se ve que Δx es positiva si x_f es mayor que x_i y negativo si x_f es menor que x_i.

Es muy importante reconocer la diferencia entre desplazamiento y distancia recorrida. **Distancia** es la longitud de una trayectoria seguida por una partícula. Considere, por ejemplo, a los jugadores de basquetbol de la figura 2.2. Si un jugador corre desde la canasta de su propio equipo a lo largo de la cancha hasta la canasta del otro equipo y luego regresa a su propia canasta, el *desplazamiento* del jugador durante este intervalo de tiempo es cero porque terminó en el mismo punto del que partió: $x_f = x_i$, de modo que $\Delta x = 0$. Sin embargo, durante este intervalo, se movió a lo largo de una *distancia* del doble de la longitud de la cancha de basquetbol. La distancia siempre se representa como un número positivo, mientras que el desplazamiento puede ser positivo o negativo.

Figura 2.2 En esta cancha de basquetbol, los jugadores corren de ida y vuelta durante todo el juego. La distancia que corren los jugadores durante el tiempo de juego es distinta de cero. El desplazamiento de los jugadores durante el tiempo de juego es aproximadamente cero porque deben regresar al mismo punto una y otra vez.

El desplazamiento es un ejemplo de una cantidad vectorial. Muchas otras cantidades físicas, incluida posición, velocidad y aceleración, también son vectores. En general, **una cantidad vectorial requiere la especificación tanto de dirección como de magnitud**. En contraste, **una cantidad escalar tiene un valor numérico y no dirección**. En este capítulo, se usan los signos positivo ($+$) y negativo ($-$) para indicar la dirección del vector. Por ejemplo, para movimiento horizontal especifique a su arbitrio a la derecha como la dirección positiva. Después, cualquier objeto que siempre se mueva a la derecha experimenta un desplazamiento positivo $\Delta x > 0$, y cualquier objeto que se mueva hacia la izquierda experimenta un desplazamiento negativo de modo que $\Delta x < 0$. En el capítulo 3 se tratarán las cantidades vectoriales con más detalle.

Todavía no se menciona un punto muy importante. Note que los datos de la tabla 2.1 resultan en los seis puntos de datos de la gráfica de la figura 2.1b. La curva uniforme que se dibuja a través de los seis puntos de la gráfica sólo es una *posibilidad* del movimiento real del automóvil. Únicamente se tiene información acerca de seis instantes de tiempo; no se tiene idea de lo que ocurrió entre los puntos de datos. La curva uniforme es una *suposición* de lo que ocurrió, pero tenga en mente que *sólo* es una suposición.

Si la curva uniforme representa el movimiento real del automóvil, la gráfica contiene información acerca de todo el intervalo de 50 s durante los que se observó el movimiento del automóvil. Es mucho más fácil ver los cambios en la posición a partir de la gráfica que de una descripción verbal o incluso de una tabla de números. Por ejemplo, es claro que el automóvil cubre más terreno durante la mitad del intervalo de 50 s que al final. Entre las posiciones Ⓒ y Ⓓ, el automóvil viaja casi 40 m, pero durante los últimos 10 s, entre las posiciones Ⓔ y Ⓕ, se mueve a menos de la mitad de esa distancia. Una forma común de comparar estos movimientos diferentes es dividir el desplazamiento Δx que se presenta entre dos lecturas de cronómetro entre el valor de dicho intervalo de tiempo particular Δt. El resultado evidencia ser una relación muy útil, una que se usará muchas veces. A esta relación se le ha dado un nombre especial: *velocidad promedio*. **La velocidad promedio $v_{x,\,\text{prom}}$ de una partícula se define como el desplazamiento Δx de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento**:

$$v_{x,\,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.2)$$

◀ Velocidad promedio

donde el subíndice x indica movimiento a lo largo del eje x. A partir de esta definición es claro que la velocidad promedio tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo (L/T), o metros por segundo en unidades del SI.

La velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es positiva o negativa, dependiendo del signo del desplazamiento. (El intervalo de tiempo Δt siempre es positivo.) Si la coordenada de la partícula aumenta en el tiempo (esto es, si $x_f > x_i$), Δx es positiva y $v_{x,\,\text{prom}} = \Delta x/\Delta t$ es positiva. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x positiva, esto es, hacia valores más grandes de x. Si la coordenada disminuye en el tiempo (esto es, si $x_f < x_i$), Δx es negativa y por lo tanto $v_{x,\,\text{prom}}$ es negativa. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x negativa.

La velocidad promedio se interpreta geométricamente al dibujar una línea recta entre dos puntos en la gráfica posición-tiempo en la figura 2.1b. Esta línea forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo de altura Δx y base Δt. La pendiente de esta línea es la proporción $\Delta x/\Delta t$, que se definió como velocidad promedio en la ecuación 2.2. Por ejemplo, la línea entre las posiciones Ⓐ y Ⓑ en la figura 2.1b tiene una pendiente igual a la velocidad promedio del automóvil entre dichos dos tiempos (52 m − 30 m)/(10 s − 0) = 2.2 m/s.

En el uso cotidiano, la *rapidez* y la *velocidad* promedio son intercambiables. De cualquier modo, en física, hay una clara distinción entre estas dos cantidades. Considere una competidora de maratón que corre una distancia d de más de 40 km y aún así termina en su punto de partida. Su desplazamiento total es cero, ¡así que su velocidad promedio es cero! No obstante, es necesario cuantificar cuán rápido corre. Una relación ligeramente diferente logra esto. La **rapidez promedio** v_{prom} de una partícula, una cantidad escalar, se define como la **distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia:**

Rapidez promedio ▶

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \tag{2.3}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.1

Rapidez promedio y velocidad promedio

La magnitud de la velocidad promedio *no* es la rapidez promedio. Por ejemplo, considere a la corredora de maratón que se analizó en la ecuación 2.3. La magnitud de su velocidad promedio es cero, pero su rapidez promedio claramente es distinta de cero.

La unidad del SI de la rapidez promedio es la misma que la unidad de velocidad promedio: metros por segundo. Sin embargo, a diferencia de la velocidad promedio, la rapidez promedio no tiene dirección y siempre se expresa como un número positivo. Advierta la clara distinción entre las definiciones de velocidad promedio y rapidez promedio: la velocidad promedio (ec. 2.2) es el *desplazamiento* dividido entre el intervalo de tiempo, mientras que la rapidez promedio (ec. 2.3) es la *distancia* dividida entre el intervalo de tiempo.

El conocimiento de la velocidad promedio o la rapidez promedio de una partícula no proporciona información acerca de los detalles del viaje. Por ejemplo, suponga que le toma 45.0 s andar 100 m por un largo corredor recto hacia su puerta de salida en el aeropuerto. En la marca de 100 m, se da cuenta de que pasó los baños y regresa 25.0 m a lo largo del mismo corredor, y faltan 10.0 s para el viaje de regreso. La magnitud de su *velocidad* promedio es +75.0 m/55.0 s = +1.36 m/s. La *rapidez* promedio para su viaje es 125 m/55.0 s = 2.27 m/s. Es posible que haya viajado a varias rapideces durante la caminata. Ninguna velocidad promedio ni rapidez promedio proporciona información acerca de estos detalles.

Pregunta rápida 2.1 ¿Bajo cuáles de las siguientes condiciones la magnitud de la velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es más pequeña que la rapidez promedio durante algún intervalo de tiempo? a) una partícula se mueve en la dirección $+x$ sin regresar, b) una partícula se mueve en la dirección $-x$ sin regresar, c) una partícula se mueve en la dirección $+x$ y luego invierte la dirección de su movimiento, d) no existen condiciones para que esto sea cierto.

EJEMPLO 2.1 Cálculo de velocidad y rapidez promedio

Encuentre el desplazamiento, velocidad promedio y rapidez promedio del automóvil de la figura 2.1a entre las posiciones Ⓐ y Ⓕ.

SOLUCIÓN

Consulte la figura 2.1 para formar una imagen mental del automóvil y su movimiento. Represente el automóvil como una partícula. A partir de la gráfica posición-tiempo dada en la figura 2.1b, note que $x_{Ⓐ} = 30$ m en $t_{Ⓐ} = 0$ s y que $x_{Ⓕ} = -53$ m en $t_{Ⓕ} = 50$ s.

Use la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento del automóvil: $\Delta x = x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ} = -53\text{ m} - 30\text{ m} = -83\text{ m}$

Este resultado significa que el automóvil termina 83 m en la dirección negativa (a la izquierda, en este caso) desde donde partió. Este número tiene las unidades correctas y es del mismo orden de magnitud que los datos proporcionados. Un vistazo rápido a la figura 2.1a indica que es la respuesta correcta.

Aplique la ecuación 2.2 para encontrar la velocidad promedio:

$$v_{x,\,\text{prom}} = \frac{x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ}}{t_{Ⓕ} - t_{Ⓐ}}$$

$$= \frac{-53\text{ m} - 30\text{ m}}{50\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{-83\text{ m}}{50\text{ s}} = \boxed{-1.7\text{ m/s}}$$

No es posible encontrar sin ambigüedad la rapidez promedio del automóvil a partir de los datos de la tabla 2.1, porque no se tiene información acerca de las posiciones del automóvil entre los puntos de datos. Si se adopta la suposición de que los detalles de la posición del automóvil se describen mediante la curva de la figura 2.1b, la distancia recorrida es 22 m (desde Ⓐ a Ⓑ) más 105 m (de Ⓑ a Ⓕ), para un total de 127 m.

Aplique la ecuación 2.3 para encontrar la rapidez promedio del automóvil:

$$v_{\text{prom}} = \frac{127\text{ m}}{50\text{ s}} = \boxed{2.5\text{ m/s}}$$

Note que la rapidez promedio es positiva, como debe ser. Considere que la curva café de la figura 2.1b fuese diferente de modo que entre 0 s y 10 s viaja desde Ⓐ a 100 m y luego regresa a Ⓑ. La rapidez promedio del automóvil cambiaría porque la distancia es diferente, pero la velocidad promedio no cambiaría.

2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

Con frecuencia es necesario conocer la velocidad de una partícula en un instante específico en el tiempo en lugar de la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo finito. En otras palabras, nos gustaría poder especificar su velocidad de manera tan precisa como detalla su posición al notar lo que ocurre en una lectura particular de reloj; esto es, en algún instante específico. ¿Qué significa hablar acerca de qué tan rápido se mueve algo si se "congela el tiempo" y sólo hablar acerca de un instante individual? A finales del siglo XII, con la invención del cálculo, los científicos empezaron a razonar las formas de describir el movimiento de un objeto en cualquier momento del tiempo.

Para ver cómo se hace esto, considere la figura 2.3a, que es una reproducción de la gráfica de la figura 2.1b. Ya se discutió la velocidad promedio para el intervalo durante el cual el automóvil se mueve desde la posición Ⓐ hasta la posición Ⓑ (dada por la pendiente de la línea azul) y para el intervalo durante el cual se mueve de Ⓐ a Ⓕ (representado por la pendiente de la línea azul más larga y que se calculó en el ejemplo 2.1). El automóvil comienza a moverse hacia la derecha, que se define como la dirección positiva. Debido a esto, al ser positivo, el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de Ⓐ a Ⓑ es más representativo de la velocidad inicial que el valor de la velocidad promedio durante el

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.2

Pendientes de gráficas

En cualquier gráfica de datos físicos, la *pendiente* es la relación del cambio en la cantidad representada en el eje vertical al cambio en la cantidad representada en el eje horizontal. Recuerde que *una pendiente tiene unidades* (a menos que ambos ejes tengan las mismas unidades). Las unidades de la pendiente de la figura 2.1b y la figura 2.3 son metros por segundo, las unidades de velocidad.

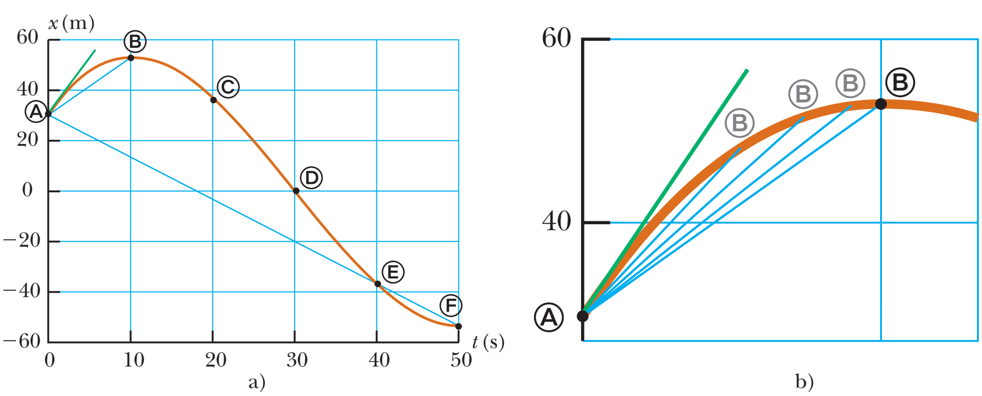


Figura 2.3 a) Gráfica que representa el movimiento del automóvil de la figura 2.1. b) Una ampliación de la esquina superior izquierda de la gráfica muestra cómo la línea azul entre las posiciones Ⓐ y Ⓑ tiende a la línea tangente verde conforme el punto Ⓑ se mueve más cerca del punto Ⓐ.

intervalo de Ⓐ a Ⓕ, que se determinó era negativa en el ejemplo 2.1. Ahora enfóquese en la línea azul corta y deslice el punto Ⓑ hacia la izquierda a lo largo de la curva, hacia el punto Ⓐ, como en la figura 2.3b. La línea entre los puntos se vuelve cada vez más inclinada, y conforme los dos puntos se vuelven en extremo próximos, la línea se convierte en una línea tangente a la curva, indicada por la línea verde en la figura 2.3b. La pendiente de esta línea tangente representa la velocidad del automóvil en el punto Ⓐ. Lo que se hizo fue determinar la *velocidad instantánea* en dicho momento. En otras palabras, **la velocidad instantánea v_x es igual al valor límite de la proporción $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero:**[1]

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.4}$$

En notación de cálculo, este límite se llama *derivada* de x respecto a t, que se escribe dx/dt:

Velocidad instantánea ►

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{2.5}$$

La velocidad instantánea puede ser positiva, negativa o cero. Cuando la pendiente de la gráfica posición-tiempo es positiva, como en cualquier momento durante los primeros 10 s en la figura 2.3, v_x es positiva y el automóvil se mueve hacia valores más grandes de x. Después del punto Ⓑ, v_x es negativa porque la pendiente es negativa y el automóvil se mueve hacia valores más pequeños de x. En el punto Ⓑ, la pendiente y la velocidad instantánea son cero y el automóvil está momentáneamente en reposo.

De aquí en adelante, se usa la palabra *velocidad* para designar velocidad instantánea. Cuando se esté interesado en *velocidad promedio*, siempre se usará el adjetivo *promedio*.

La **rapidez instantánea** de una partícula se define como la magnitud de su velocidad instantánea. Como con la rapidez promedio, la rapidez instantánea no tiene dirección asociada con ella. Por ejemplo, si una partícula tiene una velocidad instantánea de +25 m/s a lo largo de una línea dada y otra partícula tiene una velocidad instantánea de −25 m/s a lo largo de la misma línea, ambas tienen una rapidez[2] de 25 m/s.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.3

Rapidez instantánea y velocidad instantánea

En la *Prevención de riesgos ocultos* 2.1 se argumentó que la magnitud de la velocidad promedio no es la rapidez promedio. Sin embargo, la magnitud de la velocidad instantánea *es* la rapidez instantánea. En un intervalo de tiempo infinitesimal, la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida por la partícula.

Pregunta rápida 2.2 ¿Los integrantes de la patrulla de caminos están más interesados en a) la rapidez promedio o b) la rapidez instantánea mientras usted conduce?

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.2 La velocidad de diferentes objetos

Considere los siguientes movimientos unidimensionales: **A)** una bola lanzada directamente hacia arriba llega al punto más alto y cae de vuelta hacia la mano del lanzador; **B)** un automóvil de carreras parte del reposo y aumenta su rapidez hasta 100 m/s; y **C)** una nave espacial navega por el espacio con velocidad constante. ¿Existen algunos puntos en el movimiento de estos objetos donde la velocidad instantánea tenga el mismo valor que la velocidad promedio durante todo el movimiento? Si es así, identifique el(los) punto(s).

SOLUCIÓN

A) La velocidad promedio para la bola lanzada es cero porque la bola regresa al punto de partida; por lo tanto, su desplazamiento es cero. Hay un punto donde la velocidad instantánea es cero: en lo alto del movimiento.

B) La velocidad promedio del automóvil no se puede evaluar sin ambigüedad con la información dada, pero debe tener algún valor entre 0 y 100 m/s. Puesto que el automóvil tendrá una velocidad instantánea entre 0 y 100 m/s en algún momento durante el intervalo, debe haber algún instante cuando la velocidad instantánea sea igual a la velocidad promedio durante todo el movimiento.

C) Puesto que la velocidad instantánea de la nave espacial es constante, su velocidad instantánea en *cualquier* tiempo y su velocidad promedio durante *cualquier* intervalo de tiempo son iguales.

[1] Observe que el desplazamiento Δx también tiende a cero conforme Δt tiende a cero, de modo que la proporción parece 0/0. Como Δx y Δt se vuelven cada vez más pequeños, la proporción $\Delta x/\Delta t$ tiende a un valor igual a la pendiente de la línea tangente a la curva x en función de t.

[2] Como con la velocidad, se quita el adjetivo para rapidez instantánea. "Rapidez" significa rapidez instantánea.

EJEMPLO 2.3 Velocidad promedio e instantánea

Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$, donde x está en metros y t está en segundos.[3] La gráfica posición-tiempo para este movimiento se muestra en la figura 2.4. Note que la partícula se mueve en la dirección x negativa durante el primer segundo de movimiento, en el momento $t = 1$ s está momentáneamente en reposo y se mueve en la dirección x positiva en tiempos $t > 1$ s.

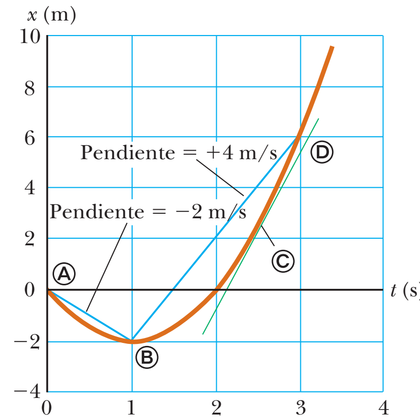


Figura 2.4 (Ejemplo 2.3) Gráfica posición-tiempo para una partícula que tiene una coordenada x que varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$.

A) Determine el desplazamiento de la partícula en los intervalos de tiempo $t = 0$ a $t = 1$ s y $t = 1$ s a $t = 3$ s.

SOLUCIÓN

A partir de la gráfica de la figura 2.4, elabore una representación mental del movimiento de la partícula. Tenga en mente que la partícula no se mueve en una trayectoria curva en el espacio, tal como la que muestra la curva café en la exposición gráfica. La partícula se mueve sólo a lo largo del eje x en una dimensión. En $t = 0$, ¿se mueve a la derecha o a la izquierda?

Durante el primer intervalo de tiempo, la pendiente es negativa y por lo tanto la velocidad promedio es negativa. En consecuencia, se sabe que el desplazamiento entre Ⓐ y Ⓑ debe ser un número negativo que tiene unidades de metros. De igual modo, se espera que el desplazamiento entre Ⓑ y Ⓓ sea positivo.

En el primer intervalo de tiempo, haga $t_i = t_{\text{Ⓐ}} = 0$ y $t_f = t_{\text{Ⓑ}} = 1$ s y aplique la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento:

$$\Delta x_{\text{Ⓐ}\to\text{Ⓑ}} = x_f - x_i = x_{\text{Ⓑ}} - x_{\text{Ⓐ}}$$
$$= [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] = \boxed{-2 \text{ m}}$$

Para el segundo intervalo de tiempo ($t = 1$ s a $t = 3$ s), sea $t_i = t_{\text{Ⓑ}} = 1$ s y $t_f = t_{\text{Ⓓ}} = 3$ s:

$$\Delta x_{\text{Ⓑ}\to\text{Ⓓ}} = x_f - x_i = x_{\text{Ⓓ}} - x_{\text{Ⓑ}}$$
$$= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] = \boxed{+8 \text{ m}}$$

También es posible leer estos desplazamientos directamente de la gráfica posición-tiempo.

B) Calcule la velocidad promedio durante estos dos intervalos de tiempo.

SOLUCIÓN

En el primer intervalo de tiempo, aplique la ecuación 2.2 con $\Delta t = t_f - t_i = t_{\text{Ⓑ}} - t_{\text{Ⓐ}} = 1$ s:

$$v_{x,\ \text{prom}\,(\text{Ⓐ}\to\text{Ⓑ})} = \frac{\Delta x_{\text{Ⓐ}\to\text{Ⓑ}}}{\Delta t} = \frac{-2 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \boxed{-2 \text{ m/s}}$$

En el segundo intervalo de tiempo, $\Delta t = 2$ s:

$$v_{x,\ \text{prom}\,(\text{Ⓑ}\to\text{Ⓓ})} = \frac{\Delta x_{\text{Ⓑ}\to\text{Ⓓ}}}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = \boxed{+4 \text{ m/s}}$$

Estos valores son los mismos que las pendientes de las líneas que unen estos puntos en la figura 2.4.

C) Encuentre la velocidad instantánea de la partícula en $t = 2.5$ s.

SOLUCIÓN

Mida la pendiente de la línea verde en $t = 2.5$ s (punto Ⓒ) en la figura 2.4:

$$v_x = \boxed{+6 \text{ m/s}}$$

Aprecie que esta velocidad instantánea está en el mismo orden de magnitud que los resultados anteriores; esto es, unos cuantos metros por segundo. ¿Esto es lo que habría esperado?

[3] Simplemente para facilitar la lectura, la expresión se escribe como $x = -4t + 2t^2$ en lugar de $x = (-4.00 \text{ m/s})t + (2.00 \text{ m/s}^2)t^{2.00}$. Cuando una ecuación resuma observaciones, considere que sus coeficientes tienen tantos dígitos significativos como otros datos citados en el problema. Considere que sus coeficientes tienen las unidades requeridas para una consistencia dimensional. Cuando inicie el cronómetro en $t = 0$, por lo general no se tiene la intención de limitar la precisión a un solo dígito. Considere que cualquier valor cero en este libro tiene tantas cifras significativas como necesite.

2.3 Modelos de análisis: La partícula bajo velocidad constante

Una técnica importante en la solución de problemas físicos es usar *modelos de análisis*. Tales modelos ayudan a analizar situaciones comunes en problemas físicos y lo guían hacia una solución. Un **modelo de análisis** es un problema que se ha resuelto. Es una de cualquiera de las dos descripciones siguientes 1) el comportamiento de alguna entidad física o 2) la interacción entre dicha entidad y el entorno. Cuando encuentre un nuevo problema, debe identificar los detalles fundamentales del mismo e intentar reconocer cuál de los tipos de problemas que ya resolvió sirve como modelo para el nuevo. Por ejemplo, suponga que un automóvil se mueve a lo largo de una autopista recta con una rapidez constante. ¿Es importante que sea un automóvil? ¿Es importante que sea una autopista? Si las respuestas a ambas preguntas son no, represente el automóvil como *una partícula bajo velocidad constante*, que se discutirá en esta sección.

Este método es un poco similar a la práctica común de la profesión legal de encontrar "antecedentes legales". Si encuentra un caso resuelto con anterioridad que sea muy similar, en cuanto a lo legal, al actual, se ofrece como modelo y se plantea un argumento en la corte que los lige en términos lógicos. Por lo tanto el fallo en el caso previo se usa para influir en el fallo del caso actual. En física sucederá algo similar. Para un problema determinado busque un "precedente físico", un modelo con el que ya esté familiarizado y que sea aplicable al problema actual.

Los modelos de análisis se generarán respecto a cuatro modelos de simplificación fundamentales. El primero es el modelo de partícula discutido en la introducción de este capítulo; se observará una partícula bajo varios comportamientos e interacciones ambientales. En capítulos siguientes se introducen más modelos de análisis en función de modelos de simplificación de un *sistema*, un *objeto rígido* y una *onda*. Una vez introducidos dichos modelos de análisis, se verá que aparecen de nuevo una y otra vez en diferentes situaciones de problemas.

Aplique la ecuación 2.2 para construir el primer modelo de análisis para resolver problemas. Considere una partícula que se mueve con una velocidad constante. El modelo de **partícula bajo velocidad constante** se aplica a *cualquier* situación en la que una entidad que se pueda representar como partícula se mueva con velocidad constante. Esta situación ocurre con frecuencia, de modo que este modelo es importante.

Si la velocidad de una partícula es constante, su velocidad instantánea en cualquier instante durante un intervalo de tiempo es la misma que la velocidad promedio durante el intervalo. Esto es, $v_x = v_{x,\,\text{prom}}$. Debido a esto, la ecuación 2.2 produce una ecuación útil para la representación matemática de esta situación:

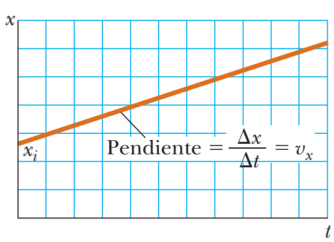


Figura 2.5 Gráfica posición-tiempo para una partícula bajo velocidad constante. El valor de la velocidad constante es la pendiente de la línea.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Al recordar que $\Delta x = x_f - x_i$, se ve que $v_x = (x_f - x_i)/\Delta t$, o bien

$$x_f = x_i + v_x \Delta t$$

Esta ecuación dice que la posición de la partícula se conoce por la suma de su posición original x_i en el tiempo $t = 0$ más el desplazamiento $v_x \Delta t$ que ocurre durante el intervalo de tiempo Δt. En la práctica, por lo general se elige el tiempo al principio del intervalo como $t_i = 0$ y el tiempo al final del intervalo como $t_f = t$, de modo que la ecuación se convierte en

Posición como una función del tiempo ►

$$x_f = x_i + v_x t \quad (\text{para } v_x \text{ constante}) \qquad \textbf{(2.7)}$$

Las ecuaciones 2.6 y 2.7 son las ecuaciones básicas que se utilizan en el modelo de una partícula bajo velocidad constante. Se aplica a partículas u objetos que se representan como partículas.

La figura 2.5 es una exposición gráfica de la partícula bajo velocidad constante. En esta gráfica posición-tiempo, la pendiente de la línea que representa el movimiento es constante e igual a la magnitud de la velocidad. La ecuación 2.7, que es la ecuación de una línea recta, es la representación matemática del modelo de partícula bajo velocidad constante. La pendiente de la línea recta es v_x y la ordenada al origen y es x_i en ambas representaciones.

EJEMPLO 2.4 Modelado de un corredor como partícula

Una científica estudia la biomecánica del cuerpo humano. Ella determina la velocidad de un sujeto experimental mientras corre a lo largo de una línea recta con una rapidez constante. La científica activa el cronómetro cuando el corredor pasa por un punto conocido y lo detiene después de que el corredor pasa por otro punto a 20 m de distancia. El intervalo de tiempo que indica el cronómetro es 4.0 s.

A) ¿Cuál es la velocidad del corredor?

SOLUCIÓN

Piense acerca del corredor en movimiento. El corredor se representa como partícula porque su tamaño y el movimiento de brazos y piernas son detalles innecesarios. Puesto que el problema establece que el sujeto corre con una rapidez constante, se representa como una partícula bajo velocidad constante.

Aplique la ecuación 2.6 para encontrar la velocidad constante del corredor:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m} - 0}{4.0 \text{ s}} = \boxed{5.0 \text{ m/s}}$$

B) Si el corredor continúa su movimiento después de desactivar el cronómetro, ¿cuál es su posición después de transcurridos 10 s?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.7 y la velocidad que encontró en el inciso A) para descubrir la posición de la partícula en el tiempo $t = 10$ s:

$$x_f = x_i + v_x t = 0 + (5.0 \text{ m/s})(10 \text{ s}) = \boxed{50 \text{ m}}$$

Note que este valor es más del doble que el de la posición de 20 m donde se desactivó el cronómetro. ¿Este valor es consistente con el tiempo de 10 s que es más del doble que el tiempo de 4.0 s?

Las manipulaciones matemáticas para la partícula bajo velocidad constante están contenidas de la ecuación 2.6 y su descendente, la ecuación 2.7. Estas ecuaciones sirven para resolver cualquier variable que resulte desconocida en las ecuaciones, si las otras variables son conocidas. Por ejemplo, en el inciso B) del ejemplo 2.4, se encuentra la posición cuando la velocidad y el tiempo se conocen. De igual modo, si se conocen la velocidad y la posición final, se aplica la ecuación 2.7 para encontrar el tiempo cuando el corredor está en dicha posición.

Una partícula bajo velocidad constante se mueve con una rapidez constante a lo largo de una línea recta. Ahora considere una partícula que se mueve con una rapidez constante a lo largo de una trayectoria curva. Esta situación se representa con el modelo de **partícula bajo rapidez constante**. La ecuación básica para este modelo es la ecuación 2.3, con la rapidez promedio v_{prom} sustituida por la rapidez constante v:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \tag{2.8}$$

Como ejemplo, considere una partícula que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular. Si la rapidez es 5.00 m/s y el radio de la trayectoria es de 10.0 m, se calcula el intervalo de tiempo requerido para completar un viaje alrededor del círculo:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\ (10.0 \text{ m})}{5.00 \text{ m/s}} = 12.6 \text{ s}$$

2.4 Aceleración

En el ejemplo 2.3 se trabajó con una situación común en la cual la velocidad de una partícula cambia mientras se mueve. Cuando la velocidad de ésta cambia con el tiempo, se dice que la partícula *acelera*. Por ejemplo, la magnitud de la velocidad de un automóvil aumenta cuando se pisa el acelerador y disminuye cuando se aplican los frenos. Vea cómo cuantificar la aceleración.

Considere que un objeto representado como una partícula en movimiento a lo largo del eje x tiene una velocidad inicial v_{xi} en el tiempo t_i y una velocidad final v_{xf} en el tiempo t_f, como en la figura 2.6a. La **aceleración promedio** $a_{x,\,\text{prom}}$ de la partícula se define como el *cambio* en velocidad Δv_x dividido por el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre el cambio:

Aceleración promedio ▶

$$a_{x,\,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \tag{2.9}$$

Como con la velocidad, cuando el movimiento a analizar sea unidimensional, se usan los signos positivo y negativo para indicar la dirección de la aceleración. Puesto que las dimensiones de velocidad son L/T y la dimensión de tiempo es T, la aceleración tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo al cuadrado, o L/T^2. La unidad del SI de aceleración es metros por segundo al cuadrado (m/s^2). Es más sencillo interpretar estas unidades si piensa en ellas como metros por segundo por segundo. Por ejemplo, considere que un objeto tiene una aceleración de $+2\ m/s^2$. Debe formar una imagen mental del objeto que tiene una velocidad a lo largo de una línea recta y aumenta 2 m/s durante cada intervalo de 1 s. Si el objeto parte del reposo, debe ser capaz de representarlo moviéndose con una velocidad de +2 m/s después de 1 s, a +4 m/s después de 2 s, etcétera.

En algunas situaciones el valor de la aceleración promedio puede ser diferente durante distintos intervalos de tiempo. Por lo tanto, es útil definir la **aceleración instantánea** como el límite de la aceleración promedio conforme Δt tiende a cero. Este concepto es análogo a la definición de velocidad instantánea discutida en la sección 2.2. Si consideramos que el punto Ⓐ se acerca más y más al punto Ⓑ en la figura 2.6a y toma el límite de $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero, se obtiene la aceleración instantánea en el punto Ⓑ:

Aceleración instantánea ▶

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \tag{2.10}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.4
Aceleración negativa

Tenga en mente que *la aceleración negativa no necesariamente significa que un objeto está frenando*. Si la aceleración es negativa y la velocidad es negativa, ¡el objeto está aumentando velocidad!

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.5
Desaceleración

La palabra *desaceleración* tiene la connotación popular de *frenar*. En este libro no se usará esta palabra porque confunde la definición dada para aceleración negativa.

Esto es: **la aceleración instantánea es igual a la derivada de la velocidad respecto al tiempo**, que por definición es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo. La pendiente de la línea verde en la figura 2.6b es igual a la aceleración instantánea en el punto Ⓑ. En consecuencia, tal como la velocidad de una partícula en movimiento es la pendiente en un punto sobre la gráfica x–t de la partícula, la aceleración de una partícula es la pendiente en un punto sobre la gráfica v_x–t de la partícula. Uno puede interpretar la derivada de la velocidad respecto al tiempo como la relación de cambio de velocidad en el tiempo. Si a_x es positivo, la aceleración está en la dirección x positiva; si a_x es negativa, la aceleración está en la dirección x negativa.

Para el caso de movimiento en una línea recta, la dirección de la velocidad de un objeto y la dirección de su aceleración se relacionan del modo siguiente. **Cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena**.

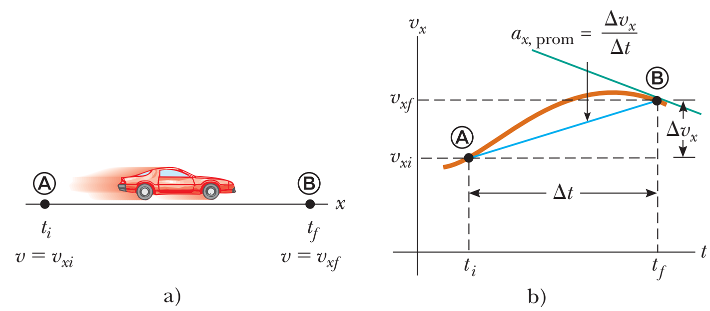


Figura 2.6 a) Un automóvil, modelado como partícula, que se mueve a lo largo del eje x de Ⓐ a Ⓑ, tiene velocidad v_{xi} en $t = t_i$ y velocidad v_{xf} en $t = t_f$. b) Gráfica velocidad-tiempo (café) para la partícula que se mueve en una línea recta. La pendiente de la línea recta azul que conecta Ⓐ y Ⓑ es la aceleración promedio del automóvil durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$. La pendiente de la línea verde es la aceleración instantánea del automóvil en el punto Ⓑ.

Para ayudar con esta discusión de los signos de velocidad y aceleración, se relaciona la aceleración de un objeto con la *fuerza* total ejercida sobre el objeto. En el capítulo 5 se establece formalmente que **la fuerza es proporcional a la aceleración**:

$$F_x \propto a_x \tag{2.11}$$

Esta proporcionalidad indica que la aceleración es causada por una fuerza. Más aún, fuerza y aceleración son vectores, y los vectores actúan en la misma dirección. Debido a esto, piense acerca de los signos de la velocidad y la aceleración al considerar una fuerza aplicada a un objeto y que causa su aceleración. Suponga que velocidad y aceleración están en la misma dirección. Esta situación corresponde a un objeto que experimenta una fuerza que actúa en la misma dirección que su velocidad. En este caso, ¡el objeto aumenta su velocidad! Ahora suponga que velocidad y aceleración están en direcciones opuestas. En esta situación, el objeto se mueve en alguna dirección y experimenta una fuerza que actúa en la dirección opuesta. Por lo tanto, ¡el objeto frena! Es muy útil igualar la dirección de la aceleración a la dirección de una fuerza, porque es más fácil, a partir de la experiencia cotidiana, pensar acerca de qué efecto tendrá una fuerza sobre un objeto que pensar sólo en términos de la dirección de la aceleración.

Pregunta rápida 2.3 Si un automóvil viaja hacia el este y frena, ¿cuál es la dirección de la fuerza sobre el automóvil que hace que frene? a) hacia el este, b) hacia el oeste, c) ni al este ni al oeste.

Desde ahora se usará el término *aceleración* para dar a entender aceleración instantánea. Cuando se hable de aceleración promedio, siempre se usará el adjetivo *promedio*. Puesto que $v_x = dx/dt$, la aceleración también se escribe como

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{2.12}$$

Esto es: en un movimiento unidimensional, la aceleración es igual a la *segunda derivada* de x respecto del tiempo.

La figura 2.7 ilustra cómo una gráfica aceleración-tiempo se relaciona con una gráfica velocidad-tiempo. La aceleración en cualquier tiempo es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en dicho tiempo. Los valores positivos de la aceleración corresponden a los puntos en la figura 2.7a donde la velocidad aumenta en la dirección x positiva. La aceleración alcanza un máximo en el tiempo $t_{Ⓐ}$, cuando la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo es un máximo. Después, la aceleración llega a cero en el tiempo $t_{Ⓑ}$, cuando la velocidad es un máximo (esto es: cuando la pendiente de la gráfica $v_x - t$ es cero). La aceleración es negativa cuando la velocidad disminuye en la dirección x positiva, y llega a su valor más negativo en el tiempo $t_{Ⓒ}$.

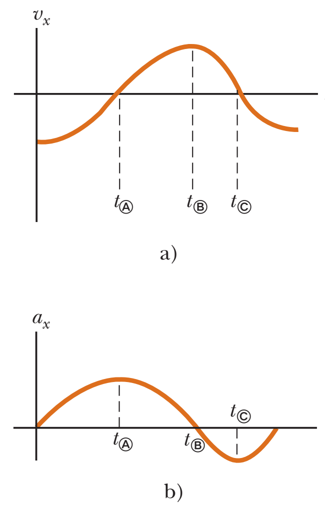


Figura 2.7 La aceleración instantánea se obtiene de la gráfica velocidad-tiempo a). En cada instante, la aceleración en la gráfica de a_x en función de t b) es igual a la pendiente de la línea tangente a la curva de v_x en función de t a).

Pregunta rápida 2.4 Haga una gráfica velocidad-tiempo para el automóvil de la figura 2.1a. El límite de rapidez que se ve en la señal del camino es 30 km/h. ¿Cierto o falso? El automóvil supera el límite de rapidez en algún momento dentro del intervalo de tiempo $0 - 50$ s.

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.5 Relaciones gráficas entre x, v_x y a_x

La posición de un objeto que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo, como en la figura 2.8a. Grafique la velocidad en función del tiempo y la aceleración en función del tiempo para el objeto.

SOLUCIÓN

La velocidad en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica x–t en dicho instante. Entre $t = 0$ y $t = t_{Ⓐ}$, la pendiente de la gráfica x-t aumenta uniformemente, de modo que la velocidad aumenta linealmente como se muestra en la figura 2.8b. Entre $t_{Ⓐ}$ y $t_{Ⓑ}$, la pendiente de la gráfica x–t es constante, de esa manera la velocidad permanece constante. Entre $t_{Ⓑ}$ y $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t disminuye, de igual manera el valor de la velocidad en la gráfica v_x–t disminuye. En $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, por eso la velocidad es cero en dicho instante. Entre $t_{Ⓓ}$ y $t_{Ⓔ}$, la pendiente de la gráfica x–t y debido a esto la velocidad son negativas y disminuyen uniformemente en este intervalo. En el intervalo $t_{Ⓔ}$ a $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t todavía es negativa, y en $t_{Ⓕ}$ va a cero. Por último, después de $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, lo que significa que el objeto está en reposo para $t > t_{Ⓕ}$.

La aceleración en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica v_x–t en dicho instante. En la figura 2.8c se muestra la gráfica de aceleración en funció del tiempo para ese objeto. La aceleración es constante y positiva entre 0 y $t_{\text{Ⓐ}}$, donde la pendiente de la gráfica v_x–t es positiva. Es cero entre $t_{\text{Ⓐ}}$ y $t_{\text{Ⓑ}}$ y para $t > t_{\text{Ⓕ}}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es cero en estos tiempos. Es negativa entre $t_{\text{Ⓑ}}$ y $t_{\text{Ⓔ}}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es negativa durante ese intervalo. Entre $t_{\text{Ⓔ}}$ y $t_{\text{Ⓕ}}$ la aceleración es positiva como lo es entre 0 y $t_{\text{Ⓐ}}$, pero mayor en valor porque la pendiente de la gráfica v_x–t es más inclinada.

Advierta que los cambios súbitos en aceleración que se muestran en la figura 2.8c no son físicos. Tales cambios instantáneos no ocurren en la realidad.

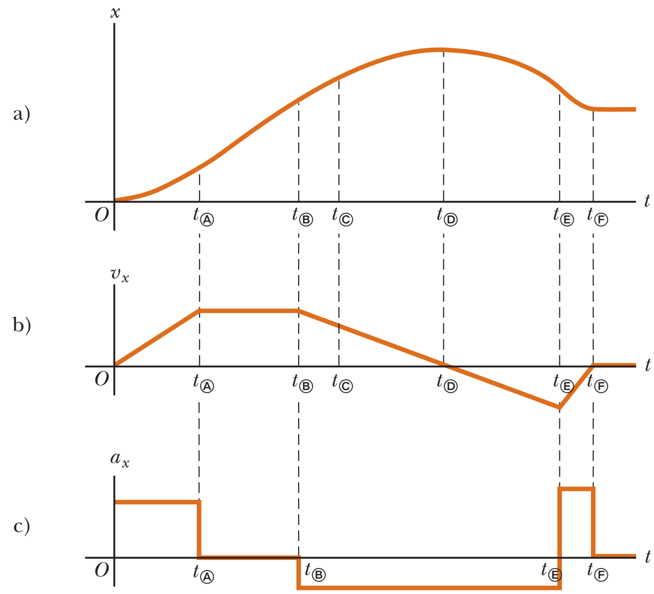


Figura 2.8 (Ejemplo 2.5) a) Gráfica posición-tiempo para un objeto que se mueve a lo largo del eje x. b) La gráfica velocidad-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica posición-tiempo en cada instante. c) La gráfica aceleración-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en cada instante.

EJEMPLO 2.6 Aceleración promedio e instantánea

La velocidad de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía de acuerdo con la expresión $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s, donde t está en segundos.

A) Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

Piense qué hace la partícula a partir de la representación matemática. ¿Se mueve en $t = 0$? ¿En qué dirección? ¿Aumenta velocidad o frena? La figura 2.9 es una gráfica v_x–t que se creó a partir de la expresión de velocidad en función del tiempo dada en el enunciado del problema. Puesto que la pendiente de toda la curva v_x–t es negativa, se espera que la aceleración sea negativa.

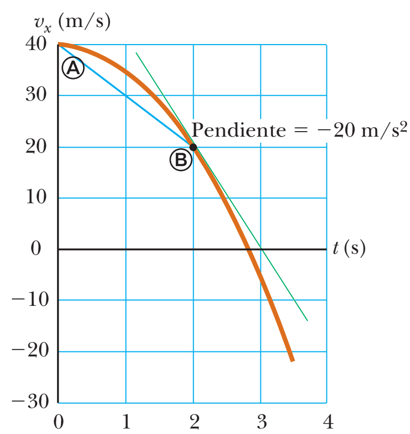


Figura 2.9 (Ejemplo 2.6) Gráfica velocidad-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la expresión $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s. La aceleración en $t = 2$ s es igual a la pendiente de la línea tangente verde en dicho tiempo.

Encuentre las velocidades en $t_i = t_{\text{Ⓐ}} = 0$ y $t_f = t_{\text{Ⓑ}} = 2.0$ s al sustituir estos valores de t en la expresión para la velocidad:

$$v_{x\text{Ⓐ}} = (40 - 5t_{\text{Ⓐ}}^2)\text{ m/s} = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +40\text{ m/s}$$

$$v_{x\text{Ⓑ}} = (40 - 5t_{\text{Ⓑ}}^2)\text{ m/s} = [40 - 5(2.0)^2]\text{ m/s} = +20\text{ m/s}$$

Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo especificado $\Delta t = t_{\text{Ⓑ}} - t_{\text{Ⓐ}} = 2.0$ s:

$$a_{x,\text{ prom}} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{x\text{Ⓑ}} - v_{x\text{Ⓐ}}}{t_{\text{Ⓑ}} - t_{\text{Ⓐ}}} = \frac{(20 - 40)\text{ m/s}}{(2.0 - 0)\text{ s}}$$

$$= \boxed{-10\text{ m/s}^2}$$

El signo negativo es consistente con las expectativas, a saber: que la aceleración, representada por la pendiente de la línea que une los puntos inicial y final en la gráfica velocidad-tiempo, es negativa.

B) Determine la aceleración en $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

Al saber que la velocidad inicial en cualquier tiempo t es $v_{xi} = (40 - 5t^2)$ m/s, encuentre la velocidad en cualquier tiempo ulterior $t + \Delta t$:

$$v_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

Encuentre el cambio en velocidad en el intervalo de tiempo Δt:

$$\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi} = [-10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2] \text{ m/s}$$

Para encontrar la aceleración en cualquier tiempo t, divida esta expresión entre Δt y tome el límite del resultado conforme Δt tiende a cero:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t \text{ m/s}^2$$

Sustituya $t = 2.0$ s:

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = \boxed{-20 \text{ m/s}^2}$$

Puesto que la velocidad de la partícula es positiva y la aceleración es negativa en este instante, la partícula disminuye su veocidad.

Note que las respuestas a los incisos A) y B) son diferentes. La aceleración promedio en A) es la pendiente de la línea azul que en la figura 2.9 conecta los puntos Ⓐ y Ⓑ. La aceleración instantánea en B) es la pendiente de la línea verde tangente a la curva en el punto Ⓑ. Repare también en que la aceleración *no* es constante en este ejemplo. Las situaciones que involucran aceleración constante se tratan en la sección 2.6.

Hasta el momento se han evaluado las derivadas de una función al comenzar con la definición de la función y luego tomar el límite de una relación específica. Si está familiarizado con el cálculo, reconocerá que hay reglas específicas para tomar derivadas. Estas reglas, que se mencionan en el apéndice B.6, le permiten evaluar derivadas rápidamente. Por ejemplo, una regla dice que la derivada de cualquier constante es cero. Como otro ejemplo, considere que x es proporcional a alguna potencia de t, como en la expresión

$$x = At^n$$

donde A y n son constantes. (Esta expresión es una forma funcional muy común.) La derivada de x respecto a t es

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

Al aplicar esta regla al ejemplo 2.5, en el que $v_x = 40 - 5t^2$, de inmediato se encuentra que la aceleración es $ax = dv_x/dt = -10t$.

2.5 Diagramas de movimiento

Con frecuencia los conceptos de velocidad y aceleración se confunden uno con otro, pero en realidad son cantidades muy diferentes. Al formar una representación mental de un objeto en movimiento, a veces es útil usar una representación pictórica llamada *diagrama de movimiento* para describir la velocidad y la aceleración mientras un objeto está en movimiento.

Un diagrama de movimiento se forma al considerar una fotografía *estroboscópica* de un objeto en movimiento, que muestra varias imágenes del objeto tomadas conforme la luz estroboscópica destella en intervalos constantes. La figura 2.10 representa tres conjuntos de fotografías estroboscópicas de automóviles que se mueven a lo largo de una autopista recta en una sola dirección, de izquierda a derecha. Los intervalos de tiempo entre los destellos del estroboscopio son iguales en cada parte del diagrama. De modo que, para no confundir las dos cantidades vectoriales, en la figura 2.10 se usa rojo para los vectores velocidad y violeta para los vectores aceleración. Los vectores se muestran en varios instantes durante el movimiento del objeto. Describa el movimiento del automóvil en cada diagrama.

En la figura 2.10a, las imágenes del automóvil están igualmente espaciadas, lo que muestra que el automóvil se mueve a través del mismo desplazamiento en cada intervalo de tiempo. Este espaciamiento igual es consistente con el automóvil que se mueve con *velocidad positiva constante* y *aceleración cero.*

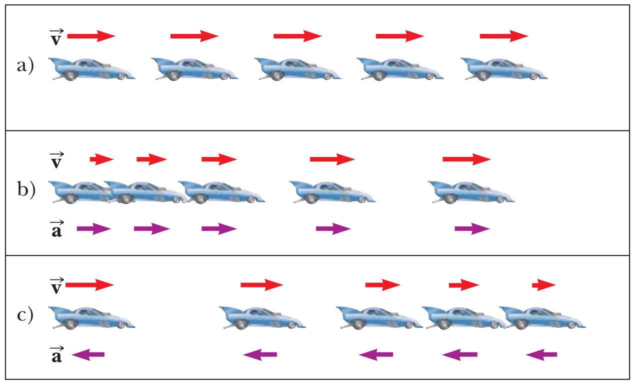


Figura 2.10 a) Diagrama de movimiento para un automóvil que se mueve con velocidad constante (aceleración cero). b) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección de su velocidad. El vector velocidad en cada instante se indica mediante una flecha roja y la aceleración constante se indica mediante una flecha violeta. c) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección *opuesta* a la velocidad en cada instante.

Se podría representar el automóvil como una partícula y describirlo con el modelo de partícula bajo velocidad constante.

En la figura 2.10b, las imágenes se separan más conforme avanza el tiempo. En este caso, el vector velocidad aumenta en longitud con el tiempo, porque el desplazamiento del automóvil entre posiciones adyacentes aumenta en el tiempo. Esta característica sugiere que el automóvil se mueve con una *velocidad positiva* y una *aceleración positiva*. La velocidad y la aceleración están en la misma dirección. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala al automóvil en la misma dirección en que se mueve: aumenta velocidad.

En la figura 2.10c, el automóvil frena conforme se mueve a la derecha porque su desplazamiento entre imágenes adyacentes disminuye con el tiempo. Este caso sugiere que el automóvil se mueve hacia la derecha con una aceleración negativa. La longitud del vector velocidad disminuye en el tiempo y eventualmente llega a cero. A partir de este diagrama se ve que los vectores aceleración y velocidad *no* están en la misma dirección. El automóvil se mueve con una *velocidad positiva*, pero con una *aceleración negativa*. (Este tipo de movimiento se muestra para un automóvil que derrapa hasta detenerse después de aplicar los frenos.) La velocidad y la aceleración están en direcciones opuestas. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala el automóvil en dirección opuesta a la que se mueve: frena.

Los vectores aceleración violeta en los incisos b) y c) de la figura 2.10 tienen todos la misma longitud. Por lo tanto, estos diagramas representan movimiento de una *partícula bajo aceleración constante*. Este modelo importante de análisis se discutirá en la siguiente sección.

Pregunta rápida 2.5 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? a) Si un automóvil viaja hacia el este, su aceleración debe estar hacia el este. b) Si un automóvil frena, su aceleración debe ser negativa. c) Una partícula con aceleración constante nunca puede detenerse ni permanecer detenida.

2.6 La partícula bajo aceleración constante

Si la aceleración de una partícula varía con el tiempo, su movimiento es complejo y difícil de analizar. Sin embargo, un tipo muy común y simple de movimiento unidimensional, es aquel en el que la aceleración es constante. En tal caso, la aceleración promedio $a_{x,\,\text{prom}}$ en cualquier intervalo de tiempo es numéricamente igual a la aceleración instantánea a_x en cualquier instante dentro del intervalo, y la velocidad cambia con la misma proporción a lo largo del movimiento. Esta situación ocurre con suficiente frecuencia como para que se le identifique como un modelo de análisis: la **partícula bajo aceleración constante**. En la discusión que sigue se generan varias ecuaciones que describen el movimiento de una partícula para este modelo.

Si en la ecuación 2.9 sustituye $a_{x,\,\text{prom}}$ con a_x y toma $t_i = 0$ y t_f como cualquier tiempo t posterior, se encuentra que

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

o

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.13}$$

Esta poderosa expresión permite determinar la velocidad de un objeto en *cualquier* tiempo t, si se conoce la velocidad inicial v_{xi} del objeto y su aceleración a_x (constante). En la figura 2.11b se muestra una gráfica velocidad-tiempo para este movimiento con aceleración constante. La gráfica es una línea recta, cuya pendiente es la aceleración a_x; la pendiente (constante) es consistente con $a_x = dv_x/dt$ constante. Note que la pendiente es positiva, lo que indica una aceleración positiva. Si la aceleración fuese negativa, la pendiente de la línea en la figura 2.11b sería negativa. Cuando la aceleración es constante, la gráfica de aceleración en función del tiempo (figura 2.11c) es una línea recta que tiene una pendiente cero.

Puesto que la velocidad con aceleración constante varía linealmente en el tiempo, de acuerdo con la ecuación 2.13, se expresa la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo como la media aritmética de la velocidad inicial v_{xi} y la velocidad final v_{xf}:

$$v_{x,\,\text{prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.14}$$

Note que esta expresión para la velocidad promedio *sólo* se aplica en situaciones en que la aceleración es constante.

Ahora es necesario aplicar las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.14 para obtener la posición de un objeto como función del tiempo. Al recordar que Δx en la ecuación 2.2 representa $x_f - x_i$ y reconocer que $\Delta t = t_f - t_i = t - 0 = t$, se encuentra que

$$x_f - x_i = v_{x,\,\text{prom}}\, t = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.15}$$

◄ Posición como una función de la velocidad y el tiempo

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de las velocidades inicial y final.

Otra expresión útil para la posición de una partícula bajo aceleración constante se obtiene al sustituir la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)]t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \quad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.16}$$

◄ Posición como una función del tiempo

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de la velocidad inicial y la aceleración constante.

La gráfica posición-tiempo para movimiento con aceleración constante (positiva) que se muestra en la figura 2.11a se obtiene de la ecuación 2.16. Perciba que la curva es una parábola. La pendiente de la línea tangente a esta curva en $t = 0$ es igual a la velocidad inicial v_{xi}, y la pendiente de la línea tangente en cualquier tiempo posterior t es igual a la velocidad v_{xf} en dicho tiempo.

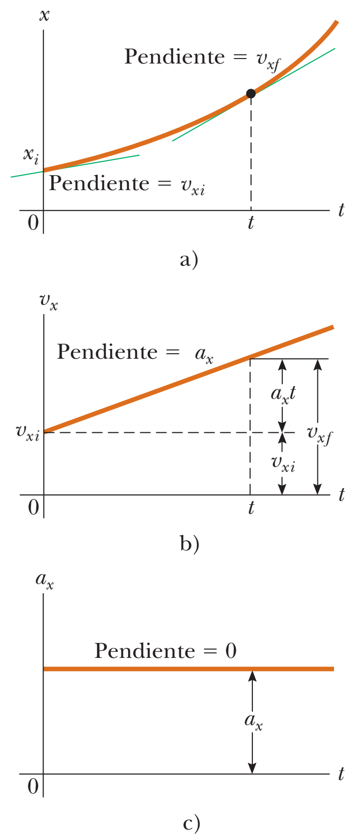


Figura 2.11 Una partícula bajo aceleración constante a_x que se mueve a lo largo del eje x: a) gráfica posición-tiempo, b) gráfica velocidad-tiempo y c) gráfica aceleración-tiempo.

Por último, es posible obtener una expresión para la velocidad final que no contenga tiempo como variable al sustituir el valor de t de la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = x_i + \frac{v_{xf}{}^2 - v_{xi}{}^2}{2a_x}$$

Velocidad como una función de la posición ▶

$$v_{xf}{}^2 = v_{xi}{}^2 + 2a_x\,(x_f - x_i) \quad \text{(para } a_x \text{ constante)} \tag{2.17}$$

Esta ecuación proporciona la velocidad final en términos de la velocidad inicial, la aceleración constante y la posición de la partícula.

Para movimiento con aceleración *cero*, se ve de las ecuaciones 2.13 y 2.16 que

$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} = v_x \\ x_f &= x_i + v_x t \end{aligned}\right\} \quad \text{cuando } a_x = 0$$

Esto es, cuando la aceleración de una partícula es cero, su velocidad es constante y su posición cambia linealmente con el tiempo. En términos de modelos, cuando la aceleración de una partícula es cero, el modelo de partícula bajo aceleración constante se reduce al modelo de partícula bajo velocidad constante (sección 2.3).

Pregunta rápida 2.6 En la figura 2.12, relacione cada gráfica v_x–t de la parte superior con la gráfica a_x–t de la parte inferior que mejor describa el movimiento.

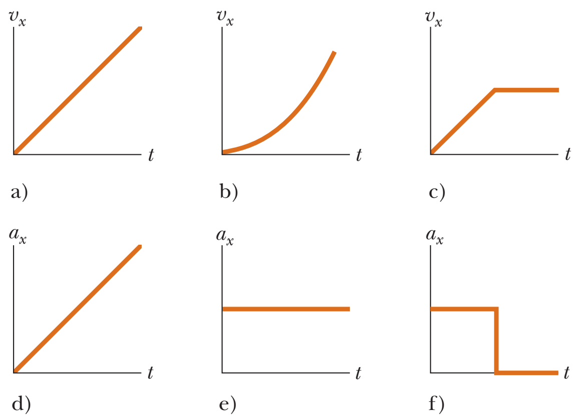


Figura 2.12 (Pregunta rápida 2.6) Los incisos a), b) y c) son gráficas v_x–t de objetos en movimiento unidimensional. Las posibles aceleraciones de cada objeto se muestran en forma desordenada en d), e) y f).

Las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son **ecuaciones cinemáticas** útiles para resolver cualquier problema que involucre una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Las cuatro ecuaciones cinemáticas que se usan con más frecuencia se mencionan en la tabla 2.2. La elección de cuál ecuación usar en una situación dada depende de qué sepa de antemano. A veces es necesario usar dos de estas ecuaciones para resolver dos incógnitas. Debe reconocer que las cantidades que varían durante el movimiento son la posición x_f, la velocidad v_{xf} y el tiempo t.

Al resolver numerosos ejercicios y problemas obtendrá mucha experiencia en el uso de estas ecuaciones. Muchas veces descubrirá que se puede usar más de un método para

TABLA 2.2

Ecuaciones cinemáticas para movimiento de una partícula bajo aceleración constante

Número de ecuación	Ecuación	Información que se conoce por la ecuación
2.13	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocidad como función del tiempo
2.15	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Posición como función de velocidad y tiempo
2.16	$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Posición como función del tiempo
2.17	$v_{xf}{}^2 = v_{xi}{}^2 + 2a_x\,(x_f - x_i)$	Velocidad como función de la posición

Nota: El movimiento es a lo largo del eje x.

obtener una solución. Recuerde que estas ecuaciones de cinemática *no se pueden* usar en una situación en que la aceleración varía con el tiempo. Son útiles sólo cuando la aceleración es constante.

EJEMPLO 2.7 Aterrizaje en portaaviones

Un jet aterriza en un portaaviones a 140 mi/h ($\approx$ 63 m/s).

A) ¿Cuál es su aceleración (constante) si se detiene en 2.0 s debido a un cable de arresto que traba al jet y lo deja en reposo?

SOLUCIÓN

Es posible que haya visto películas o programas de televisión en los que un jet aterriza sobre un portaaviones y se lleva al reposo sorprendentemente rápido mediante un cable de arresto. Puesto que la aceleración del jet se supone constante, se le representa como una partícula bajo aceleración constante. El eje x se define como la dirección de movimiento del jet. Una lectura cuidadosa del problema revela que, además de estar dada la rapidez inicial de 63 m/s, también se sabe que la rapidez final es cero. Perciba también que no se tiene información acerca del cambio en posición del jet mientras frena.

La ecuación 2.13 es la única en la tabla 2.2 que no involucra la posición, de modo que se le usa para encontrar la aceleración del jet, representado como partícula:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}}$$
$$= \boxed{-32 \text{ m/s}^2}$$

B) Si el jet toca al portaaviones en la posición $x_i = 0$, ¿cuál es su posición final?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.15 para resolver la posición final:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = 0 + \tfrac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s}) = \boxed{63 \text{ m}}$$

Si el jet recorre más allá de 63 m, puede caer al océano. La idea de usar cables de arresto para frenar a la aeronave que aterriza y permitirle aterrizar con seguridad en los barcos surgió en la primera Guerra Mundial. Los cables todavía son una parte vital de la operación de los modernos portaaviones.

¿Qué pasaría si? Suponga que el jet aterriza en la cubierta del portaaviones con una rapidez mayor que 63 m/s pero tiene la misma aceleración debida al cable calculada en el inciso A). ¿Cómo cambiará esto la respuesta del inciso B)?

Respuesta Si el jet viaja más rápido que al principio se detendrá más lejos de su punto de partida, de modo que la respuesta del inciso B) sería más grande. Matemáticamente, en la ecuación 2.15 se ve que, si v_{xi} es más grande, x_f será más grande.

EJEMPLO 2.8 ¡Observe el límite de rapidez!

Un automóvil que viaja con una rapidez constante de 45.0 m/s pasa por donde un patrullero en motocicleta está oculto detrás de un anuncio espectacular. Un segundo después de que el automóvil pasa el anuncio, el patrullero sale de su escondite para detener al automóvil, que acelera con una relación constante de 3.00 m/s^2. ¿Cuánto tiempo tarda en dar alcance al automóvil?

SOLUCIÓN

Una representación pictórica (figura 2.13) ayuda a clarificar la secuencia de eventos. El automóvil se modela como una partícula bajo velocidad constante y el patrullero se modela como una partícula bajo aceleración constante.

Primero, escriba expresiones para la posición de cada vehículo como función del tiempo. Es conveniente elegir la posición del anuncio como el origen y hacer $t_{Ⓑ} = 0$ como el tiempo en que el patrullero comienza a moverse. En dicho

$v_{x\,\text{automóvil}} = 45.0$ m/s
$a_{x\,\text{automóvil}} = 0$
$a_{x\,\text{patrullero}} = 3.00$ m/s^2

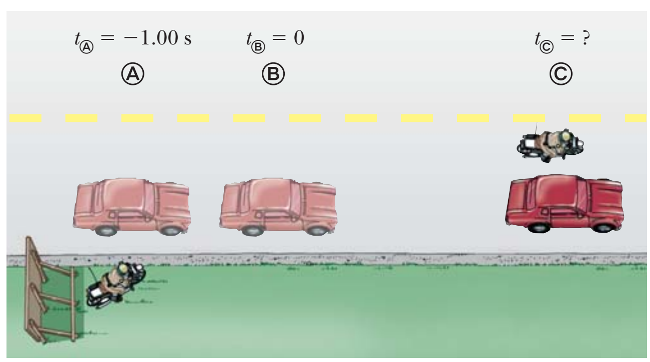


Figura 2.13 (Ejemplo 2.8) Un veloz automóvil rebasa a un patrullero oculto.

instante, el automóvil ya recorrió una distancia de 45.0 m desde el anuncio, porque viajó con una rapidez constante de v_x = 45.0 m/s durante 1 s. Por lo tanto, la posición inicial del automóvil es $x_{Ⓑ}$ = 45.0 m.

Al aplicar la ecuación 2.7 para obtener la posición del automóvil en cualquier tiempo t:

$$x_{\text{automóvil}} = x_{Ⓑ} + v_{x\,\text{automóvil}}t = 45.0\text{ m} + (45.0\text{ m/s})t$$

Una revisión rápida muestra que, en $t = 0$, esta expresión da la posición inicial correcta del automóvil cuando el patrullero comienza a moverse: $x_{\text{automóvil}} = x_{Ⓑ} = 45.0$ m.

El patrullero parte del reposo en $t_{Ⓑ} = 0$ y acelera a 3.00 m/s² alejándose del origen. Use la ecuación 2.16 para dar la posición en cualquier tiempo t:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

$$x_{\text{patrullero}} = 0 + (0)t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \tfrac{1}{2}(3.00\text{ m/s}^2)t^2$$

Iguale las dos posiciones para representar al patrullero dando alcance al automóvil en la posición Ⓒ:

$$x_{\text{patrullero}} = x_{\text{automóvil}}$$

$$\tfrac{1}{2}(3.00\text{ m/s}^2)t^2 = 45.0\text{ m} + (45.0\text{ m/s})t$$

Simplifique para obtener una ecuación cuadrática:

$$1.50t^2 - 45.0t - 45.0 = 0$$

La solución positiva de esta ecuación es $t =$ 31.0 s.

(Para ayuda en la resolución de ecuaciones cuadráticas, vea el apéndice B.2.)

¿Qué pasaría si? ¿Y si el patrullero tiene una motocicleta más poderosa con una aceleración mayor? ¿Cómo cambiaría el tiempo en que el patrullero da alcance al automóvil?

Respuesta Si la motocicleta tuviese una aceleración mayor, el patrullero alcanzaría al automóvil más rápido, de modo que la respuesta para el tiempo sería menor que 31 s.

Presente la ecuación cuadrática final anterior en términos de los parámetros del problema:

$$\tfrac{1}{2}a_x t^2 - v_{x\,\text{automóvil}}t - x_{Ⓑ} = 0$$

Resuelva la ecuación cuadrática:

$$t = \frac{v_{x\,\text{automóvil}} \pm \sqrt{v_{x\,\text{automóvil}}^2 + 2a_x x_{Ⓑ}}}{a_x} = \frac{v_{x\,\text{automóvil}}}{a_x} + \sqrt{\frac{v_{x\,\text{automóvil}}^2}{a_x^2} + \frac{2x_{Ⓑ}}{a_x}}$$

donde se eligió el signo positivo porque es la única opción consistente con un tiempo $t > 0$. Dado que todos los términos del lado derecho de la ecuación tienen la aceleración a_x en el denominador, aumentar la aceleración disminuirá el tiempo en que el patrullero alcanza al automóvil.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.6

***g* y g**

Asegúrese de no confundir el símbolo cursivo g para la aceleración en caída libre con el símbolo no cursivo g que se usa como abreviatura de la unidad gramo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.7

El signo de *g*

Tenga en mente que g es un *número positivo*. Es tentador sustituir -9.80 m/s² por g, pero resista la tentación. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

2.7 Objetos en caída libre

Es bien sabido que, en ausencia de resistencia del aire, todos los objetos que se dejan caer cerca de la superficie de la Tierra caen hacia ella con la misma aceleración constante bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. No fue sino hasta alrededor de 1600 que se aceptó esta conclusión. Antes de esta época, las enseñanzas del filósofo griego Aristóteles (384-322 a.C.) sostenían que los objetos más pesados caían más rápido que los ligeros.

El italiano Galileo Galilei (1564-1642) originó las ideas actuales acerca de los objetos que caen. Hay una leyenda de que él demostró el comportamiento de los objetos que caen al observar que dos pesos diferentes soltados simultáneamente de la Torre Inclinada de Pisa golpeaban el suelo aproximadamente al mismo tiempo. Aunque hay ciertas dudas de que llevó a cabo este experimento particular, está bien establecido que Galileo realizó muchos experimentos sobre objetos en movimiento en planos inclinados. En sus experimentos hacía rodar bolas por un plano ligeramente inclinado y medía las distancias que recorrían en intervalos de tiempo sucesivos. El propósito del plano inclinado era reducir la aceleración, lo que hizo posible que tomara mediciones precisas de los intervalos de tiempo. Al aumentar gradualmente la pendiente del plano, al final fue capaz de extraer conclusiones acerca de los objetos en caída libre, porque una bola en caída libre es equivalente a una bola que se mueve por un plano inclinado vertical.

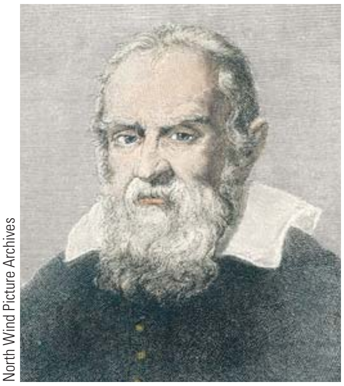
Acaso quiera intentar el siguiente experimento. Suelte simultáneamente, desde la misma altura, una moneda y un trozo de papel arrugado. Si los efectos de la resistencia del aire son despreciables, ambos tendrán el mismo movimiento y golpearán el suelo al mismo tiempo. En el caso idealizado, en el que la resistencia del aire está ausente, a tal movimiento se le refiere como movimiento *en caída libre*. Si este mismo experimento se pudiese realizar en un vacío, en el que la resistencia del aire realmente es despreciable, el papel y la moneda caerían con la misma aceleración aun cuando el papel no esté arrugado. El 2 de agosto de 1971, el astronauta David Scott realizó tal demostración en la Luna. Soltó simultáneamente un martillo y una pluma y los dos objetos cayeron al mismo tiempo en la superficie lunar. ¡Seguramente esta simple demostración habría complacido a Galileo!

Cuando se usa la expresión *objeto en caída libre* no necesariamente se hace referencia a un objeto que se suelta desde el reposo. **Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se mueve libremente sólo bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial. Los objetos que se lanzan hacia arriba o abajo y los que se liberan desde el reposo están todos en caída libre una vez que se liberan. Cualquier objeto en caída libre experimenta una aceleración dirigida *hacia abajo*, sin importar su movimiento inicial.**

La magnitud de la *aceleración de caída libre* se denotará mediante el símbolo g. El valor de g cerca de la superficie de la Tierra disminuye conforme aumenta la altitud. Además, ocurren ligeras variaciones en g con cambios en latitud. En la superficie de la Tierra, el valor de g es aproximadamente 9.80 m/s^2. A menos que se establezca de otro modo, se usará este valor para g cuando se realicen cálculos. Para hacer estimaciones rápidas, use $g = 10$ m/s^2.

Si se ignora la resistencia del aire y se supone que la aceleración de caída libre no varía con la altitud en distancias verticales cortas, el movimiento de un objeto en caída libre que se mueve verticalmente es equivalente al movimiento de una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Debido a eso, se aplican las ecuaciones desarrolladas en la sección 2.6 para objetos que se mueven con aceleración constante. La única modificación que se necesita hacer en estas ecuaciones para los objetos en caída libre es notar que el movimiento es en la dirección vertical (la dirección y) antes que en la dirección horizontal (x) y que la aceleración es hacia abajo y tiene una magnitud de 9.80 m/s^2. En consecuencia, siempre se elegirá $a_y = -g = -9.80$ m/s^2, donde el signo negativo significa que la aceleración de un objeto en caída libre es hacia abajo. En el capítulo 13 se estudiará cómo tratar con las variaciones en g con la altitud.

Pregunta rápida 2.7 Examine las siguientes opciones: a) aumenta, b) disminuye, c) aumenta y luego disminuye, d) disminuye y luego aumenta, e) permanece igual. A partir de estas opciones, seleccione lo que le ocurre a **i)** la aceleración y **ii)** la rapidez de una bola después de que se lanza hacia arriba en el aire.



North Wind Picture Archives

GALILEO GALILEI
Físico y astrónomo italiano (1564-1642)

Galileo formuló las leyes que gobiernan el movimiento de los objetos en caída libre e hizo muchos otros descubrimientos reveladores en física y astronomía. Galileo defendió públicamente la afirmación de Nicolás Copérnico de que el Sol está en el centro del Universo (sistema heliocéntrico). Publicó *Diálogo sobre los dos grandes sistemas del mundo* para apoyar el modelo copernicano, que la Iglesia católica declaró herético.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.8
Aceleración en lo alto del movimiento

Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero. Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba momentáneamente va a cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad* en este punto. Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.9 Los paracaidistas osados

Un paracaidista salta de un helicóptero suspendido. Pocos segundos después, salta otro paracaidista y ambos caen a lo largo de la misma línea vertical. Ignore la resistencia del aire, de modo que ambos paracaidistas caen con la misma aceleración. ¿La diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída? ¿La distancia vertical entre ellos permanece igual durante la caída?

SOLUCIÓN

En cualquier instante dado, las magnitudes de velocidad de los paracaidistas son diferentes porque uno salta primero. Sin embargo, en cualquier intervalo de tiempo Δt después de este instante, los dos paracaidistas aumentan sus rapideces en la misma cantidad porque tienen la misma aceleración. Por lo tanto, la diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída.

El primero que saltó siempre tiene una mayor rapidez que el segundo. Por lo tanto, en un intervalo de tiempo dado, el primer paracaidista cubre una mayor distancia que el segundo. En consecuencia, la distancia de separación entre ellos aumenta.

EJEMPLO 2.10 ¡No es un mal lanzamiento para un novato!

A una piedra que se lanza desde lo alto de un edificio se le da una velocidad inicial de 20.0 m/s directo hacia arriba. El edificio tiene 50.0 m de alto y la piedra apenas libra el borde del techo en su camino hacia abajo, como se muestra en la figura 2.14.

A) Use $t_{Ⓐ} = 0$ como el tiempo cuando la piedra deja la mano del lanzador en la posición Ⓐ y determine el tiempo en el que la piedra llega a su altura máxima.

SOLUCIÓN

Tal vez usted tenga experiencia en soltar objetos o lanzarlos hacia arriba y observarlos caer, de modo que este problema debe describir una experiencia familiar. Puesto que la piedra está en caída libre, se modela como partícula bajo aceleración constante debido a la gravedad.

Use la ecuación 2.13 para calcular el tiempo en que la piedra llega a su altura máxima:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_{yf} - v_{yi}}{a_y}$$

Sustituya valores numéricos:

$$t = t_{Ⓑ} = \frac{0 - 20.0 \text{ m/s}}{-9.80 \text{ m/s}^2} = \boxed{2.04 \text{ s}}$$

B) Encuentre la altura máxima de la piedra.

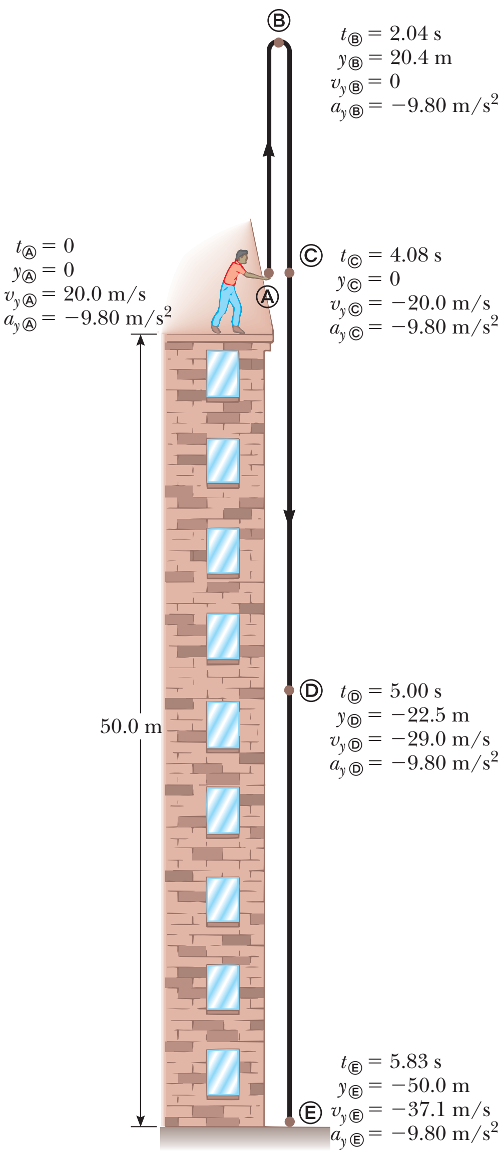


Figura 2.14 (Ejemplo 2.10) Posición y velocidad frente a tiempo para una piedra en caída libre que se lanza inicialmente hacia arriba con una velocidad $v_{yi} = 20.0$ m/s. Muchas de las cantidades en las etiquetas para los puntos en el movimiento de la piedra se calculan en el ejemplo. ¿Puede verificar los valores que no están calculados?

SOLUCIÓN

Sea $y_{Ⓐ} = 0$ y sustituya el tiempo del inciso A) en la ecuación 2.16 para encontrar la altura máxima:

$$y_{\text{máx}} = y_{Ⓑ} = y_{Ⓐ} + v_{xⒶ}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_{Ⓑ} = 0 + (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2 = \boxed{20.4 \text{ m}}$$

C) Determine la velocidad de la piedra cuando regresa a la altura desde la que se lanzó.

Sustituya los valores conocidos en la ecuación 2.17:

$$v_{yⒸ}^2 = v_{yⒶ}^2 + 2a_y(y_{Ⓒ} - y_{Ⓐ})$$

$$v_{yⒸ}^2 = (20.0 \text{ m/s})^2 + 2(-9.80 \text{ m/s}^2)(0 - 0) = 400 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_{yⒸ} = \boxed{-20.0 \text{ m/s}}$$

Cuando se saca la raíz cuadrada, se elige una raíz positiva o una negativa. Se elige la raíz negativa porque se sabe que la piedra se mueve hacia abajo al punto Ⓒ. La velocidad de la piedra cuando llega de vuelta a su altura original es igual en magnitud a su velocidad inicial pero es opuesta en dirección.

D) Encuentre la velocidad y posición de la piedra en $t = 5.00$ s.

Calcule la velocidad en Ⓓ a partir de la ecuación 2.13:

$$v_{yⒹ} = v_{yⒶ} + a_y t = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s}) = \boxed{-29.0 \text{ m/s}}$$

Use la ecuación 2.16 para encontrar la posición de la piedra en $t_{Ⓓ} = 5.00$ s:

$$y_{Ⓓ} = y_{Ⓐ} + v_{yⒶ}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$= 0 + (20.0 \text{ m/s})(5.00 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s})^2$$

$$= \boxed{-22.5 \text{ m}}$$

La elección del tiempo definida como $t = 0$ es arbitraria y depende de usted seleccionarla. Como ejemplo de esta arbitrariedad, elija $t = 0$ como el tiempo en que la piedra está en el punto más alto de su movimiento. Luego resuelva los incisos C) y D) de nuevo usando este nuevo instante inicial y note que sus respuestas son iguales que las anteriores.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el edificio tuviese 30.0 m de altura en lugar de 50.0 m? ¿Qué respuestas cambiarían en los incisos A) a D)?

Respuesta Ninguna de las respuestas cambiaría. Todo el movimiento tiene lugar en el aire durante los primeros 5.00 s. (Observe que incluso para un edificio de 30.0 m de alto, la piedra está arriba del suelo en $t = 5.00$ s.) Por lo tanto, la altura del edificio no es un problema. Matemáticamente, si se observan de nuevo los cálculos, se ve que nunca se ingresó la altura del edificio en ninguna ecuación.

2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

Esta sección supone que el lector está familiarizado con las técnicas del cálculo integral. Si aún no estudia integración en su curso de cálculo, debe saltar esta sección o cubrirla después de que se familiarice con la integración.

La velocidad de una partícula que se mueve en línea recta se obtiene si se conoce su posición como función del tiempo. En términos matemáticos, la velocidad es igual a la derivada de la posición respecto al tiempo. También es posible encontrar la posición de una partícula si se conoce su velocidad como función del tiempo. En cálculo, al procedimiento que se usa para realizar esta tarea se le conoce como *integración* o como encontrar la *antiderivada*. En términos gráficos, es equivalente a encontrar el área bajo una curva.

Ponga por caso que la gráfica v_x–t para una partícula que se mueve a lo largo del eje x es como se muestra en la figura 2.15. Divida el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ en muchos pequeños intervalos, cada uno de duración Δt_n. A partir de la definición de velocidad promedio es claro que el desplazamiento de la partícula durante cualquier intervalo pequeño, como el

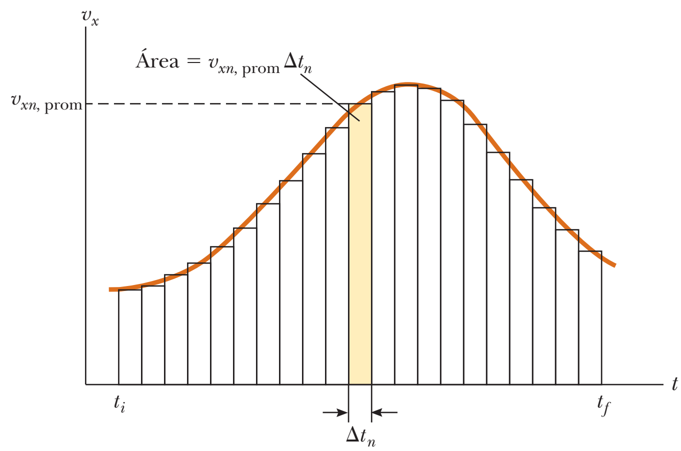


Figura 2.15 Velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje *x*. El área del rectángulo sombreado es igual al desplazamiento Δx en el intervalo de tiempo Δt_n, mientras que el área total bajo la curva es el desplazamiento total de la partícula.

sombreado en la figura 2.15, se conoce por $\Delta x_n = v_{xn,\text{ prom}}\,\Delta t_n$, donde $v_{xn,\text{ prom}}$ es la velocidad promedio en dicho intervalo. En consecuencia, el desplazamiento durante este pequeño intervalo simplemente es el área del rectángulo sombreado. El desplazamiento total para el intervalo $t_f - t_i$ es la suma de las áreas de todos los rectángulos desde t_i hasta t_f:

$$\Delta x = \sum_n v_{xn,\text{ prom}}\,\Delta t_n$$

donde el símbolo Σ (letra griega mayúscula sigma) significa una suma que incluye todos los términos, esto es, completos los valores de n. Ahora, conforme los intervalos se hacen cada vez más pequeños, el número de términos en la suma aumenta y la suma tiende a un valor igual al área bajo la gráfica velocidad-tiempo. Debido a esto, en el límite $n \to \infty$, o $\Delta t_n \to 0$, el desplazamiento es

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n \tag{2.18}$$

Observe que en la suma se sustituyó la velocidad promedio $v_{xn,\text{ prom}}$ con la velocidad instantánea v_{xn}. Como puede ver en la figura 2.15, esta aproximación es válida en el límite de intervalos muy pequeños. En consecuencia, si se conoce la gráfica v_x–t para movimiento a lo largo de una línea recta, se obtiene el desplazamiento durante cualquier intervalo de tiempo al medir el área bajo la curva correspondiente a dicho intervalo de tiempo.

El límite de la suma que se muestra en la ecuación 2.18 se llama **integral definida** y se escribe

Integral definida ►

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n = \int_{t_i}^{t_f} v_x(t)\,dt \tag{2.19}$$

donde $v_x(t)$ denota la velocidad en cualquier tiempo t. Si se conoce la forma funcional explícita de $v_x(t)$ y se proporcionan los límites, se evalúa la integral. A veces la gráfica v_x–t para una partícula en movimiento tiene una forma mucho más simple que la mostrada en la figura 2.15. Por ejemplo, suponga que una partícula se mueve con velocidad constante v_{xi}. En este caso, la gráfica v_x–t es una línea horizontal, como en la figura 2.16, y el desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo Δt simplemente es el área del rectángulo sombreado:

$$\Delta x = v_{xi}\,\Delta t \quad (\text{cuando } v_x = v_{xi} = \text{constante})$$

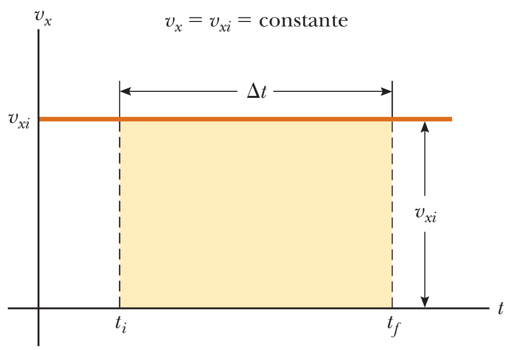


Figura 2.16 Curva velocidad-tiempo para una partícula que se mueve con velocidad constante v_{xi}. El desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ es igual al área del rectángulo sombreado.

Ecuaciones cinemáticas

Ahora se aplican las ecuaciones que definen la aceleración y velocidad para deducir dos de las ecuaciones cinemáticas, las ecuaciones 2.13 y 2.16.

La ecuación que define la aceleración (ec. 2.10),

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

se puede escribir como $dv_x = a_x\,dt$, o, en términos de una integral (o antiderivada), como

$$v_{xf} - v_{xi} = \int_0^t a_x\,dt$$

Para el caso especial en el que la aceleración es constante, a_x se puede remover de la integral para dar

$$v_{xf} - v_{xi} = a_x \int_0^t dt = a_x(t - 0) = a_x t \qquad \textbf{(2.20)}$$

que es la ecuación 2.13.

Ahora considere la ecuación que define la velocidad (ec. 2.5):

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

Esta ecuación se escribe como $dx = v_x\,dt$, o en forma integral como

$$x_f - x_i = \int_0^t v_x\,dt$$

Puesto que $v_x = v_{xf} = v_{xi} + a_x t$, esta expresión se convierte en

$$x_f - x_i = \int_0^t (v_{xi} + a_x t)dt = \int_0^t v_{xi}\,dt + a_x \int_0^t t\,dt = v_{xi}\,(t - 0) + a_x\left(\frac{t^2}{2} - 0\right)$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

que es la ecuación 2.16.

Además de lo que espera aprender acerca de conceptos físicos, una experiencia muy valiosa que debe desarrollar de sus cursos de física es la habilidad para resolver problemas complicados. La forma en que los físicos abordan situaciones complejas y las descomponen en trozos manejables es extremadamente útil. La siguiente es una estrategia general para resolver problemas que lo guían a través de las etapas. Para ayudarlo a recordar las etapas de la estrategia, éstas son *conceptualizar*, *categorizar*, *analizar* y *finalizar*.

ESTRATEGIA GENERAL PARA RESOLVER PROBLEMAS

Conceptualizar

- La primera cosa que debe hacer cuando aborde un problema es *pensar* y *comprender* la situación. Estudie cuidadosamente cualesquiera representaciones de la información (por ejemplo: diagramas, gráficas, tablas o fotografías) que acompañen al problema. Imagine una película, que corra en su mente, de lo que sucede en el problema.
- Si no se le proporciona una representación pictórica, casi siempre debe hacer un dibujo rápido de la situación. Indique cualesquiera valores conocidos, acaso en una tabla o directamente en su bosquejo.
- Ahora enfóquese en qué información algebraica o numérica se proporciona en el problema. Lea con cuidado el enunciado del problema y busque frases clave como "parte del reposo" ($v_i = 0$), "se detiene" ($v_f = 0$) o "cae libremente" ($a_y = -g = -9.80$ m/s^2).
- Ahora enfóquese en el resultado que se espera del problema resuelto. ¿Exactamente qué es lo que plantea la pregunta? ¿El resultado final será numérico o algebraico? ¿Sabe qué unidades esperar?
- No olvide incorporar información de su propia experiencia y sentido común. ¿Cómo sería una respuesta razonable? Por ejemplo, no esperaría calcular la rapidez de un automóvil como 5×10^6 m/s.

Categorizar

- Una vez que tenga una buena idea de lo que trata el problema, necesita *simplificar* el problema. Quite los detalles que no sean importantes para la solución. Por ejemplo, modele un objeto en movimiento como partícula. Si es adecuado, ignore la resistencia del aire o la fricción entre un objeto que se desliza y una superficie.
- Cuando simplifique el problema, es importante *categorizar* el problema. ¿Es un simple *problema de sustitución* en el que los números se sustituyen en una ecuación? Si es así, es probable que el problema termine cuando realice esta sustitución. Si no, enfrenta lo que se llama *problema analítico*: la situación se debe analizar más profundamente para llegar a una solución.
- Si es un problema analítico, necesita categorizarlo aún más. ¿Ha visto este tipo de problemas antes? ¿Cae en la creciente lista de tipos de problemas que ha resuelto anteriormente? Si es así, identifique cualquier modelo de análisis apropiado al problema para preparar la etapa de *analizar* siguiente. Los primeros tres tipos de modelos de análisis se vieron en este capítulo: partícula bajo velocidad constante, partícula bajo rapidez constante y partícula bajo aceleración constante. Ser capaz de clasificar un problema con un modelo de análisis hace mucho más sencillo tender un plan para resolverlo. Por ejemplo, si su simplificación muestra que el problema se puede tratar como una partícula bajo aceleración constante y ya resolvió un problema similar (como los ejemplos de la sección 2.6), la solución al presente problema sigue un patrón similar.

Analizar

- Ahora debe analizar el problema y esforzarse por una solución matemática. Puesto que ya categorizó el problema e identificó un modelo de análisis, no debe ser muy difícil seleccionar ecuaciones relevantes que se apliquen al tipo de situación en el problema. Por ejemplo, si involucra una partícula bajo aceleración constante, las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son relevantes.
- Use álgebra (y cálculo, si es necesario) para resolver simbólicamente la variable desconocida en términos de lo que está dado. Sustituya los números adecuados, calcule el resultado y redondee al número adecuado a cifras significativas.

Finalizar

- Examine su respuesta numérica. ¿Tiene las unidades correctas? ¿Satisface las expectativas de su conceptualización del problema? ¿Qué hay acerca de la forma algebraica del resultado? ¿Tiene sentido? Examine las variables del problema para ver si la respuesta cambiaría en una forma físicamente significativa si las variables aumentan o disminuyen drásticamente o incluso si se vuelven cero. Buscar casos limitados para ver si producen valores esperados es una forma muy útil de asegurarse de que obtiene resultados razonables.
- Piense acerca de cómo se compara este problema con otros que ha resuelto. ¿Cómo fue similar? ¿En qué formas críticas difiere? ¿Por qué se asignó este problema? ¿Puede imaginar qué aprendió al hacerlo? Si es una nueva categoría de problema, asegúrese de que lo comprendió para que pueda usarlo como modelo para resolver problemas similares en el futuro.

Cuando resuelva problemas complejos, es posible que necesite identificar una serie de subproblemas y aplicar la estrategia para resolver cada uno. Para problemas simples, probablemente no necesite esta estrategia. Sin embargo, cuando intente resolver un problema y no sepa qué hacer a continuación, recuerde las etapas en la estrategia y úselas como guía.

Para practicar sería útil que vuelva a revisar los ejemplos trabajados en este capítulo e identifique los pasos *conceptualizar*, *categorizar*, *analizar* y *finalizar*. En el resto de este libro se etiquetarán estas etapas en los ejemplos trabajados. Muchos capítulos del libro incluyen una sección de "Estrategia para Resolución de Problemas" que le ayudarán a través de los puntos difíciles. Estas secciones se organizan de acuerdo con esta "Estrategia General para Resolver Problemas" y se hacen a la medida de los tipos específicos de problemas que se abordan en dicho capítulo.

Resumen

DEFINICIONES

Cuando una partícula se mueve a lo largo del eje x desde alguna posición inicial x_i hasta alguna posición final x_f, su **desplazamiento** es

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad (2.1)$$

La **velocidad promedio** de una partícula durante cierto intervalo de tiempo es el desplazamiento Δx dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x,\text{ prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.2)$$

La **rapidez promedio** de una partícula es igual a la relación de la distancia total que recorre al intervalo de tiempo total durante el que recorre dicha distancia:

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

La **velocidad instantánea** de una partícula se define como el límite de la proporción $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero. Por definición, este límite es igual a la derivada de x respecto a t, o la relación de cambio en el tiempo de la posición:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (2.5)$$

La **rapidez instantánea** de una partícula es igual a la magnitud de su velocidad instantánea.

La **aceleración promedio** de una partícula se define como la relación de cambio en su velocidad Δv_x dividida entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho cambio:

$$a_{x,\text{ prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad (2.9)$$

La **aceleración instantánea** es igual al límite de la proporción $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a 0. Por definición, este límite es igual a la derivada de v_x respecto a t, o la relación de cambio en el tiempo de la velocidad:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (2.10)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cuando la velocidad y la aceleración de un objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena. Recuerde que $Fx \propto a_x$ es una forma útil de identificar la dirección de la aceleración al asociarla con una fuerza.

Un objeto en caída libre en presencia de la gravedad de la Tierra experimenta aceleración de caída libre dirigida hacia el centro de la Tierra. Si la resistencia del aire es despreciable, el movimiento ocurre cerca de la superficie de la Tierra y si el intervalo del movimiento es pequeño comparado con el radio de la Tierra, la aceleración de caída libre g es constante durante el rango de movimiento, donde g es igual a 9.80 m/s^2.

Los problemas complicados se abordan mejor en una forma organizada. Recuerde y aplique los pasos *conceptualizar, categorizar, analizar* y *finalizar* de la "Estrategia General para Resolver Problemas" cuando los necesite.

(*continúa*)

MODELOS DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Partícula bajo velocidad constante. Si una partícula se mueve en línea recta con una rapidez constante v_x, su velocidad constante se conoce por

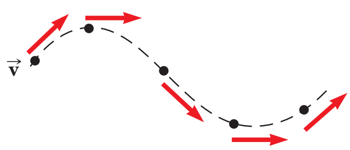
$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \textbf{(2.6)}$$

y su posición se proporciona por

$$xf = x_i + v_x t \quad \textbf{(2.7)}$$

Partícula bajo rapidez constante. Si una partícula se mueve una distancia d a lo largo de una trayectoria curva o recta con rapidez constante, su rapidez constante se conoce por

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad \textbf{(2.8)}$$



Partícula bajo aceleración constante. Si una partícula se mueve en línea recta con aceleración constante a_x, su movimiento se describe mediante las ecuaciones cinemáticas:

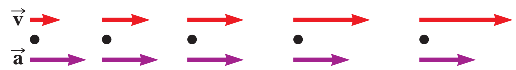
$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad \textbf{(2.13)}$$

$$v_{x,\text{ prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \quad \textbf{(2.14)}$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \quad \textbf{(2.15)}$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \quad \textbf{(2.16)}$$

$$v_{xf}{}^2 = v_{xi}{}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \quad \textbf{(2.17)}$$



Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. **O** Una gota de aceite cae recta hacia abajo en el camino desde el motor de un automóvil en movimiento cada 5 s. La figura P2.1 muestra el patrón de las gotas que quedan en el pavimento. ¿Cuál es la rapidez promedio del automóvil en esta sección de su movimiento? a) 20 m/s, b) 24 m/s, c) 30 m/s, d) 100 m/s, e) 120 m/s.

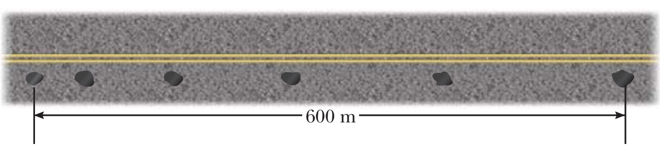


Figura P2.1

2. Si la velocidad promedio de un objeto es cero en cierto intervalo de tiempo, ¿qué puede decir acerca del desplazamiento del objeto durante dicho intervalo?
3. **O** ¿La velocidad instantánea de un objeto en un instante de tiempo alguna vez es mayor en magnitud que la velocidad promedio en un intervalo de tiempo que contenga al instante? ¿Alguna vez es menor?
4. **O** Un carro es empujado a lo largo de una pista horizontal recta. a) En cierta sección de su movimiento, su velocidad original es $v_{xi} = +3$ m/s y experimenta un cambio en velocidad de $\Delta v_x = +4$ m/s. ¿En esta sección de su movimiento aumenta su velocidad o frena? ¿Su aceleración es positiva o negativa? b) En otra parte de su movimiento, $v_{xi} = -3$ m/s y $\Delta v_x = +4$ m/s. ¿Experimenta aumento o disminución neta en rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa? c) En un tercer segmento de su movimiento, $v_{xi} = +3$ m/s y $\Delta v_x = -4$ m/s. ¿Tiene una ganancia o pérdida neta en rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa? d) En un cuarto intervalo de tiempo, $v_{xi} = -3$ m/s y $\Delta v_x = -4$ m/s. ¿El carro gana o pierde rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa?
5. Dos automóviles se mueven en la misma dirección en pistas paralelas a lo largo de una autopista. En algún instante, la velocidad del automóvil A supera la velocidad del automóvil B. ¿Esto significa que la aceleración de A es mayor que la de B? Explique.
6. **O** Cuando el piloto invierte la hélice en un bote que se mueve al norte, el bote se mueve con una aceleración dirigida al sur. Si la aceleración del bote sigue constante en magnitud y dirección, ¿qué le ocurrirá al bote (elija una)? a) Eventualmente se detendrá y luego permanecerá en reposo. b) Al final se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección hacia adelante. c) Eventualmente se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección contraria. d) Nunca se detendrá sino que perderá rapidez cada vez más lentamente por siempre. e) Nunca se detendrá sino que continuará ganando rapidez en la dirección hacia adelante.
7. **O** Cada una de las fotografías estroboscópicas a), b) y c) de la figura P2.7 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se toma como la dirección positiva. Dentro de cada fotografía, el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. **i)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra(n) velocidad cero constante? **ii)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra aceleración cero constante? **iii)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestran velocidad constante positiva? **iv)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra aceleración constante positiva? **v)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra(n) algún movimiento con aceleración negativa?

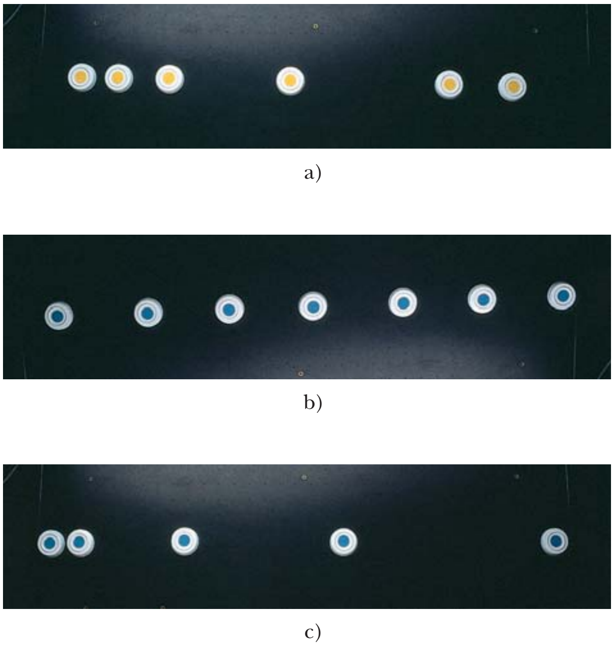


Figura P2.7 Pregunta 7 y problema 17.

8. Intente el siguiente experimento lejos del tráfico, donde pueda hacerlo a salvo. Con el automóvil que usted conduzca moviéndose lentamente en un camino recto a nivel, cambie la velocidad a neutral y deje que el automóvil se deslice. En el momento en que el automóvil llegue a un alto completo, pise fuerte el freno y note lo que siente. Ahora repita el mismo experimento en una pendiente muy ligera hacia arriba. Explique la diferencia de lo que se siente en los dos casos. (Brian Popp sugirió la idea para esta pregunta.)
9. **O** Un patinador se desliza por una larga colina, parte del reposo y se mueve con aceleración constante para cubrir cierta distancia en 6 s. En un segundo intento, parte del reposo y se mueve con la misma aceleración sólo durante 2 s. ¿Qué tan diferente es su desplazamiento en este segundo intento, comparado con el primero? a) un tercio de largo, b) tres veces mayor, c) un noveno de largo, d) nueve veces mayor, e) $1/\sqrt{3}$ veces de largo, f) $\sqrt{3}$ veces mayor, g) ninguna de estas respuestas
10. **O** ¿Las ecuaciones de cinemática (ecs. 2.13–2.17) se usan en una situación en que la aceleración varía en el tiempo? ¿Se puede usar cuando la aceleración es cero?
11. Un estudiante en lo alto de un edificio de altura h lanza una bola hacia arriba con una rapidez v_i y luego lanza una segunda bola hacia abajo con la misma rapidez inicial $|v_i|$. ¿Cómo se comparan las velocidades finales de las bolas cuando llegan al suelo?
12. **O** Una cuenta se libera desde el reposo a cierta altura, cae libremente y alcanza una rapidez de impacto de 4 m/s en el suelo. **i)** A continuación, la partícula se lanza hacia abajo con una rapidez inicial de 3 m/s desde la misma altura. En este intento, ¿cuál es su rapidez en el suelo? a) menor que 4 m/s, b) 4 m/s, c) entre 4 m/s y 5 m/s, d) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ m/s = 5 m/s, e) entre 5 m/s y 7 m/s, f) (3 + 4) m/s = 7 m/s, g) mayor que 7 m/s. **ii)** En un tercer intento la cuenta se lanza hacia arriba con una rapidez inicial de 3 m/s desde la misma altura. ¿Cuál es su rapidez en el suelo en este intento? Elija su respuesta de la misma lista de la a) a la g).
13. **O** Una bola de hule duro, que no es afectada por la resistencia del aire en su movimiento, se lanza hacia arriba desde la altura del hombro, cae a la acera, rebota a una altura máxima un poco menor y se atrapa en su camino hacia abajo. Este movimiento se representa en la figura P2.13, donde las posiciones sucesivas de la bola, de Ⓐ a Ⓖ, no están igualmente espaciadas en el tiempo. En el punto Ⓔ el centro de la bola está en su punto más bajo del movimiento. El movimiento de la bola es a lo largo de una línea recta, pero el diagrama muestra posiciones sucesivas corridas a la derecha para evitar traslape. Elija la dirección positiva y hacia arriba. **i)** Clasifique las situaciones de la Ⓐ a la Ⓖ de acuerdo con la rapidez de la bola $|v_y|$ en cada punto, con la rapidez más grande primero. **ii)** Clasifique las mismas situaciones de acuerdo con la velocidad de la bola en cada punto. **iii)** Clasifique las mismas situaciones de acuerdo con la aceleración a_y de la bola en cada punto. En cada clasificación, recuerde que cero es mayor que un valor negativo. Si dos valores son iguales, muestre que son iguales en su clasificación.

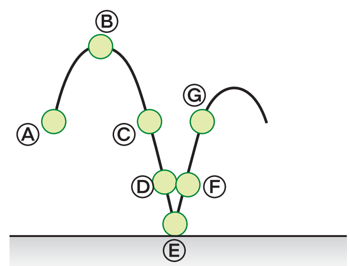


Figura P2.13

14. **O** Usted suelta una bola desde una ventana ubicada en un piso superior de un edificio. Golpea el suelo con rapidez v. Ahora repite la caída, pero le pide a un amigo abajo en el suelo que lance otra bola hacia arriba con rapidez v. Su amigo lanza la bola hacia arriba en el mismo momento en que usted suelta la suya desde la ventana. En alguna ubicación, las bolas pasan una a la otra. ¿Esta ubicación está a) *en* el punto medio entre ventana y suelo, b) *arriba* de este punto o c) *abajo* de este punto?

Problemas

Sección 2.1 Posición, velocidad y rapidez

1. En la figura P2.1 se muestra la posición en función del tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x. Encuentre la velocidad promedio en los siguientes intervalos de tiempo. a) 0 a 2 s, b) 0 a 4 s, c) 2 s a 4 s, d) 4 s a 7 s, e) 0 a 8 s.

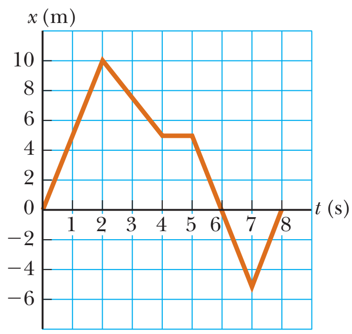


Figura P2.1 Problemas 1 y 8.

2. La posición de un carro de derby se observó en varios momentos; los resultados se resumen en la tabla siguiente. Encuentre la velocidad promedio del auto para a) el primer intervalo de tiempo de 1 s, b) los últimos 3 s y c) todo el periodo de observación.

t (s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
x (m)	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5

3. Una persona camina, primero, con rapidez constante de 5.00 m/s a lo largo de una línea recta desde el punto A al punto B y luego de regreso a lo largo de la línea de B a A con una rapidez constante de 3.00 m/s. a) ¿Cuál es su rapidez promedio durante todo el viaje? b) ¿Cuál es su velocidad promedio durante todo el viaje?

4. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos. a) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 3.00 s. b) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 2.10 s.

Sección 2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

5. En la figura P2.5 se muestra una gráfica posición-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. a) En-cuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo t = 1.50 s a t = 4.00 s. b) Determine la velocidad instantánea en t = 2.00 s al medir la pendiente de la línea tangente que se muestra en la gráfica. c) ¿En qué valor de t la velocidad es cero?

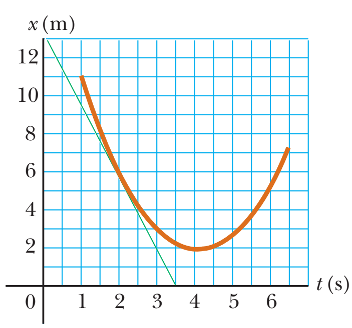


Figura P2.5

6. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = 3t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Evalúe su posición a) en t = 3.00 s y b) en 3.00 s + Δt. c) Evalúe el límite de $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero para encontrar la velocidad en t = 3.00 s.

7. a) Use los datos del problema 2.2 para construir una gráfica uniforme de posición en función del tiempo. b) Con la construcción de tangentes a la curva $x(t)$, encuentre la velocidad instantánea del automóvil en varios instantes. c) Grafique la velocidad instantánea en función del tiempo y, a partir de la gráfica, determine la aceleración promedio del automóvil. d) ¿Cuál fue la velocidad inicial del automóvil?

8. Encuentre la velocidad instantánea de la partícula descrita en la figura P2.1 en los siguientes tiempos: a) t = 1.0 s, b) t = 3.0 s, c) t = 4.5 s, d) t = 7.5 s.

Sección 2.3 Modelos de análisis: la partícula bajo velocidad constante

9. Una liebre y una tortuga compiten en una carrera en una ruta de 1.00 km de largo. La tortuga paso a paso continuo y de manera estable a su máxima rapidez de 0.200 m/s se dirige hacia la línea de meta. La liebre corre a su máxima rapidez de 8.00 m/s hacia la meta durante 0.800 km y luego se detiene para fastidiar a la tortuga. ¿Cuán cerca de la meta la liebre puede dejar que se acerque la tortuga antes de reanudar la carrera, que gana la tortuga en un final de fotografía? Suponga que ambos animales, cuando se mueven, lo hacen de manera constante a su respectiva rapidez máxima.

Sección 2.4 Aceleración

10. Una superbola de 50.0 g que viaja a 25.0 m/s bota en una pared de ladrillo y rebota a 22.0 m/s. Una cámara de alta rapidez registra este evento. Si la bola está en contacto con la pared durante 3.50 ms, ¿cuál es la magnitud de la aceleración promedio de la bola durante este intervalo de tiempo? *Nota:* 1 ms = 10^{-3} s.

11. Una partícula parte del reposo y acelera como se muestra en la figura P2.11. Determine a) la rapidez de la partícula en t = 10.0 s y en t = 20.0 s y b) la distancia recorrida en los primeros 20.0 s.

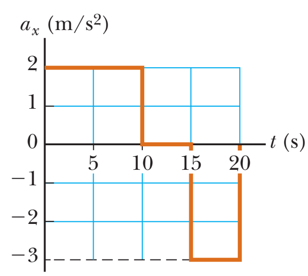


Figura P2.11

12. En la figura P2.12 se muestra una gráfica velocidad-tiempo de un objeto que se mueve a lo largo del eje x. a) Trace una gráfica de la aceleración en función del tiempo. b) Determine la aceleración promedio del objeto en los intervalos de tiempo $t = 5.00$ s a $t = 15.0$ s y $t = 0$ a $t = 20.0$ s.

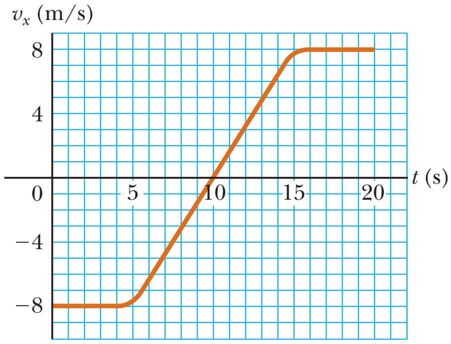


Figura P2.12

13. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x = 2.00 + 3.00t - 1.00t^2$, donde x está en metros y t en segundos. En $t = 3.00$ s, encuentre a) la posición de la partícula, b) su velocidad y c) su aceleración.

14. Una niña rueda una canica sobre una pista con dobleces que mide 100 cm de largo, como se muestra en la figura P2.14. Use x para representar la posición de la canica a lo largo de la pista. En las secciones horizontales de $x = 0$ a $x = 20$ cm y de $x = 40$ cm a $x = 60$ cm, la canica rueda con rapidez constante. En las secciones de pendiente, la rapidez de la canica cambia de manera uniforme. En los lugares donde la pendiente cambia, la canica permanece en la pista y no experimenta cambios súbitos en rapidez. La niña da a la canica cierta rapidez inicial en $x = 0$ y $t = 0$ y luego la observa rodar a $x = 90$ cm, donde regresa, y eventualmente regresa a $x = 0$ con la misma rapidez con la que al inicio la niña la liberó. Prepare gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineadas verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento de la canica. No podrá colocar números distintos a cero en el eje horizontal o en los ejes de velocidad o aceleración, sino mostrar los tamaños relativos correctos en las gráficas.

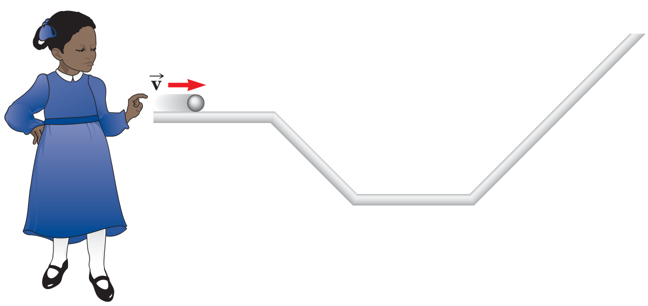


Figura P2.14

15. Un objeto se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x(t) = (3.00t^2 + 2.00t + 3.00)$ m, donde t está en segundos. Determine a) la rapidez promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, b) la rapidez instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, c) la aceleración promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, y d) la aceleración instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s.

16. La figura P2.16 muestra una gráfica de v_x en función de t para el movimiento de un motociclista mientras parte del reposo y se mueve a lo largo del camino en línea recta. a) Encuentre la aceleración promedio para el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 6.00$ s. b) Estime el tiempo en que la aceleración tiene su mayor valor positivo y el valor de la aceleración en dicho instante. c) ¿Cuándo la aceleración es cero? d) Estime el máximo valor negativo de la aceleración y el tiempo en el que ocurre.

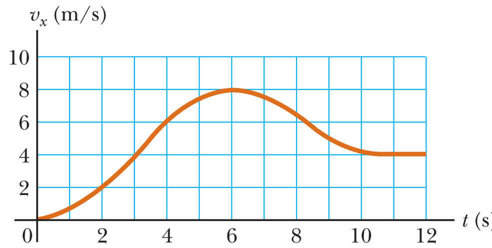


Figura P2.16

Sección 2.5 Diagramas de movimiento

17. ● Cada una de las fotografías estroboscópicas a), b) y c) en la figura P2.7 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se considera la dirección positiva. Dentro de cada fotografía el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. Para cada fotografía prepare gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineada verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento del disco. No podrá colocar números distintos de cero sobre los ejes, sino mostrar los tamaños relativos correctos sobre las gráficas.

18. Dibuje diagramas de movimiento para a) un objeto que se mueve a la derecha con rapidez constante, b) un objeto que se mueve a la derecha y aumenta rapidez con relación constante, c) un objeto que se mueve a la derecha y frena con relación constante, d) un objeto que se mueve a la izquierda y aumenta rapidez con relación constante, y e) un objeto que se mueve a la izquierda y frena con relación constante. f) ¿Cómo modificaría su dibujo si los cambios en rapidez no fuesen uniformes; esto es, si la rapidez no cambiara con relación constante?

Sección 2.6 La partícula bajo aceleración constante

19. ● Considere una porción de aire en un tubo recto que se mueve con una aceleración constante de -4.00 m/s^2 y tiene una velocidad de 13.0 m/s a las 10:05:00 a.m., en cierta fecha. a) ¿Cuál es su velocidad a las 10:05:01 a.m.? b) ¿A las 10:05:02 a.m.? c) ¿A las 10:05:02.5 a.m.? d) ¿A las 10:05:04 a.m.? e) ¿A las 10:04:59 a.m.? f) Describa la forma de una gráfica de velocidad en función del tiempo para esta porción de aire. g) Argumente a favor o en contra del enunciado "conocer un solo valor de la aceleración constante de un objeto es como conocer toda una lista de valores para su velocidad".

20. Un camión cubre 40.0 m en 8.50 s mientras frena de manera uniforme a una rapidez final de 2.80 m/s. a) Encuentre su rapidez original. b) Encuentre su aceleración.

21. Un objeto que se mueve con aceleración uniforme tiene una velocidad de 12.0 cm/s en la dirección x positiva cuando su coordenada x es 3.00 cm. Si su coordenada x 2.00 s después es -5.00 cm, ¿cuál es su aceleración?

22. La figura P2.22 representa parte de los datos de desempeño de un automóvil propiedad de un orgulloso estudiante de física. a) Calcule la distancia total recorrida al calcular el área bajo la línea de la gráfica. b) ¿Qué distancia recorre el automóvil entre los tiempos $t = 10$ s y $t = 40$ s? c) Dibuje una gráfica de su aceleración en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = 50$ s. d) Escriba una ecuación para x como función del tiempo para cada fase del movimiento, representado por i) $0a$, ii) ab y iii) bc. e) ¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil entre $t = 0$ y $t = 50$ s?

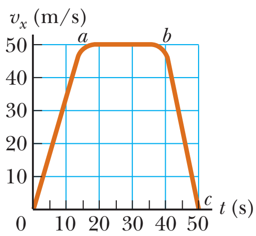


Figura P2.22

23. ● Un avión jet se aproxima para aterrizar con una rapidez de 100 m/s y una aceleración con una magnitud máxima de 5.00 m/s^2 conforme llega al reposo. a) Desde el instante cuando el avión toca la pista, ¿cuál es el intervalo de tiempo mínimo necesario antes de que llegue al reposo? b) ¿Este avión puede aterrizar en el aeropuerto de una pequeña isla tropical donde la pista mide 0.800 km de largo? Explique su respuesta.

24. ● En $t = 0$, un carro de juguete se pone a rodar en una pista recta con posición inicial de 15.00 cm, velocidad inicial de -3.50 cm/s y aceleración constante de 2.40 cm/s^2. En el mismo momento, otro carro de juguete se pone a rodar en una pista adyacente con posición inicial de 10.0 cm, una velocidad inicial de $+5.50$ cm/s y aceleración constante cero. a) ¿En qué tiempo, si alguno, los dos carros tienen iguales rapideces? b) ¿Cuáles son sus rapideces en dicho tiempo? c) ¿En qué tiempo(s), si alguno, los carros se rebasan mutuamente? d) ¿Cuáles son sus ubicaciones en dicho tiempo? e) Explique la diferencia entre la pregunta a) y la pregunta c) tan claramente como le sea posible. Escriba (o dibuje) para una audiencia blanco de estudiantes que no comprendan de inmediato que las condiciones son diferentes.

25. El conductor de un automóvil aplica los frenos cuando ve un árbol que bloquea el camino. El automóvil frena uniformemente con una aceleración de -5.60 m/s^2 durante 4.20 s, y hace marcas de derrape rectas de 62.4 m de largo que terminan en el árbol. ¿Con qué rapidez el automóvil golpea el árbol?

26. *¡Ayuda! ¡Se perdió una de las ecuaciones!* El movimiento con aceleración constante se describe con las variables y parámetros v_{xi}, v_{xf}, a_x, t y $x_f - x_i$. En las ecuaciones en la tabla 2.2, la primera no involucra $x_f - x_i$, la segunda no contiene a_x, la tercera omite v_{xf} y la última deja fuera t. De modo que, para completar el conjunto, debe haber una ecuación que *no* involucre v_{xi}. Dedúzcala a partir de las otras. Aplíquela para resolver el problema 25 en un paso.

27. Durante muchos años, el récord mundial de rapidez en tierra lo poseyó el coronel John P. Stapp, de la fuerza aérea de Estados Unidos. Él participó en un estudio para ver si un piloto de jet podría sobrevivir a la expulsión de emergencia. El 19 de marzo de 1954, viajó en un trineo impulsado por cohete que se movió por una pista a una rapidez de 632 mi/h. Él y el trineo llegaron al reposo en 1.40 s con seguridad (figura P2.27). Determine a) la aceleración negativa que experimentó y b) la distancia que recorrió durante esta aceleración negativa.

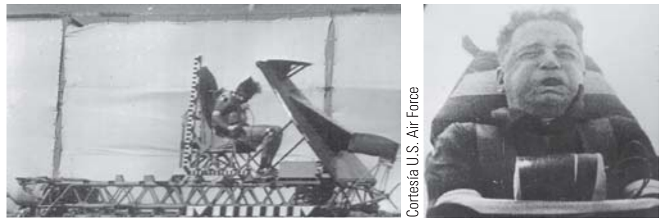


Figura P2.27 (*Izquierda*) Coronel John Stapp en el trineo cohete. (*Derecha*) El rostro de Stapp se deforma por el esfuerzo de la rápida aceleración negativa.

28. Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición está dada por la ecuación $x = 2 + 3t - 4t^2$, con x en metros y t en segundos. Determine a) su posición cuando cambia de dirección y b) su velocidad cuando regresa a la posición que tenía en $t = 0$.

29. Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera desde una rapidez de 2.00×10^4 m/s a 6.00×10^6 m/s en 1.50 cm. a) ¿En qué intervalo de tiempo el electrón recorre estos 1.50 cm? b) ¿Cuál es su aceleración?

30. ● Dentro de una compleja máquina como una línea de ensamblado robótico, suponga que una parte se desliza a lo largo de una pista recta. Un sistema de control mide la velocidad promedio de la parte durante cada intervalo de tiempo sucesivo $\Delta t_0 = t_0 - 0$, lo compara con el valor v_c que debe ser y enciende y apaga un servomotor para dar a la parte un pulso corrector de aceleración. El pulso consiste de una aceleración constante a_m aplicada durante el intervalo de tiempo $\Delta t_m = \Delta t_m - 0$ dentro del siguiente intervalo de tiempo de control Δt_0. Como se muestra en la figura P2.30, la parte se puede modelar con una aceleración cero cuando el motor se apaga (entre t_m y t_0). Una computadora en el sistema de control elige el tamaño de la aceleración de modo que la velocidad final de la parte tendrá el valor correcto v_c. Suponga que la parte inicialmente está en reposo y tendrá velocidad instantánea v_c en el tiempo t_0. a) Encuentre el valor requerido de a_m en términos de v_c y t_m. b) Muestre que el desplazamiento Δx de la parte durante el intervalo de tiempo Δt_0 está dado por $\Delta x = v_c(t_0 - 0.5t_m)$. Para valores específicos de v_c y t_0, c) ¿cuál es el desplazamiento mínimo del inciso? d) ¿Cuál es el desplazamiento máximo del inciso? e) ¿Son físicamente obtenibles los desplazamientos mínimo y máximo?

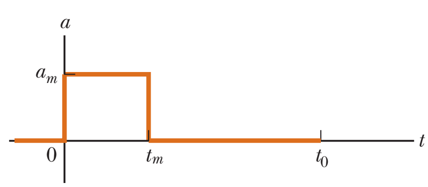


Figura P2.30

31. ● Un deslizador en una pista de aire porta una bandera de longitud ℓ a través de una fotopuerta estacionaria, que mide el intervalo de tiempo Δt_d durante el que la bandera bloquea

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▢ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

un haz de luz infrarroja que pasa a través de la fotopuerta. La relación $v_d = \ell/\Delta t_d$ es la velocidad promedio del deslizador durante esta parte de su movimiento. Suponga que el deslizador se mueve con aceleración constante. a) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el espacio. b) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el tiempo.

32. ● Speedy Sue, que conduce a 30.0 m/s, entra a un túnel de un carril. En seguida observa una camioneta lenta 155 m adelante que se mueve a 5.00 m/s. Sue aplica los frenos pero sólo puede acelerar a -2.00 m/s^2 porque el camino está húmedo. ¿Habrá una colisión? Establezca cómo llega a su respuesta. Si es sí, determine cuán lejos en el túnel y en qué tiempo ocurre la colisión. Si es no, determine la distancia de acercamiento más próxima entre el automóvil de Sue y la camioneta.

33. *¡Vroom, vroom!* Tan pronto como un semáforo se pone en verde, un automóvil aumenta rapidez desde el reposo a 50.0 mi/h con aceleración constante de 9.00 mi/h · s. En el carril de bicicletas, un ciclista aumenta la rapidez desde el reposo a 20.0 mi/h con aceleración constante de 13.0 mi/h · s. Cada vehículo mantiene velocidad constante después de alcanzar su rapidez de crucero. a) ¿Para qué intervalo de tiempo la bicicleta está adelante del automóvil? b) ¿Por cuánta distancia máxima la bicicleta adelanta al automóvil?

34. Resuelva el ejemplo 2.8 (¡Observe el límite de rapidez!) mediante un método gráfico. En la misma gráfica trace posición en función del tiempo para el automóvil y el oficial de policía. De la intersección de las dos curvas lea el tiempo cuando el patrullero da alcance al automóvil.

35. ● Un deslizador de 12.4 cm de longitud se mueve sobre una pista de aire con aceleración constante. Transcurre un intervalo de tiempo de 0.628 s entre el momento cuando su extremo frontal pasa un punto fijo Ⓐ a lo largo de la pista y el momento cuando su extremo trasero pasa este punto. A continuación, transcurre un intervalo de tiempo de 1.39 s entre el momento cuando el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓐ y el momento cuando el extremo frontal del deslizador pasa un segundo punto Ⓑ más lejos en la pista. Después de ello, transcurren 0.431 s adicionales hasta que el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓑ. a) Encuentre la rapidez promedio del deslizador conforme pasa el punto Ⓐ. b) Encuentre la aceleración del deslizador. c) Explique cómo calcula la aceleración sin saber la distancia entre los puntos Ⓐ y Ⓑ.

Sección 2.7 Objetos en caída libre

Nota: En todos los problemas de esta sección, ignore los efectos de la resistencia del aire.

36. En un video clásico de *America's Funniest Home Videos*, un gato dormido rueda suavemente de lo alto de una cálida televisión. Si ignora la resistencia del aire, calcule a) la posición y b) la velocidad del gato después de 0.100 s, 0.200 s y 0.300 s.

37. ● *Cada mañana a las siete en punto*
Hay veinte terriers taladrando la roca.
El jefe viene y les dice, "Manténgase firmes
Y apóyense duro sobre el talador de hierro fundido

Y taladren, terriers, taladren." Y taladren, terriers, taladren.
Es trabajar todo el día por azúcar en su té...
Y taladren, terriers, taladren.
Más allá de las vías. Y taladren, terriers, taladren.

El nombre del capataz era John McAnn.
Por Dios, fue a quien culparon.
Un día una explosión prematura se suscitó
Y una milla en el aire el gran Jim Goff subió. Y taladren...

Entonces, cuando el siguiente día de paga llegó,
Jim Goff un dólar menos encontró.
Cuando él preguntó por qué, esta réplica recibió:
"Fue por el tiempo que en el cielo permaneció".
Y taladren...

—Canción popular estadounidense

¿Cuál era el salario por hora de Goff? Establezca las suposiciones que hizo para calcularlo.

38. Una bola se lanza directamente hacia arriba, con una rapidez inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. ¿Después de qué intervalo de tiempo la bola golpea al suelo?

39. Un estudiante lanza un conjunto de llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de fraternidad, quien está en una ventana 4.00 m arriba. Las llaves las atrapa 1.50 s después con la mano extendida. a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas?

40. ● Emily desafía a su amigo David a atrapar un billete de dólar del modo siguiente. Ella sostiene el billete verticalmente, como se muestra en la figura P2.40, con el centro del billete entre los dedos índice y pulgar de David, quien debe atrapar el billete después de que Emily lo libere sin mover su mano hacia abajo. Si su tiempo de reacción es 0.2 s, ¿tendrá éxito? Explique su razonamiento.

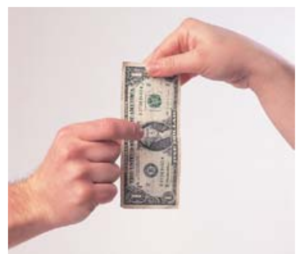


Figura P2.41

41. Se golpea una pelota de beisbol de modo que viaja recto hacia arriba después de ser golpeada por el bat. Un aficionado observa que a la bola le toma 3.00 s llegar a su máxima altura. Encuentre a) la velocidad inicial de la bola y b) la altura que alcanza.

42. ● Un atacante en la base de la pared de un castillo de 3.65 m de alto lanza una roca recta hacia arriba con una rapidez de 7.40 m/s a una altura de 1.55 m sobre el suelo. a) ¿La roca llegará a lo alto de la pared? b) Si es así, ¿cuál es su rapidez en lo alto? Si no, ¿qué rapidez inicial debe tener para llegar a lo alto? c) Encuentre el cambio en rapidez de una roca lanzada recta hacia abajo desde lo alto de la pared con una rapidez inicial de 7.40 m/s y que se mueve entre los mismos dos puntos. d) ¿El cambio en rapidez de la roca que se mueve hacia abajo concuerda con la magnitud del cambio de rapidez de la roca que se mueve hacia arriba entre las mismas elevaciones? Explique físicamente por qué sí o por qué no concuerda.

43. Un osado vaquero sentado en la rama de un árbol desea caer verticalmente sobre un caballo que galopa bajo el árbol. La rapidez constante del caballo es 10.0 m/s y la distancia desde

la rama hasta el nivel de la silla de montar es 3.00 m. a) ¿Cuál debe ser la distancia horizontal entre la silla y la rama cuando el vaquero haga su movimiento? b) ¿Para qué intervalo de tiempo está en el aire?

44. La altura de un helicóptero sobre el suelo está dada por $h = 3.00t^3$, donde h está en metros y t en segundos. Después de 2.00 s, el helicóptero libera una pequeña valija de correo. ¿Cuánto tiempo, después de su liberación, la valija llega al suelo?

45. Un objeto en caída libre requiere 1.50 s para recorrer los últimos 30.0 m antes de golpear el suelo. ¿Desde qué altura sobre el suelo cayó?

Sección 2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

46. Un estudiante conduce un ciclomotor a lo largo de un camino recto como se describe por la gráfica velocidad en función del tiempo de la figura P2.46. Bosqueje esta gráfica en medio de una hoja de papel gráfico. a) Directamente sobre su gráfica, bosqueje una gráfica de la posición en función del tiempo y alinee las coordenadas de tiempo de las dos gráficas. b) Bosqueje una gráfica de la aceleración en función del tiempo directamente bajo de la gráfica v_x–t, y de nuevo alinee las coordenadas de tiempo. En cada gráfica muestre los valores numéricos de x y a_x para todos los puntos de inflexión. c) ¿Cuál es la aceleración en $t = 6$ s? d) Encuentre la posición (relativa al punto de partida) en $t = 6$ s. e) ¿Cuál es la posición final del ciclomotor en $t = 9$ s?

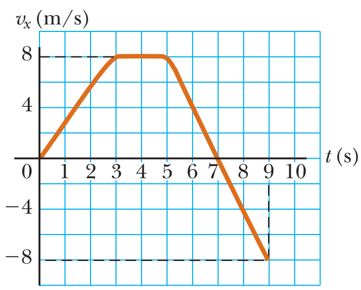


Figura P2.46

47. Los ingenieros automotrices se refieren a la tasa de cambio de la aceleración en el tiempo como el "jalón". Suponga que un objeto se mueve en una dimensión tal que su jalón J es constante. a) Determine expresiones para su aceleración $a_x(t)$, velocidad $v_x(t)$ y posición $x(t)$, dado que su aceleración, velocidad y posición iniciales son a_{xi}, v_{xi} y x_i, respectivamente. b) Muestre que $a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J(v_x - v_{xi})$.

48. La rapidez de una bala mientras viaja por el cañón de un rifle hacia la abertura está dada por $v = (-5.00 \times 10^7)t^2 + (3.00 \times 10^5)t$, donde v está en metros por segundo y t en segundos. La aceleración de la bala justo cuando sale del cañón es cero. a) Determine la aceleración y posición de la bala como función del tiempo cuando la bala está en el cañón. b) Determine el intervalo de tiempo durante el que la bala acelera. c) Encuentre la rapidez a la que sale del cañón la bala. d) ¿Cuál es la longitud del cañón?

Problemas adicionales

49. Un objeto está en $x = 0$ en $t = 0$ y se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la gráfica velocidad-tiempo de la figura P2.49. a) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 0 y 4 s? b) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 4 s y 9 s? c) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 13 s y 18 s? d) ¿En qué tiempo(s) el objeto se mueve con la rapidez más baja? e) ¿En qué tiempo el objeto está más lejos de $x = 0$? f) ¿Cuál es la posición final x del objeto en $t = 18$ s? g) ¿A través de qué distancia total el objeto se mueve entre $t = 0$ y $t = 18$ s?

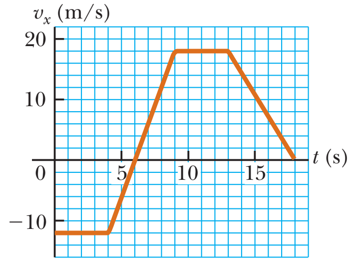


Figura P2.49

50. ● El Acela, que se muestra en la figura P2.50a, es un tren eléctrico en la ruta Washington-Nueva York-Boston y transporta pasajeros a 170 mi/h. La inclinación de los vagones es de hasta 6° de la vertical para evitar que los pasajeros sientan que se les empuja a un lado cuando entran en curvas. En la figura P2.50b se muestra una gráfica velocidad-tiempo para el Acela. a) Describa el movimiento del tren en cada intervalo de tiempo sucesivo. b) Encuentre la aceleración pico positiva del tren en el movimiento graficado. c) Encuentre el desplazamiento del tren, en millas, entre $t = 0$ y $t = 200$ s.

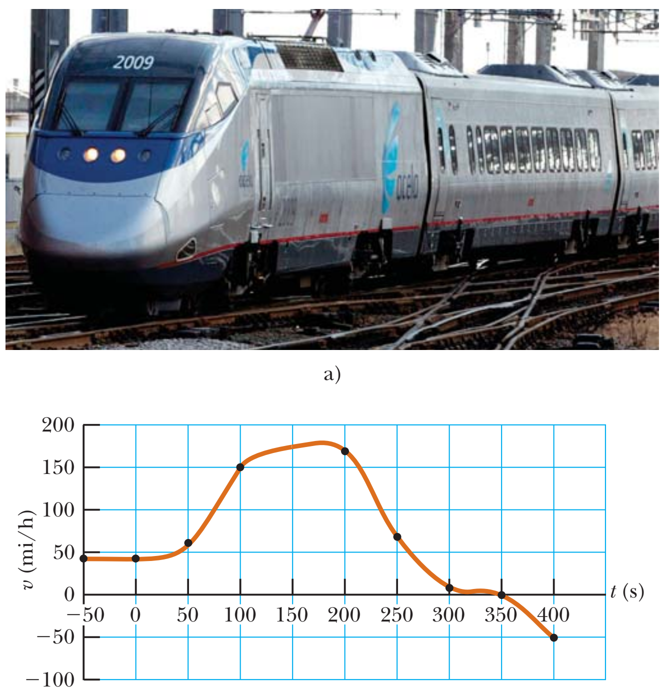


Figura P2.50 a) El Acela: 1 171 000 lb de acero frío que transporta atronadoramente 304 pasajeros. b) Gráfica velocidad frente a tiempo para el Acela.

51. Un cohete de prueba se dispara verticalmente hacia arriba desde un pozo. Una catapulta le da una rapidez inicial de 80.0 m/s a nivel del suelo. Después se encienden sus motores y acelera hacia arriba a 4.00 m/s^2 hasta que llega a una altitud de 1 000 m. En este punto sus motores fallan y el cohete entra en caída libre, con una aceleración de -9.80 m/s^2. a) ¿Para qué intervalo de tiempo el cohete está en movimiento sobre el suelo? b) ¿Cuál es su altitud máxima? c) ¿Cuál es su velocidad justo antes de chocar con la Tierra? (Necesitará considerar el movimiento mientras el motor funciona separado del movimiento en caída libre.)

52. ● En la figura 2.11b, el área bajo la curva velocidad en función del tiempo y entre el eje vertical y el tiempo t (línea discontinua vertical) representa el desplazamiento. Como se muestra, esta área consiste de un rectángulo y un triángulo. Calcule sus áreas y establezca cómo se compara la suma de las dos áreas con la expresión en el lado derecho de la ecuación 2.16.

53. Estableciendo un récord mundial en una carrera de 100 m, Maggie y Judy cruzan la línea final en un empate muy apretado, pues ambas tardan 10.2 s. Acelerando uniformemente, a Maggie le toma 2.00 s y a Judy 3.00 s lograr su máxima rapidez, que mantienen durante el resto de la carrera. a) ¿Cuál fue la aceleración de cada corredora? b) ¿Cuáles fueron sus respectivas magnitudes de velocidad máximas? c) ¿Cuál corredora estuvo adelante en la marca de 6.00 s y por cuánto?

54. ● *¿Cuánto tiempo debe durar la luz amarilla del semáforo?* Suponga que conduce al límite de rapidez v_0. Conforme se aproxima a un cruce de 22.0 m de ancho, ve que la luz se pone amarilla. Durante su tiempo de reacción de 0.600 s, viaja con rapidez constante mientras reconoce la advertencia, decide si se detiene o cruza la intersección, y mueve su pie al freno si debe frenar. Su automóvil tiene buenos frenos y puede acelerar a -2.40 m/s^2. Antes de ponerse roja, la luz debe permanecer en amarillo lo suficiente para que sea capaz de llegar al otro lado de la intersección sin aumentar rapidez, si está muy cerca de la intersección como para frenar antes de entrar a ella. a) Encuentre el intervalo de tiempo Δt_y requerido que la luz debe permanecer en amarillo en términos de v_0. Evalúe su respuesta para b) $v_0 = 8.00$ m/s $= 28.8$ km/h, c) $v_0 = 11.0$ m/s $= 40.2$ km/h, d) $v_0 = 18.0$ m/s $= 64.8$ km/h y e) $v_0 = 25.0$ m/s $=$ 90.0 km/h. **¿Qué pasaría si?** Evalúe su respuesta para f) v_0 que tiende a cero y g) v_0 que tiende a infinito. h) Describa el patrón de variación de Δt_y con v_0. Tal vez también quiera bosquejar una gráfica del mismo. Explique físicamente las respuestas a los incisos f) y g). i) ¿Para qué valores de v_0 sería mínimo Δt_y? y j) ¿Cuál es este intervalo de tiempo mínimo? *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil de hacer el inciso a) después de hacer primero el inciso b).

55. Un tren de pasajeros viaja entre dos estaciones del centro de la ciudad. Puesto que las estaciones sólo están separadas 1.00 km, el tren nunca alcanza su máxima rapidez de viaje posible. Durante las horas de tráfico el ingeniero minimiza el intervalo de tiempo Δt entre las dos estaciones al acelerar durante un intervalo de tiempo Δt_1 con una proporción $a_1 = 0.100$ m/s^2 para luego frenar inmediatamente con una aceleración $a_2 =$ -0.500 m/s^2 en un intervalo de tiempo Δt_2. Encuentre el intervalo de tiempo de viaje mínimo Δt y el intervalo de tiempo Δt.

56. Un Ferrari F50 de 4.52 m de longitud se mueve al norte en una autopista que interseca con otro camino perpendicular. El ancho de la intersección desde el extremo cercano al extremo lejano es de 28.0 m. El Ferrari tiene una aceleración constante de 2.10 m/s^2 de magnitud dirigida al sur. El intervalo de tiempo requerido para que la nariz del Ferrari se mueva desde el extremo cercano (sur) de la intersección hasta el extremo norte de la intersección es 3.10 s. a) ¿Cuán lejos está la nariz del Ferrari del extremo sur de la intersección cuando se detiene? b) ¿Para qué intervalo de tiempo *cualquier* parte del Ferrari está dentro de las fronteras de la intersección? c) Un Corvette está en reposo en el camino de intersección perpendicular. Mientras la nariz del Ferrari entra a la intersección, el Corvette parte del reposo y acelera al este a 5.60 m/s^2. ¿Cuál es la distancia mínima desde el extremo cercano (oeste) de la intersección a la que la nariz del Corvette puede comenzar su movimiento, si el Corvette debe entrar a la intersección después de que el Ferrari haya salido completamente de la intersección? d) Si el Corvette comienza su movimiento en la posición dada por su respuesta en el inciso c), ¿con qué rapidez entra a la intersección?

57. Un inquisitivo estudiante de física y montañista asciende un risco de 50.0 m que cuelga sobre un tranquilo ojo de agua. Lanza dos piedras verticalmente hacia abajo, con una separación de 1.00 s y observa que causan una sola salpicadura. La primera piedra tiene una rapidez inicial de 2.00 m/s. a) ¿Cuánto tiempo después de liberar la primera piedra las dos piedras golpean el agua? b) ¿Qué velocidad inicial debe tener la segunda piedra si deben golpear simultáneamente? c) ¿Cuál es la rapidez de cada piedra en el instante en que las dos golpean el agua?

58. ● Una bola de hule duro, liberada a la altura del pecho, cae al pavimento y rebota de vuelta casi a la misma altura. Cuando está en contacto con el pavimento, el lado inferior de la bola se aplana temporalmente. Suponga que la profundidad máxima de la abolladura es del orden de 1 cm. Calcule una estimación del orden de magnitud para la aceleración máxima de la bola mientras está en contacto con el pavimento. Establezca sus suposiciones, las cantidades que estimó y los valores que estimó para ellos.

59. Kathy Kool compra un automóvil deportivo que puede acelerar con una relación de 4.90 m/s^2. Decide probar el automóvil corriendo con otro conductor, Stan Speedy. Ambos parten del reposo, pero el experimentado Stan deja la línea de partida 1.00 s antes que Kathy. Stan se mueve con una aceleración constante de 3.50 m/s^2 y Kathy mantiene una aceleración de 4.90 m/s^2. Encuentre a) el tiempo cuando Kathy alcanza a Stan, b) la distancia que recorre antes de alcanzarlo y c) las rapideces de ambos automóviles en el instante en que lo alcanza.

60. Una roca se suelta desde el reposo en un pozo. a) El sonido de la salpicadura se escucha 2.40 s después de que la roca se libera desde el reposo. ¿Cuán lejos abajo de lo alto del pozo es la superficie del agua? La rapidez del sonido en el aire (a temperatura ambiente) es 336 m/s. b) **¿Qué pasaría si?** Si se ignora el tiempo de viaje para el sonido, ¿qué error porcentual se introduce cuando se calcula la profundidad del pozo?

61. ● En un manual para conductor de California, se dieron los siguientes datos acerca de la distancia mínima que un automóvil recorre para detenerse a partir de varias rapideces originales. La "distancia pensada" representa cuán lejos viaja el automóvil durante el tiempo de reacción del conductor, después de que aparezca una razón para frenar pero antes de que el conductor pueda aplicar los frenos. La "distancia de frenado" es el desplazamiento del automóvil después de aplicar los frenos. a) ¿Los datos de distancia pensada son consistentes con la suposición de que el automóvil viaja con rapidez constante? Explique. b) Determine el mejor valor de tiempo de reacción sugerido por los datos. c) ¿Los datos de distancia de frenado son consistentes con la suposición de que el automóvil viaja con aceleración constante? Explique. d) Determine el mejor valor para la aceleración sugerido por los datos.

Rapidez (mi/h)	Distancia pensada (ft)	Distancia de frenado (ft)	Distancia de frenado total (ft)
25	27	34	61
35	38	67	105
45	49	110	159
55	60	165	225
65	71	231	302

62. ● Astronautas en un planeta distante lanzan una roca al aire. Con la ayuda de una cámara que toma fotografías a una rapidez estable, registran la altura de la roca como función del tiempo como se da en la tabla de la siguiente columna. a) Encuentre la velocidad promedio de la roca en el intervalo de tiempo entre cada medición y la siguiente. b) Use estas velocidades promedio para aproximar velocidades instantáneas en los puntos medios de los intervalos de tiempo y haga una gráfica de la velocidad como función del tiempo. ¿La roca se mueve con aceleración constante? Si es así, trace una línea recta de mejor ajuste en la gráfica y calcule su pendiente para encontrar la aceleración.

Tiempo (s)	Altura (m)	Tiempo (s)	Altura (m)
0.00	5.00	2.75	7.62
0.25	5.75	3.00	7.62
0.50	6.40	3.25	6.77
0.75	6.94	3.50	6.20
1.00	7.38	3.75	5.52
1.25	7.72	4.00	4.73
1.50	7.96	4.25	3.85
1.75	8.10	4.50	2.86
2.00	8.13	4.75	1.77
2.25	8.07	5.00	0.58
2.50	7.90		

63. Dos objetos, A y B, se conectan mediante una barra rígida que tiene longitud L. Los objetos se deslizan a lo largo de rieles guía perpendiculares como se muestra en la figura P2.63. Suponga que A se desliza hacia la izquierda con una rapidez constante v. Encuentre la velocidad de B cuando $\theta = 60.0°$.

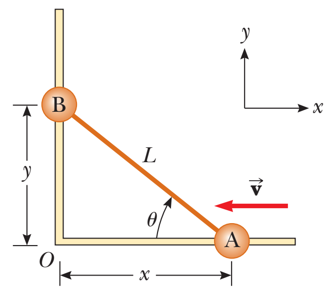


Figura P2.63

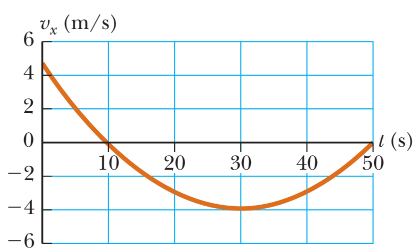
Respuestas a preguntas rápidas

2.1 c). Si la partícula se mueve a lo largo de una línea sin cambiar dirección, el desplazamiento y la distancia recorridos sobre cualquier intervalo de tiempo serán iguales. Como resultado, la magnitud de la velocidad promedio y de la rapidez promedio serán iguales. Sin embargo, si la partícula invierte dirección, el desplazamiento será menor que la distancia recorrida. A su vez, la magnitud de la velocidad promedio será más pequeña que la rapidez promedio.

2.2 b). Sin importar su rapidez en todos los demás tiempos, si su rapidez instantánea en el instante en que se mide es mayor que el límite de rapidez, puede recibir una infracción.

2.3 b). Si el automóvil frena, una fuerza debe jalar en la dirección opuesta a su velocidad.

2.4 Falso. Su gráfica debe parecerse algo a la siguiente.



Esta gráfica v_x–t muestra que la rapidez máxima es de aproximadamente 5.0 m/s, que es 18 km/h (= 11 mi/h), de modo que el conductor no aumentaba rapidez.

2.5 c). Si una partícula con aceleración constante se detiene y su aceleración sigue constante, debe comenzar a moverse de nuevo en la dirección opuesta. Si no lo hace, la aceleración cambiaría desde su valor original constante a cero. La opción a) no es correcta porque la dirección de la aceleración no se especifica por la dirección de la velocidad. La opción b) tampoco es correcta por contraejemplo; un automóvil que se mueve en la dirección $-x$ y frena tiene una aceleración positiva.

2.6 La gráfica a) tiene una pendiente constante, que indica una aceleración constante; se representa mediante la gráfica e).

La gráfica b) representa una rapidez que aumenta constantemente pero no a una tasa uniforme. Por lo tanto, la aceleración debe aumentar y la gráfica que mejor muestra esto es d).

La gráfica c) muestra una velocidad que primero aumenta a una proporción constante, lo que revela aceleración constante. Luego la velocidad deja de aumentar y se vuelve constante, lo que indica aceleración cero. La mejor relación a esta situación es la gráfica f).

2.7 **i**), e). Para todo el intervalo de tiempo que la bola está en caída libre, la aceleración es la de la gravedad. **ii**), d). Mientras la bola se eleva, va frenando. Después de llegar al punto más alto, la bola comienza a caer y su rapidez aumenta.

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

Los controles en la cabina de una aeronave comercial ayudan al piloto a mantener el control sobre la velocidad del aparato (cuán rápido viaja y en qué dirección lo hace) lo cual le permite aterrizar con seguridad. Las cantidades que se definen tanto por una magnitud como por una dirección, como la velocidad, se llaman *cantidades vectoriales*. (Mark Wagner/Getty Images)

3 Vectores

En el estudio de la física con frecuencia se necesita trabajar con cantidades físicas que tie-nen propiedades tanto numéricas como direccionales. Como se apuntó en la sección 2.1, las cantidades de esta naturaleza son cantidades vectoriales. Este capítulo está interesado principalmente en las propiedades generales de las cantidades vectoriales. Se analizan la suma y resta de cantidades vectoriales, con aplicaciones comunes a situaciones físicas.

Las cantidades vectoriales se usan en todas las partes de este texto. Por tanto, es imperativo que domine las técnicas que se discuten en este capítulo.

3.1 Sistemas coordenados

Muchos aspectos de la física incluyen una descripción de una ubicación en el espacio. Por ejemplo, en el capítulo 2, se vio que la descripción matemática del movimiento de un objeto requiere un método para describir la posición del objeto en varios tiempos. En dos dimensiones esta descripción se logra con el uso del sistema de coordenadas cartesianas, en el que ejes perpendiculares cruzan en un punto definido como el origen (figura 3.1). Las coordenadas cartesianas también se llaman *coordenadas rectangulares*.

A veces es más conveniente representar un punto en un plano por sus *coordenadas polares planas* (r, θ), como se muestra en la figura 3.2a. En este *sistema de coordenadas polares*, r es la distancia desde el origen hasta el punto que tiene coordenadas cartesianas (x, y) y θ es el ángulo entre un eje fijo y una línea dibujada desde el origen hasta el punto. El eje fijo es el eje x positivo y θ se mide contra el sentido de las manecillas del reloj desde el mismo. A partir del triángulo rectángulo de la figura 3.2b, se encuentra que

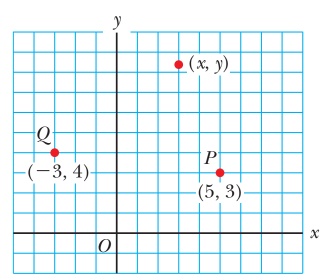


Figura 3.1 Designación de puntos en un sistema coordenado cartesiano. Cualquier punto se etiqueta con las coordenadas (x, y).

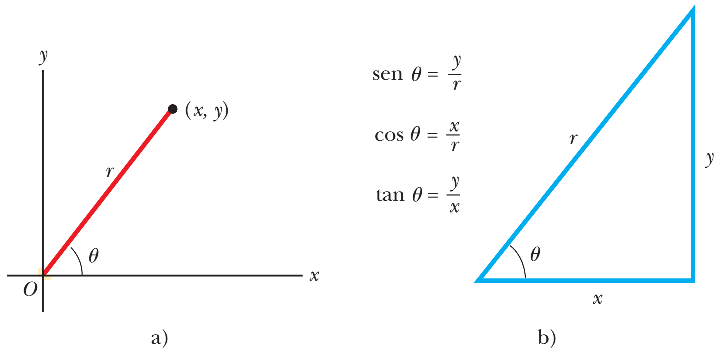


Figura 3.2 a) Las coordenadas polares planas de un punto se representan mediante la distancia r y el ángulo θ, donde θ se mide contra el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo. b) Se usa el triángulo rectángulo para relacionar (x, y) con (r, θ).

sen $\theta = y/r$ y que $\cos\theta = x/r$. (En el apéndice B.4 se presenta una revisión de las funciones trigonométricas.) En consecuencia, si parte con las coordenadas polares planas de cualquier punto, al aplicar las siguientes ecuaciones obtiene las coordenadas cartesianas

$$x = r\cos\theta \tag{3.1}$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta \tag{3.2}$$

Además, las definiciones de trigonometría dicen que

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \tag{3.3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{3.4}$$

La ecuación 3.4 es el conocido teorema de Pitágoras.

Estas cuatro expresiones, que relacionan las coordenadas (x, y) con las coordenadas (r, θ), se aplican sólo cuando θ se define como se muestra en la figura 3.2a; en otras palabras, cuando θ es positivo, es un ángulo que se mide contra el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo. (Algunas calculadoras científicas realizan conversiones entre coordenadas cartesianas y polares en función de estas convenciones estándar.) Si como eje de referencia para el ángulo polar θ se elige otro distinto del eje x positivo o si el sentido de θ creciente se elige de modo diferente, cambiarán las expresiones que relacionan los dos conjuntos de coordenadas.

EJEMPLO 3.1 Coordenadas polares

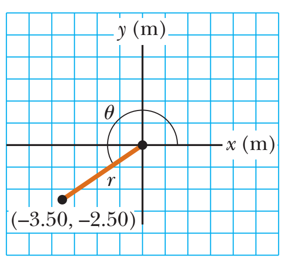


Figura 3.3 (Ejemplo 3.1) Encuentre las coordenadas polares cuando tiene las coordenadas cartesianas.

Las coordenadas cartesianas de un punto en el plano xy son $(x, y) = (-3.50, -2.50)$ m, como se muestra en la figura 3.3. Encuentre las coordenadas polares de este punto.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El dibujo de la figura 3.3 ayuda a formar conceptos del problema.

Categorizar A partir del enunciado del problema y de la etapa Conceptualizar, se entiende que simplemente se convierte de coordenadas cartesianas a coordenadas polares. Debido a esto, se considera este ejemplo como un problema de sustitución. Dichos problemas por lo general no tienen una etapa de análisis amplia distinta de la sustitución de números en una ecuación dada. De igual modo, la etapa "Finalizar" consiste principalmente en comprobar las unidades y asegurarse de que la respuesta es razonable. En consecuencia, para problemas de sustitución, no se marcarán las etapas "Analizar" y "Finalizar".

Aplique la ecuación 3.4 para encontrar r:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50 \text{ m})^2 + (-2.50 \text{ m})^2} = \boxed{4.30 \text{ m}}$$

Aplique la ecuación 3.3 para hallar θ:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50 \text{ m}}{-3.50 \text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = \boxed{216°}$$

Advierta que debe usar los signos de x y y para encontrar que el punto se encuentra en el tercer cuadrante del sistema coordenado. Esto es, $\theta = 216°$, no 35.5°.

3.2 Cantidades vectoriales y escalares

Ahora se describirá formalmente la diferencia entre cantidades escalares y cantidades vectoriales. Cuando quiere saber la temperatura exterior para saber cómo vestirse, la única información que necesita es un número y la unidad "grados C" o "grados F". Así, la temperatura es un ejemplo de *cantidad escalar*:

> Una **cantidad escalar** se especifica por completo mediante un valor único con una unidad adecuada y no tiene dirección.

Otros ejemplos de cantidades escalares son volumen, masa, rapidez e intervalos de tiempo. Las reglas de aritmética ordinaria se usan para manipular cantidades escalares.

Si se prepara para pilotear un pequeño avión y necesita saber la velocidad del viento, debe conocer tanto la rapidez del viento como su dirección. Puesto que la dirección es importante para una especificación completa, la velocidad es una *cantidad vectorial*:

> Una **cantidad vectorial** se especifica por completo mediante un número y unidades apropiadas más una dirección.

Otro ejemplo de una cantidad vectorial es el desplazamiento, como ya sabe por el capítulo 2. Suponga que una partícula se mueve desde algún punto Ⓐ hasta algún punto Ⓑ a lo largo de una trayectoria recta, como se muestra en la figura 3.4. Tal desplazamiento se representa con el dibujo de una flecha de Ⓐ a Ⓑ, en el que la punta de la flecha apunta alejándose del punto de partida. La dirección de la punta de flecha representa la dirección del desplazamiento y la longitud de la flecha representa la magnitud del desplazamiento. Si la partícula viaja a lo largo de alguna otra trayectoria de Ⓐ a Ⓑ, como se muestra mediante la línea discontinua en la figura 3.4, su desplazamiento todavía es la flecha dibujada de Ⓐ a Ⓑ. El desplazamiento sólo depende de las posiciones inicial y final, de modo que el vector desplazamiento es independiente de la trayectoria que toma la partícula entre estos dos puntos.

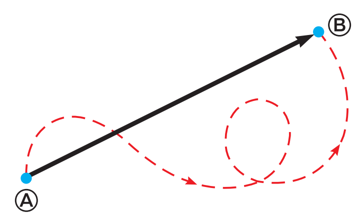


Figura 3.4 Conforme una partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ a lo largo de una trayectoria arbitraria representada por la línea discontinua, su desplazamiento es una cantidad vectorial que se muestra mediante la flecha dibujada de Ⓐ a Ⓑ.

En este texto se usa una letra en negrita con una flecha sobre ella, como $\vec{\mathbf{A}}$, para representar un vector. Otra notación común para vectores, con la que se debe familiarizar, es un caracter en negrita: **A**. La magnitud del vector $\vec{\mathbf{A}}$ se escribe A o $|\vec{\mathbf{A}}|$. La magnitud de un vector tiene unidades físicas, como metros para desplazamiento o metros por segundo para velocidad. La magnitud de un vector *siempre* es un número positivo.

Pregunta rápida 3.1 ¿Cuáles de los siguientes son cantidades vectoriales y cuáles son cantidades escalares? a) su edad b) aceleración c) velocidad d) rapidez e) masa

3.3 Algunas propiedades de los vectores

En esta sección se indagarán las propiedades generales de los vectores que representan cantidades físicas. También se discute cómo sumar y restar vectores con el uso de métodos algebraicos y geométricos.

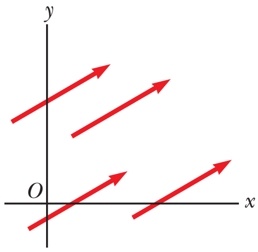


Figura 3.5 Estos cuatro vectores son iguales porque tienen longitudes iguales y apuntan en la misma dirección.

Igualdad de dos vectores

Para muchos propósitos, dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se definen como iguales si tienen la misma magnitud y si apuntan en la misma dirección. Esto es, $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}}$ sólo si $A = B$ y si $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ apuntan en la misma dirección a lo largo de líneas paralelas. Por ejemplo, todos los vectores en la figura 3.5 son iguales aun cuando tengan diferentes puntos de inicio. Dicha propiedad permite mover, en un diagrama, un vector a una posición paralela a sí mismo sin afectar al vector.

Suma de vectores

Una forma conveniente de describir las reglas para sumar vectores es mediante un método gráfico. Para sumar el vector $\vec{\mathbf{B}}$ al vector $\vec{\mathbf{A}}$, primero dibuje el vector $\vec{\mathbf{A}}$ en papel gráfico, con su magnitud representada mediante una escala de longitud conveniente, y luego dibuje el vector $\vec{\mathbf{B}}$ a la misma escala, con su origen iniciando desde la punta de $\vec{\mathbf{A}}$, como se muestra en la figura 3.6. El **vector resultante** $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ es el vector que se dibuja desde el origen de $\vec{\mathbf{A}}$ a la punta de $\vec{\mathbf{B}}$.

También se usa una construcción geométrica para sumar más de dos vectores, como se muestra en la figura 3.7 para el caso de cuatro vectores. El vector resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}} + \vec{\mathbf{D}}$ es el vector que completa el polígono. En otras palabras, **$\vec{\mathbf{R}}$ es el vector dibujado desde el origen del primer vector a la punta del último vector**. Esta técnica para sumar vectores con frecuencia se llama “método del paralelogramo”.

Cuando se suman dos vectores, la suma es independiente del orden de la adición. (Quizás esto parezca trivial, pero como verá en el capítulo 11, el orden es importante cuando se multiplican vectores. Los procedimientos para multiplicar vectores se analizan en los capítulos 7 y 11.) Esta propiedad, que se aprecia en la construcción geométrica de la figura 3.8, se conoce como **ley conmutativa de la suma**:

$$\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \tag{3.5}$$

Cuando se suman tres o más vectores, su suma es independiente de la forma en la cual se agrupan los vectores individuales. En la figura 3.9 se muestra una prueba geométrica de esta regla para tres vectores. Esta propiedad se llama **ley asociativa de la suma**:

$$\vec{\mathbf{A}} + (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = (\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}) + \vec{\mathbf{C}} \tag{3.6}$$

En resumen, **una cantidad vectorial tiene tanto magnitud como dirección y también obedece las leyes de la suma vectorial** como se describe en las figuras de la 3.6 a la 3.9. Cuando se suman dos o más vectores, todos deben tener las mismas unidades y deben ser del mismo tipo de cantidad. No tiene sentido sumar un vector velocidad (por ejemplo, 60 km/h hacia el este) con un vector desplazamiento (por ejemplo, 200 km al norte) porque

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 3.1

Suma vectorial con suma escalar

Advierta que $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{C}}$ es muy diferente de $A + B = C$. La primera ecuación es una suma vectorial, que se debe manejar con cuidado, con un método gráfico. La segunda ecuación es una simple suma algebraica de números que se manejan con las reglas normales de aritmética.

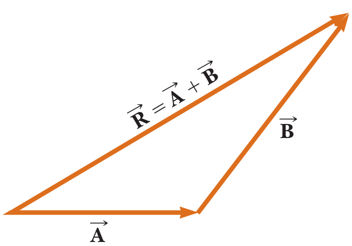


Figura 3.6 Cuando el vector $\vec{\mathbf{B}}$ se suma al vector $\vec{\mathbf{A}}$, la resultante $\vec{\mathbf{R}}$ es el vector que va del origen de $\vec{\mathbf{A}}$ a la punta de $\vec{\mathbf{B}}$.

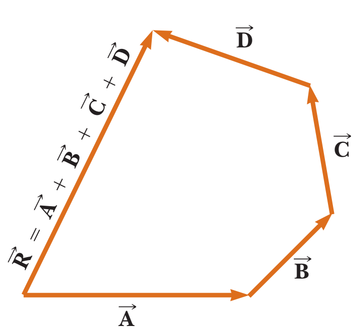


Figura 3.7 Construcción geométrica para sumar cuatro vectores. El vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$ es por definición el que completa el polígono.

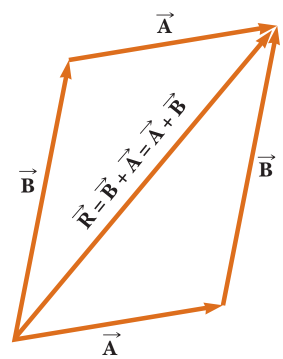


Figura 3.8 Esta construcción muestra que $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}$ o, en otras palabras, que la suma vectorial es conmutativa.

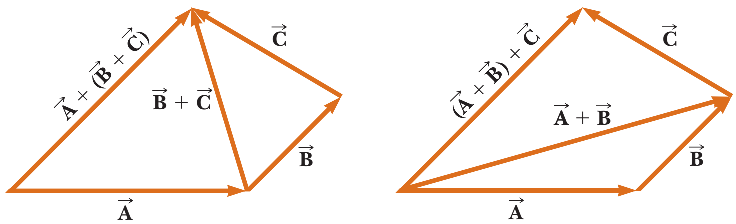


Figura 3.9 Construcciones geométricas para verificar la ley asociativa de la suma.

estos vectores representan diferentes cantidades físicas. La misma regla se aplica a los escalares. Por ejemplo, no tiene sentido sumar intervalos de tiempo con temperaturas.

Negativo de un vector

El negativo del vector $\vec{\mathbf{A}}$ se define como el vector que, cuando se suma con $\vec{\mathbf{A}}$, da cero para la suma vectorial. Esto es: $\vec{\mathbf{A}} + (-\vec{\mathbf{A}}) = 0$. Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $-\vec{\mathbf{A}}$ tienen la misma magnitud pero apuntan en direcciones opuestas.

Resta de vectores

La operación de resta vectorial utiliza la definición del negativo de un vector. Se define la operación $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ como el vector $-\vec{\mathbf{B}}$ que se suma al vector $\vec{\mathbf{A}}$:

$$\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{A}} + (-\vec{\mathbf{B}}) \tag{3.7}$$

En la figura 3.10a se ilustra la construcción geométrica para restar dos vectores de esta forma.

Otra forma de observar la resta vectorial es notar que la diferencia $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ entre dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es lo que debe sumar al segundo vector para obtener el primero. En este caso, como muestra la figura 3.10b, el vector $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ apunta desde la punta del segundo vector a la punta del primero.

Multiplicación de un vector por un escalar

Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ se multiplica por una cantidad escalar positiva m, el producto $m\vec{\mathbf{A}}$ es un vector que tiene la misma dirección que $\vec{\mathbf{A}}$ y magnitud mA. Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ se multiplica por una cantidad escalar negativa $-m$, el producto $-m\vec{\mathbf{A}}$ tiene una dirección opuesta a $\vec{\mathbf{A}}$. Por ejemplo, el vector $5\vec{\mathbf{A}}$ es cinco veces tan largo como $\vec{\mathbf{A}}$ y apunta en la misma dirección que $\vec{\mathbf{A}}$; el vector $-\frac{1}{3}\vec{\mathbf{A}}$ es un tercio la longitud de $\vec{\mathbf{A}}$ y apunta en la dirección opuesta a $\vec{\mathbf{A}}$.

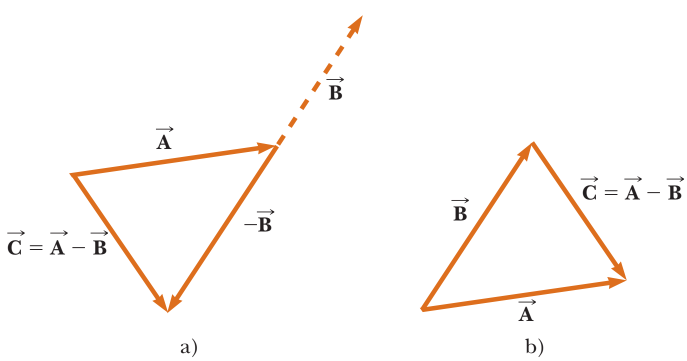


Figura 3.10 a) Esta construcción muestra cómo restar el vector $\vec{\mathbf{B}}$ del vector $\vec{\mathbf{A}}$. El vector $-\vec{\mathbf{B}}$ es igual en magnitud al vector $\vec{\mathbf{B}}$ y apunta en la dirección opuesta. Para restar $\vec{\mathbf{B}}$ de $\vec{\mathbf{A}}$, aplique la regla de suma vectorial a la combinación de $\vec{\mathbf{A}}$ y $-\vec{\mathbf{B}}$: primero dibuje $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo de algún eje conveniente y luego coloque el origen de $-\vec{\mathbf{B}}$ en la punta de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\mathbf{C}$ es la diferencia $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$. b) Una segunda forma de observar la resta vectorial. El vector diferencia $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ es el vector que se debe sumar a $\vec{\mathbf{B}}$ para obtener $\vec{\mathbf{A}}$.

Pregunta rápida 3.2 Las magnitudes de dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son $A = 12$ unidades y $B = 8$ unidades. ¿Cuál de los siguientes pares de números representa los valores *más grandes* y *más pequeños* posibles para la magnitud del vector resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$? a) 14.4 unidades, 4 unidades, b) 12 unidades, 8 unidades, c) 20 unidades, 4 unidades, d) ninguna de estas respuestas.

Pregunta rápida 3.3 Si el vector $\vec{\mathbf{B}}$ se suma al vector $\vec{\mathbf{A}}$, ¿cuáles *dos* de las siguientes opciones deben ser verdaderas para que el vector resultante sea igual a cero? a) $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son paralelos y en la misma dirección. b) $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son paralelos y en direcciones opuestas. c) $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ tienen la misma magnitud. d) $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son perpendiculares.

EJEMPLO 3.2 Un viaje de vacaciones

Un automóvil viaja 20.0 km al norte y luego a 35.0 km en una dirección 60.0° al noroeste, como se muestra en la figura 3.11a. Encuentre la magnitud y dirección del desplazamiento resultante del automóvil.

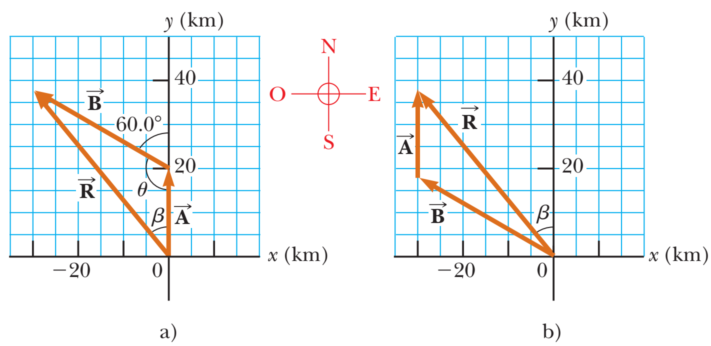


Figura 3.11 (Ejemplo 3.2) a) Método gráfico para encontrar el vector de desplazamiento resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$. b) Sumar los vectores en orden inverso $(\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}})$ da el mismo resultado para $\vec{\mathbf{R}}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ dibujados en la figura 3.11a ayudan a formar conceptos del problema.

Categorizar Este ejemplo se puede clasificar como un simple problema de análisis acerca de suma vectorial. El desplazamiento $\vec{\mathbf{R}}$ es la resultante cuando se suman los dos desplazamientos individuales $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. Incluso se puede clasificar como un problema acerca del análisis de triángulos, así que se acude a la experiencia en geometría y trigonometría.

Analizar En este ejemplo se muestran dos formas para analizar el problema de encontrar la resultante de dos vectores. La primera es resolver el problema mediante la geometría, con el uso de papel graficado y un transportador para medir la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ y su dirección en la figura 3.11a. (De hecho, aun cuando sepa que va a realizar un cálculo, debe bosquejar los vectores para comprobar sus resultados.) Con una regla y transportador ordinarios, típicamente un buen diagrama da respuestas con dos dígitos pero no con una precisión de tres dígitos.

La segunda forma de resolver el problema es analizarlo con el álgebra. La magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ se obtiene a partir de la ley de cosenos, tal como se aplica al triángulo (véase el apéndice B.4).

Aplique $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$ de la ley de cosenos para encontrar R:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

Sustituya valores numéricos y advierta que $\theta = 180° - 60° = 120°$:

$$R = \sqrt{(20.0\text{ km})^2 + (35.0\text{ km})^2 - 2(20.0\text{ km})(35.0\text{ km})\cos 120°}$$

$$= \boxed{48.2\text{ km}}$$

Aplique la ley de senos (apéndice B.4) para encontrar la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ medida desde la dirección norte:

$$\frac{\text{sen}\,\beta}{B} = \frac{\text{sen}\,\theta}{R}$$

$$\text{sen}\,\beta = \frac{B}{R}\text{sen}\,\theta = \frac{35.0\text{ km}}{48.2\text{ km}}\text{sen}\,120° = 0.629$$

$$\beta = \boxed{38.9°}$$

El desplazamiento resultante del automóvil es 48.2 km con una dirección de 38.9° al noroeste.

Finalizar ¿El ángulo β, que se calculó, concuerda con una estimación realizada al observar la figura 3.11a o con un ángulo real medido del diagrama con el uso del método gráfico? ¿Es razonable que la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ sea mayor que la de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$? ¿Las unidades de $\vec{\mathbf{R}}$ son correctas?

Aunque el método gráfico de sumar vectores funciona bien, tiene dos desventajas. Primera, algunas personas encuentran abrumador el uso de las leyes de cosenos y senos. Segunda, un triángulo sólo resulta si suma dos vectores. Si suma tres o más vectores, la forma geométrica resultante no es un triángulo. En la sección 3.4 se explora un nuevo método para sumar vectores que abordará estas dos desventajas.

¿Qué pasaría si? Considere que el viaje se realiza considerando los dos vectores en orden inverso: 35.0 km con dirección 60.0° al noroeste primero y después 20.0 km al norte. ¿Cómo cambiarían la magnitud y dirección del vector resultante?

Respuesta No cambiarían. La ley conmutativa para la suma vectorial dice que el orden de los vectores en una suma es irrelevante. Gráficamente, la figura 3.11b muestra que los vectores sumados en orden inverso proporcionan el mismo vector resultante.

3.4 Componentes de un vector y vectores unitarios

El método gráfico de suma de vectores no se recomienda cuando se requiere gran precisión o en problemas tridimensionales. En esta sección se describe un método de suma de vectores que utiliza las proyecciones de los vectores a lo largo de los ejes coordenados. Dichas proyecciones se llaman **componentes** del vector o sus **componentes rectangulares**. Cualquier vector se puede describir por completo mediante sus componentes.

Considere un vector $\vec{\mathbf{A}}$ que se encuentra en el plano xy y forma un ángulo arbitrario θ con el eje positivo x, como se muestra en la figura 3.12a. Este vector se puede expresar como la suma de otros dos *vectores componentes* $\vec{\mathbf{A}}_x$, que es paralelo al eje x, y $\vec{\mathbf{A}}_y$, que es paralelo al eje y. De la figura 3.12b se ve que los tres vectores forman un triángulo rectángulo y que $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{A}}_x + \vec{\mathbf{A}}_y$. Con frecuencia se hará alusión a las "componentes de un vector $\vec{\mathbf{A}}$", escritas A_x y A_y (la notación es sin negritas). La componente A_x representa la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje x, y la componente A_y representa la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje y. Estas componentes pueden ser positivas o negativas. La componente A_x es positiva si el vector componente $\vec{\mathbf{A}}_x$ apunta en la dirección x positiva y es negativa si $\vec{\mathbf{A}}_x$ apunta en la dirección x negativa. Lo mismo es cierto para la componente A_y.

De la figura 3.12 y de la definición de seno y coseno, es claro que $\cos\theta = A_x/A$ y que $\operatorname{sen}\theta = A_y/A$. Por tanto, las componentes de $\vec{\mathbf{A}}$ son

$$A_x = A\cos\theta \tag{3.8}$$

$$A_y = A\operatorname{sen}\theta \tag{3.9}$$

◀ Componentes del vector $\vec{\mathbf{A}}$

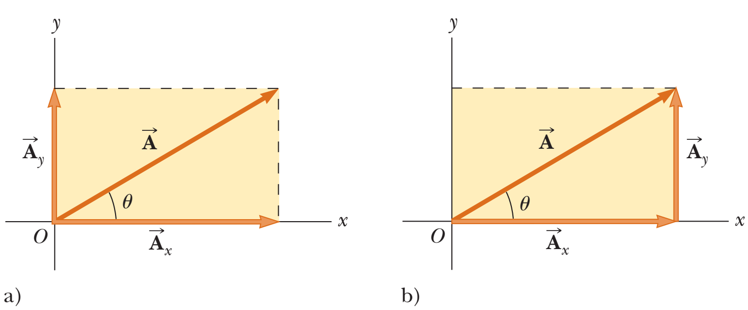


Figura 3.12 a) Un vector $\vec{\mathbf{A}}$ que se encuentra en el plano xy se representa mediante sus vectores componentes $\vec{\mathbf{A}}_x$ y $\vec{\mathbf{A}}_y$. b) El vector componente y $\vec{\mathbf{A}}_y$ se puede mover hacia la derecha de modo que se sume a $\vec{\mathbf{A}}_x$. La suma vectorial de los vectores componentes es $\vec{\mathbf{A}}$. Estos tres vectores forman un triángulo rectángulo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 3.2

Vectores componentes con componentes

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}_x$ y $\vec{\mathbf{A}}_y$ son los *vectores componentes* de $\vec{\mathbf{A}}$. No debe confundirlos con las cantidades A_x y A_y, que siempre se referirán como las *componentes* de $\vec{\mathbf{A}}$.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 3.3

Componentes *x* y *y*

Las ecuaciones 3.8 y 3.9 asocian el coseno del ángulo con la componente x y el seno del ángulo con la componente y. Tal asociación es verdadera *sólo* porque el ángulo θ se midió respecto del eje x, así que no memorice estas ecuaciones. Si θ se mide en relación con el eje y (como en algunos problemas), estas ecuaciones serán incorrectas. Piense acerca de cuál lado del triángulo, que contiene las componentes, es adyacente al ángulo y cuál lado es opuesto y luego asigne el coseno y el seno en concordancia.

	y	
A_x negativo A_y positivo		A_x positivo A_y positivo
A_x negativo A_y negativo	x	A_x positivo A_y negativo

Figura 3.13 Los signos de las componentes de un vector dependen del cuadrante en el que se ubica el vector.

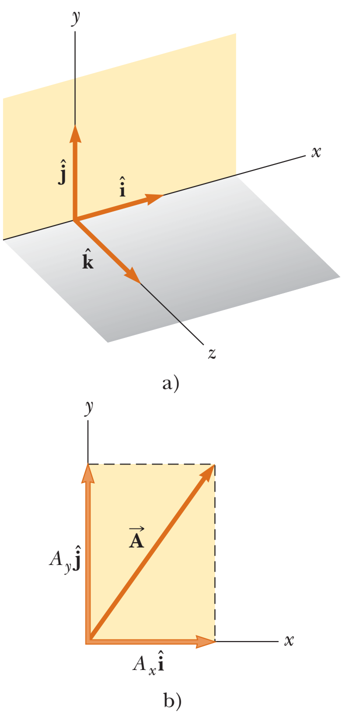


Figura 3.14 a) Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ se dirigen a lo largo de los ejes x, y y z, respectivamente. b) El vector $\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$ que se encuentra en el plano xy tiene componentes A_x y A_y.

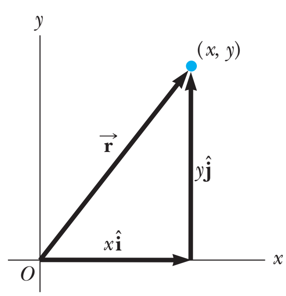


Figura 3.15 El punto cuyas coordenadas cartesianas son (x, y) se representa mediante el vector posición $\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$.

Las magnitudes de estas componentes son las longitudes de los dos lados de un triángulo rectángulo con una hipotenusa de longitud A. Debido a esto, la magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{A}}$ se relacionan con sus componentes mediante las expresiones

$$A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}} \qquad \textbf{(3.10)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \qquad \textbf{(3.11)}$$

Observe que **los signos de las componentes A_x y A_y dependen del ángulo** θ. Por ejemplo, si $\theta = 120°$, A_x es negativa y A_y positiva. Si $\theta = 225°$, tanto A_x como A_y son negativas. La figura 3.13 resume los signos de las componentes cuando $\vec{\mathbf{A}}$ se encuentra en varios cuadrantes.

Cuando resuelva problemas, especifique un vector $\vec{\mathbf{A}}$ con sus componentes A_x y A_y o con su magnitud y dirección A y θ.

Suponga que trabaja un problema físico que requiere descomponer un vector en sus componentes. En muchas aplicaciones, es conveniente expresar las componentes en un sistema coordenado que tenga ejes que no sean horizontales ni verticales, pero que sean mutuamente perpendiculares. Por ejemplo, se considerará el movimiento de los objetos que se deslizan por planos inclinados. Para tales ejemplos, conviene orientar el eje x paralelo al plano y el eje y perpendicular al plano.

Pregunta rápida 3.4 Elija la respuesta correcta para hacer verdadera la oración: Una componente de un vector es a) siempre, b) nunca o c) a veces mayor que la magnitud del vector.

Vectores unitarios

Las cantidades vectoriales con frecuencia se expresan en términos de vectores unitarios. **Un vector unitario es un vector sin dimensiones que tiene una magnitud de exactamente 1.** Los vectores unitarios se usan para especificar una dirección conocida y no tienen otro significado físico. Son útiles exclusivamente como una convención para describir una dirección en el espacio. Se usarán los símbolos $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ para representar los vectores unitarios que apuntan en las direcciones x, y y z positivas, respectivamente. (Los "sombreros", o circunflejos, sobre los símbolos son una notación estándar para vectores unitarios.) Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ forman un conjunto de vectores mutuamente perpendiculares en un sistema coordenado de mano derecha, como se muestra en la figura 3.14a. La magnitud de cada vector unitario es igual a 1; esto es, $|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = |\hat{\mathbf{k}}| = 1$.

Considere un vector $\vec{\mathbf{A}}$ que se encuentra en el plano xy, como se muestra en la figura 3.14b. El producto de la componente A_x y el vector unitario $\hat{\mathbf{i}}$ es el vector componente $\vec{\mathbf{A}}_x = A_x\hat{\mathbf{i}}$, que se encuentra en el eje x y tiene magnitud $|A_x|$. Del mismo modo, $\vec{\mathbf{A}}_y = A_y\hat{\mathbf{j}}$ es el vector componente de magnitud $|A_y|$ que se encuentra en el eje y. Por tanto, la notación del vector unitario para el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} \qquad \textbf{(3.12)}$$

Por ejemplo, considere un punto que se encuentra en el plano xy y tiene coordenadas cartesianas (x, y), como en la figura 3.15. El punto se especifica mediante el **vector posición** $\vec{\mathbf{r}}$, que en forma de vector unitario está dado por

$$\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} \qquad \textbf{(3.13)}$$

Esta notación indica que las componentes de $\vec{\mathbf{r}}$ son las coordenadas x y y.

Ahora, ¿cómo usar las componentes para sumar vectores cuando el método gráfico no es suficientemente preciso? Suponga que quiere sumar el vector $\vec{\mathbf{B}}$ al vector $\vec{\mathbf{A}}$ en la ecuación 3.12, donde el vector $\vec{\mathbf{B}}$ tiene componentes B_x y B_y. Debido a la conveniencia contable de los vectores unitarios, todo lo que se hace es sumar las componentes x y y por separado. El vector resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ es

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x\,\hat{} + A_y\,\hat{}\,) + (B_x\,\hat{} + B_y\,\hat{}\,)$$

o

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x + B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\,\hat{\mathbf{j}} \qquad \textbf{(3.14)}$$

Puesto que $\vec{\mathbf{R}} = R_x\hat{\mathbf{i}} + R_y\hat{\mathbf{j}}$, se ve que las componentes del vector resultante son

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \end{aligned} \qquad \textbf{(3.15)}$$

La magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ y el ángulo que forma con el eje x de sus componentes se obtienen con las correspondencias

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad \textbf{(3.16)}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \qquad \textbf{(3.17)}$$

Esta suma por componentes se comprueba con una construcción geométrica similar a la que se muestra en la figura 3.16. Recuerde los signos de las componentes cuando use el método algebraico o el gráfico.

En ocasiones es necesario considerar situaciones que implican movimiento en tres componentes de dirección. La extensión de los métodos a vectores tridimensionales es directa. Si $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ tienen componentes x, y y z, se expresan en la forma

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}} \qquad \textbf{(3.18)}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}} \qquad \textbf{(3.19)}$$

La suma de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x + B_x)\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathbf{j}} + (A_z + B_z)\hat{\mathbf{k}} \qquad \textbf{(3.20)}$$

Distinga la ecuación 3.20 de la ecuación 3.14: en la ecuación 3.20, el vector resultante también tiene una componente z, $R_z = A_z + B_z$. Si un vector $\vec{\mathbf{R}}$ tiene componentes x, y y z, la magnitud del vector es $R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2} + R_z^{\,2}}$. El ángulo θ_x que $\vec{\mathbf{R}}$ forma con el eje x se encuentra de la expresión $\theta_x = R_x/R$, con expresiones similares para los ángulos respecto de los ejes y y z.

Pregunta rápida 3.5 ¿Para cuáles de los siguientes vectores la magnitud del vector es igual a una de las componentes del vector? a) $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}}$, b) $\vec{\mathbf{B}} = -3\hat{\mathbf{j}}$, c) $\vec{\mathbf{C}} = +5\hat{\mathbf{k}}$.

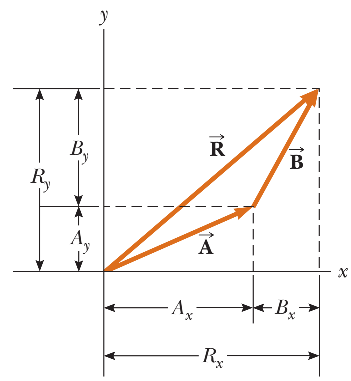


Figura 3.16 Esta construcción geométrica para la suma de dos vectores muestra la relación entre las componentes del resultante $\vec{\mathbf{R}}$ y las componentes de los vectores individuales.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 3.4

Tangentes en calculadoras

La ecuación 3.17 involucra el cálculo de un ángulo mediante una función tangente. Por lo general, la función tangente inversa en las calculadoras proporciona un ángulo entre $-90°$ y $+90°$. En consecuencia, si el vector que estudia se encuentra en el segundo o tercer cuadrantes, el ángulo medido desde el eje x positivo será el ángulo que dé su calculadora más 180°.

EJEMPLO 3.3 La suma de dos vectores

Encuentre la suma de dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ que se encuentran en el plano xy y está dada por

$$\vec{\mathbf{A}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\text{ m} \qquad \text{y} \qquad \vec{\mathbf{B}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} - 4.0\hat{\mathbf{j}})\text{ m}$$

SOLUCIÓN

Conceptualizar Puede formar conceptos de la situación al dibujar los vectores en papel gráfico.

Categorizar Clasifique este ejemplo como un simple problema de sustitución. Al comparar esta expresión para $\vec{\mathbf{A}}$ con la expresión general $\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$, es claro que $A_x = 2.0$ m y $A_y = 2.0$ m. Del mismo modo, $B_x = 2.0$ m y $B_y = -4.0$ m.

Aplique la ecuación 3.14 para obtener el vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$: $\quad \vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = (2.0 + 2.0)\hat{\mathbf{i}}\text{ m} + (2.0 - 4.0)\hat{\mathbf{j}}\text{ m}$

Evalúe los componentes de $\vec{\mathbf{R}}$: $\quad R_x = 4.0\text{ m} \qquad R_y = -2.0\text{ m}$

Aplique la ecuación 3.16 para encontrar la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0 \text{ m})^2 + (-2.0 \text{ m})^2} = \sqrt{20} \text{ m} = \boxed{4.5 \text{ m}}$$

Encuentre la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ a partir de la ecuación 3.17:

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0 \text{ m}}{4.0 \text{ m}} = -0.50$$

Es probable que su calculadora dé la respuesta $-27°$ para $\theta = \tan^{-1}(-0.50)$. Esta respuesta es correcta si se le interpreta como 27° en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x. La forma estándar es citar los ángulos medidos contra el sentido de las manecillas del reloj desde el eje $+x$, y que el ángulo para este vector es $\theta = \boxed{333°}$

EJEMPLO 3.4 El desplazamiento resultante

Una partícula experimenta tres desplazamientos consecutivos: $\Delta\vec{\mathbf{r}}_1 = (15\hat{\mathbf{i}} + 30\hat{\mathbf{j}} + 12\hat{\mathbf{k}})$ cm, $\Delta\vec{\mathbf{r}}_2 = (23\hat{\mathbf{i}} + 14\hat{\mathbf{j}} + 5.0\hat{\mathbf{k}})$ cm y $\Delta\vec{\mathbf{r}}_3 = (-13\hat{\mathbf{i}} + 15\hat{\mathbf{j}})$ cm. Encuentre las componentes del desplazamiento resultante y su magnitud.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Aunque x es suficiente para ubicar un punto en una dimensión, es necesario un vector $\vec{\mathbf{r}}$ para ubicar un punto en dos o tres dimensiones. La notación $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ es una generalización del desplazamiento unidimensional Δx en la ecuación 2.1. Los desplazamientos tridimensionales son más difíciles de conceptualizar que los de dos dimensiones, porque éstos se pueden dibujar en papel.

Para este problema, imagine que traza con su lápiz, en un papel gráfico en el que ya dibujó los ejes x y y, el origen. Mueva su lápiz 15 cm a la derecha a lo largo del eje x, luego 30 cm hacia arriba a lo largo del eje y y luego 12 cm en dirección *perpendicular hacia usted*. Este procedimiento proporciona el desplazamiento descrito por $\Delta\vec{\mathbf{r}}_1$. Desde este punto, mueva su lápiz 23 cm a la derecha, paralelo al eje x, luego 14 cm paralelo al papel en la dirección $-y$ y luego 5.0 cm en dirección perpendicular, alejándose de usted, hacia el papel. Ahora está en el desplazamiento desde el origen descrito por $\Delta\vec{\mathbf{r}}_1 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_2$. Desde este punto, mueva su lápiz 13 cm a la izquierda en la dirección $-x$ y (¡finalmente!) 15 cm paralelo al papel gráfico, a lo largo del eje y. Su posición final está a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}_1 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_2 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_3$ desde el origen.

Categorizar A pesar de la difícil conceptualización en tres dimensiones, se puede clasificar este problema como un problema de sustitución debido a los cuidadosos métodos contables desarrollados para vectores. La manipulación matemática sigue la pista de este movimiento a lo largo de tres ejes perpendiculares en una forma organizada y compacta, como se aprecia a continuación.

Para encontrar el desplazamiento resultante y los tres vectores:

$$\begin{aligned}\Delta\vec{\mathbf{r}} &= \Delta\vec{\mathbf{r}}_1 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_2 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_3 \\ &= (15 + 23 - 13)\hat{\mathbf{i}} \text{ cm} + (30 - 14 + 15)\hat{\mathbf{j}} \text{ cm} + (12 - 5.0 + 0)\hat{\mathbf{k}} \text{ cm} \\ &= (25\hat{\mathbf{i}} + 31\hat{\mathbf{j}} + 7.0\hat{\mathbf{k}}) \text{ cm}\end{aligned}$$

Encuentre la magnitud del vector resultante:

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(25 \text{ cm})^2 + (31 \text{ cm})^2 + (7.0 \text{ cm})^2} = \boxed{40 \text{ cm}}\end{aligned}$$

EJEMPLO 3.5 De paseo

Una excursionista comienza un viaje al caminar primero 25.0 km hacia el sureste desde su vehículo. Se detiene y levanta su tienda para pasar la noche. En el segundo día, camina 40.0 km en una dirección 60.0° al noreste, punto en el que descubre una torre de guardabosque.

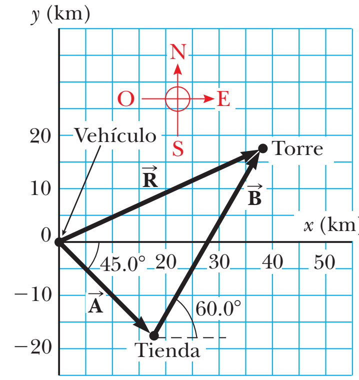


Figura 3.17 (Ejemplo 3.5) El desplazamiento total de la excursionista es el vector $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$.

A) Determine las componentes del desplazamiento de la excursionista para cada día.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Forme conceptos del problema mediante el dibujo de un bosquejo como el de la figura 3.17. Si los vectores desplazamiento del primero y segundo días se denotan como $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, respectivamente, y se usa el vehículo como el origen de las coordenadas, se obtienen los vectores que se muestran en la figura 3.17.

Categorizar Al dibujar el resultante $\vec{\mathbf{R}}$, se clasifica este problema como uno que antes se resolvió: una suma de dos vectores. Ahora debe entender el poder de la categorización: muchos problemas nuevos son muy similares a problemas que ya se han resuelto, si se tiene cuidado al conceptualizarlos. Una vez dibujados los vectores desplazamiento y clasificado el problema, ya no se trata sólo de una excursionista, una caminata, un vehículo, una tienda o una torre. Es un problema acerca de suma vectorial, que ya ha resuelto.

Analizar El desplazamiento $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una magnitud de 25.0 km y se dirige 45.0° abajo del eje x positivo.

Encuentre las componentes de $\vec{\mathbf{A}}$ con las ecuaciones 3.8 y 3.9:

$$A_x = A\cos(-45.0°) = (25.0\text{ km})(0.707) = \boxed{17.7\text{ km}}$$

$$A_y = A\,\text{sen}\,(-45.0°) = (25.0\text{ km})(-0.707) = \boxed{-17.7\text{ km}}$$

El valor negativo de A_y indica que la excursionista camina en la dirección y negativa durante el primer día. Los signos de A_x y A_y también son evidentes en la figura 3.17.

Halle las componentes de $\vec{\mathbf{B}}$ con las ecuaciones 3.8 y 3.9:

$$B_x = B\cos 60.0° = (40.0\text{ km})(0.500) = \boxed{20.0\text{ km}}$$

$$B_y = B\,\text{sen}\,60.0° = (40.0\text{ km})(0.866) = \boxed{34.6\text{ km}}$$

B) Determine las componentes del desplazamiento resultante de la excursionista $\vec{\mathbf{R}}$ para el viaje. Encuentre una expresión para $\vec{\mathbf{R}}$ en términos de vectores unitarios.

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 3.15 para encontrar las componentes del desplazamiento resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$:

$$R_x = A_x + B_x = 17.7\text{ km} + 20.0\text{ km} = \boxed{37.7\text{ km}}$$

$$R_y = A_y + B_y = -17.7\text{ km} + 34.6\text{ km} = \boxed{16.9\text{ km}}$$

Escriba el desplazamiento total en forma de vector unitario:

$$\vec{\mathbf{R}} = \boxed{(37.7\hat{\mathbf{i}} + 16.9\hat{\mathbf{j}})\text{ km}}$$

Finalizar Al observar la representación gráfica de la figura 3.17, se estima que la posición de la torre es aproximadamente (38 km, 17 km), que es consistente con las componentes de $\vec{\mathbf{R}}$ en el resultado de la posición final de la excursionista. Además, ambas componentes de $\vec{\mathbf{R}}$ son positivas, lo que coloca la posición final en el primer cuadrante del sistema coordenado, lo que también es consistente con la figura 3.17.

¿Qué pasaría si? Después de llegar a la torre, la excursionista quiere regresar a su vehículo a lo largo de una sola línea recta. ¿Cuáles son las componentes del vector que representa esta caminata? ¿Cuál debe ser la dirección de la caminata?

Respuesta El vector deseado $\vec{\mathbf{R}}_{\text{vehículo}}$ es el negativo del vector $\vec{\mathbf{R}}$:

$$\vec{\mathbf{R}}_{\text{vehículo}} = -\vec{\mathbf{R}} = (-37.7\hat{\mathbf{i}} - 16.9\hat{\mathbf{j}})\text{ km}$$

La dirección se encuentra al calcular el ángulo que el vector forma con el eje x:

$$\tan\theta = \frac{R_{\text{vehículo},y}}{R_{\text{vehículo},x}} = \frac{-16.9\text{ km}}{-37.7\text{ km}} = 0.448$$

que da un ángulo de $\theta = 204.1°$, o 24.1° al suroeste.

Resumen

DEFINICIONES

Las **cantidades escalares** son las que sólo tienen un valor numérico y no tienen dirección asociada. Las **cantidades vectoriales** tienen tanto magnitud como dirección y obedecen las leyes de la suma vectorial. La magnitud de un vector *siempre* es un número positivo.

MODELOS DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Cuando se suman dos o más vectores, deben tener las mismas unidades y todos ellos deben ser del mismo tipo de cantidad. Se pueden sumar gráficamente dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. En este método (figura 3.6), el vector resultante $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ corre del origen de $\vec{\mathbf{A}}$ a la punta de $\vec{\mathbf{B}}$.

Un segundo método de suma de vectores involucra las **componentes** de los vectores. La componente x A_x del vector $\vec{\mathbf{A}}$ es igual a la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje x de un sistema coordenado, donde $A_x = A\cos\theta$. La componente y A_y de $\vec{\mathbf{A}}$ es la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje y, donde $A_y = A \operatorname{sen}\theta$.

Si un vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una componente x A_x y una componente y A_y, el vector se expresa en forma de vector unitario como $\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$. En esta notación, $\hat{\mathbf{i}}$ es un vector unitario que apunta en la dirección x positiva y $\hat{\mathbf{j}}$ es un vector unitario que apunta en la dirección y positiva. Puesto que $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$ son vectores unitarios, $|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = 1$.

El resultante de dos o más vectores se encuentra al descomponer todos los vectores en sus componentes x y y, sumar sus componentes resultantes x y y, y luego usar el teorema de Pitágoras para encontrar la magnitud del vector resultante. Se puede encontrar el ángulo que forma el vector resultante respecto del eje x al usar una función trigonométrica adecuada.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. **O** Sí o no: ¿Cada una de las siguientes cantidades es un vector? a) fuerza, b) temperatura, c) el volumen de agua en una lata, d) las calificaciones de un programa de televisión, e) la altura de un edificio, f) la velocidad de un automóvil deportivo, g) la edad del Universo.
2. Un libro se mueve una vez alrededor del perímetro de una mesa con dimensiones 1.0 m × 2.0 m. Si el libro termina en su posición inicial, ¿cuál es su desplazamiento? ¿Cuál es la distancia recorrida?
3. **O** La figura P3.3 muestra dos vectores, $\vec{\mathbf{D}}_1$ y $\vec{\mathbf{D}}_2$. ¿Cuál de las posibilidades de la a) a la d) es el vector $\vec{\mathbf{D}}_2 - 2\vec{\mathbf{D}}_1$, o e) no es ninguna de ellas?

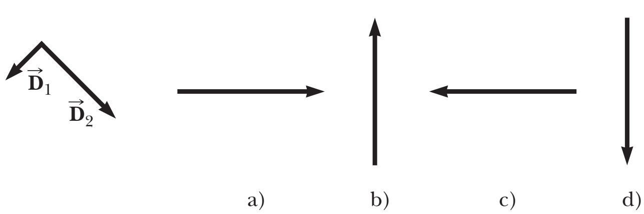


Figura P3.3

4. **O** La herramienta de corte en un torno está dada por dos desplazamientos, uno de 4 cm de magnitud y otro de 3 cm de magnitud, en cada una de las cinco situaciones de la a) a la e), diagramadas en la figura P3.4. Ordene estas situaciones de acuerdo con la magnitud del desplazamiento total de la herramienta, poniendo primero la situación con la mayor magnitud resultante. Si el desplazamiento total es del mismo tamaño en dos situaciones, dé a dichas letras igual disposición.

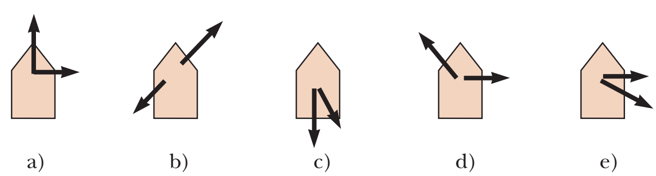


Figura P3.4

5. **O** Sea $\vec{\mathbf{A}}$ la representación de un vector velocidad que apunta desde el origen en el segundo cuadrante. a) ¿Su componente x es positiva, negativa o cero? b) ¿Su componente y es positiva, negativa o cero? Sea $\vec{\mathbf{B}}$ la representación de un vector veloci-

dad que apunta desde el origen en el cuarto cuadrante. c) ¿Su componente x es positiva, negativa o cero? d) ¿Su componente y es positiva, negativa o cero? e) Considere el vector $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$. ¿Qué concluye acerca de los cuadrantes en los que puede o no estar? f) Ahora considere el vector $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$. ¿Qué concluye acerca de los cuadrantes en los que puede o no estar?

6. **O** **i)** ¿Cuál es la magnitud del vector $(10\hat{\mathbf{i}} - 10\hat{\mathbf{k}})$ m/s) a) 0, b) 10 m/s, c) -10 m/s, d) 10, e) -10, f) 14.1 m/s, g) indefinido. **ii)** ¿Cuál es la componente y de este vector? (Elija de entre las mismas respuestas.)

7. **O** Un submarino se sumerge desde la superficie del agua en un ángulo de 30° bajo la horizontal, siguiendo una trayectoria recta de 50 m de largo. ¿Por tanto, a qué distancia está el submarino de la superficie del agua? a) 50 m, b) sen 30°, c) cos 30°, d) tan 30°, e) (50 m)/sen 30°, f) (50 m)/cos 30°, g) (50 m)/tan 30°, h) (50 m) sen 30°, i) (50 m)cos 30°, j) (50 m)tan 30°, k) (sen 30°)/50 m, l) (cos 30°)/50 m, m) (tan 30°)/50 m, n) 30 m, o) 0, p) ninguna de estas respuestas.

8. **O** **i)** ¿Cuál es la componente x del vector que se muestra en la figura P3.8? a) 1 cm, b) 2 cm, c) 3 cm, d) 4 cm, e) 6 cm, f) -1 cm, g) -2 cm, h) -3 cm, i) -4 cm, j) -6 cm, k) ninguna de estas respuestas. **ii)** ¿Cuál es la componente y de este vector? (Elija de entre las mismas respuestas.)

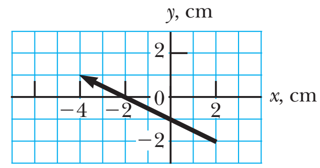


Figura P3.8

9. **O** El vector $\vec{\mathbf{A}}$ se encuentra en el plano xy. **i)** ¿Sus dos componentes serán negativas si se encuentra en cuál(es) cuadrante(s)? elija todo lo que aplique. a) el primer cuadrante, b) el segundo cuadrante, c) el tercer cuadrante, d) el cuarto cuadrante. **ii)** ¿Hacia qué orientación sus componentes tendrán signos opuestos? Elija de entre las mismas posibilidades.

10. Si el componente del vector $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo de la dirección del vector $\vec{\mathbf{B}}$ es cero, ¿qué puede concluir acerca de los dos vectores?

11. ¿La magnitud de un vector puede tener un valor negativo? Explique.

12. ¿Es posible sumar una cantidad vectorial a una cantidad escalar? Explique.

Problemas

Sección 3.1 Sistemas coordenados

1. Las coordenadas polares de un punto son $r = 5.50$ m y $\theta = 240°$. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto?

2. Dos puntos en un plano tienen coordenadas polares (2.50 m, 30.0°) y (3.80 m, 120.0°). Determine a) las coordenadas cartesianas de estos puntos y b) la distancia entre ellos.

3. Una mosca aterriza en la pared de una habitación. La esquina inferior izquierda de la pared se selecciona como el origen de un sistema coordenado cartesiano bidimensional. Si la mosca se ubica en el punto que tiene coordenadas (2.00, 1.00) m, a) ¿A qué distancia está de la esquina de la habitación? b) ¿Cuál es su posición en coordenadas polares?

4. Las coordenadas rectangulares de un punto están dadas por $(2, y)$, y sus coordenadas polares son $(r, 30°)$. Determine y y r.

5. Sean (r, θ) las coordenadas polares del punto (x, y). Determine las coordenadas polares para los puntos a) $(-x, y)$, b) $(-2x, -2y)$ y c) $(3x, -3y)$.

Sección 3.2 Cantidades vectoriales y escalares

Sección 3.3 Algunas propiedades de los vectores

6. Un avión vuela desde el campo base al lago A, a 280 km de distancia en la dirección 20.0° al noreste. Después de soltar suministros vuela al lago B, que está a 190 km a 30.0° al noroeste del lago A. Determine gráficamente la distancia y dirección desde el lago B al campo base.

7. Una topógrafa mide la distancia a través de un río recto con el siguiente método: partiendo directamente a través de un árbol en la orilla opuesta, camina 100 m a lo largo del margen del río para establecer una línea base. Luego observa hacia el árbol. El ángulo de su línea base al árbol es de 35.0°. ¿Qué tan ancho es el río?

8. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ de 6.00 unidades de magnitud actúa sobre un objeto en el origen en una dirección 30.0° sobre el eje x positivo. Una segunda fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ de 5.00 unidades de magnitud actúa sobre el objeto en la dirección del eje y positivo. Encuentre gráficamente la magnitud y la dirección de la fuerza resultante $\vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2$.

9. Un patinador se desliza a lo largo de una trayectoria circular de 5.00 m de radio. Si realiza medio círculo, encuentre a) la magnitud del vector desplazamiento y b) que distancia ha patinado. c) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento si patina alrededor de todo el círculo?

10. Defina arbitrariamente el "vector instantáneo altura" de una persona como el vector desplazamiento desde el punto medio entre sus pies y lo alto de su cabeza. Realice una estimación del orden de magnitud del vector total altura de todas las personas en una ciudad de 100 000 habitantes a) a las 10 en punto de la mañana del martes y b) a las 5 en punto de la mañana del sábado. Explique sus razonamientos.

11. Cada uno de los vectores desplazamientos $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ que se muestran en la figura P3.11 tiene una magnitud de 3.00 m. Encuentre gráficamente a) $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$, b) $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$, c) $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$ y d) $\vec{\mathbf{A}} - 2\vec{\mathbf{B}}$. Reporte todos los ángulos en sentido contrario de las manecillas del reloj desde el eje x positivo.

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

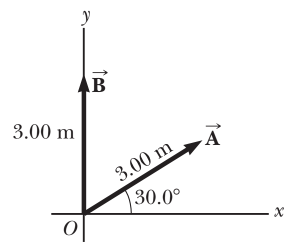


Figura P3.11 Problemas 11 y 32.

12. ● Tres desplazamientos son $\vec{A}$ = 200 m al sur, $\vec{B}$ = 250 m al oeste y $\vec{C}$ = 150 m a 30.0° al noreste. Construya un diagrama separado para cada una de las siguientes posibles formas de sumar estos vectores: $\vec{R}_1 = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$; $\vec{R}_2 = \vec{B} + \vec{C} + \vec{A}$; $\vec{R}_3 = \vec{C} + \vec{B} + \vec{A}$. Explique qué puede concluir al comparar los diagramas.

13. Un carro de montaña rusa se mueve 200 pies horizontalmente y luego se eleva 135 pies a un ángulo de 30.0° sobre la horizontal. A continuación viaja 135 pies a un ángulo de 40.0° hacia abajo. ¿Cuál es su desplazamiento desde su punto de partida? Use técnicas gráficas.

14. ● Un comprador que empuja un carrito a lo largo de una tienda se mueve 40.0 m por un pasillo, luego da una vuelta de 90.0° y se mueve 15.0 m. Luego da otra vuelta de 90.0° y se mueve 20.0 m. a) ¿A qué distancia está el comprador de su posición original? b) ¿Qué ángulo forma su desplazamiento total con su dirección original? Advierta que no se especificó si el comprador da vuelta a derecha o izquierda. Explique cuántas respuestas son posibles para los incisos a) y b) y dé las posibles respuestas.

Sección 3.4 Componentes de un vector y vectores unitarios

15. Un vector tiene una componente *x* de −25.0 unidades y otra componente *y* de 40.0 unidades. Encuentre la magnitud y dirección de este vector.

16. Una persona camina 25.0° al noreste durante 3.10 km. ¿Qué distancia tendría que caminar hacia el norte y hacia el este para llegar a la misma posición?

17. ● Una minivan viaja recto al norte en el carril derecho de una autopista a 28.0 m/s. Un camper pasa a la minivan y luego cambia del carril izquierdo al derecho. Mientras lo hace, la trayectoria del camper sobre el camino es un desplazamiento recto a 8.50° al noreste. Para evitar chocar con la minivan, la distancia norte–sur entre la defensa trasera del camper y la defensa delantera de la minivan no deben disminuir. ¿El camper puede conducirse para satisfacer este requisito? Explique su respuesta.

18. Una chica que entrega periódicos cubre su ruta al viajar 3.00 cuadras al oeste, 4.00 cuadras al norte y luego 6.00 cuadras al este. a) ¿Cuál es su desplazamiento resultante? b) ¿Cuál es la distancia total que recorre?

19. Obtenga expresiones en forma de componentes para los vectores de posición que tienen las siguientes coordenadas polares: a) 12.8 m, 150°, b) 3.30 cm, 60.0°, c) 22.0 pulg, 215°.

20. Un vector desplazamiento que se encuentra en el plano *xy* tiene una magnitud de 50.0 m y se dirige en un ángulo de 120° al eje *x* positivo. ¿Cuáles son las componentes rectangulares de este vector?

21. Mientras explora una cueva, un espeleólogo comienza en la entrada y se mueve las siguientes distancias. Va 75.0 m al norte, 250 m al este, 125 m a un ángulo de 30.0° al noreste y 150 m al sur. Encuentre su desplazamiento resultante desde la entrada de la cueva.

22. Un mapa sugiere que Atlanta está a 730 millas en una dirección de 5.00° al noreste desde Dallas. El mismo mapa muestra que Chicago está a 560 millas en una dirección de 21.0° al noroeste desde Atlanta. Represente la Tierra como plana y use esta información para encontrar el desplazamiento de Dallas a Chicago.

23. Un hombre que empuja una podadora por el suelo hace que experimente dos desplazamientos. El primero tiene una magnitud de 150 cm y forma un ángulo de 120° con el eje *x* positivo. El desplazamiento resultante tiene una magnitud de 140 cm y se dirige a un ángulo de 35.0° con el eje *x* positivo. Encuentre la magnitud y dirección del segundo desplazamiento.

24. Dados los vectores $\vec{A} = 2.00\hat{i} + 6.00\hat{j}$ y $\vec{B} = 3.00\hat{i} - 2.00\hat{j}$, a) dibuje la suma vectorial $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ y la diferencia vectorial $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$. b) Calcule $\vec{C}$ y $\vec{D}$, primero en términos de vectores unitarios y luego en términos de coordenadas polares, con ángulos medidos respecto del eje $+x$.

25. Considere los dos vectores $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ y $\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j}$. Calcule a) $\vec{A} + \vec{B}$, b) $\vec{A} - \vec{B}$, c) $|\vec{A} + \vec{B}|$, d) $|\vec{A} - \vec{B}|$, y e) las direcciones de $\vec{A} + \vec{B}$ y $\vec{A} - \vec{B}$.

26. Una pendiente de esquiar cubierta de nieve forma un ángulo de 35.0° con la horizontal. Cuando un esquiador cae a plomo por la colina, una porción de nieve salpicada se proyecta a una posición máxima de 5.00 m a 20.0° de la vertical en dirección arriba de la colina, como se muestra en la figura P3.26. Encuentre las componentes de su posición máxima a) paralela a la superficie y b) perpendicular a la superficie.

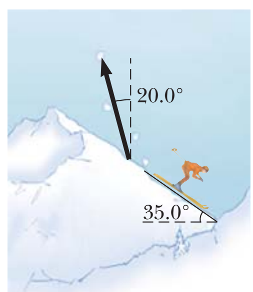


Figura P3.26

27. Una partícula se somete a los siguientes desplazamientos consecutivos: 3.50 m al sur, 8.20 m al noreste y 15.0 m al oeste. ¿Cuál es el desplazamiento resultante?

28. En un juego de futbol americano, un mariscal de campo toma el balón desde la línea de golpeo, corre hacia atrás una distancia de 10.0 yardas y luego corre de manera lateral paralelo a la línea de golpeo 15.0 yardas. En este punto, lanza un pase recto hacia adelante 50.0 yardas perpendicular a la línea de golpeo. ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante del balón?

29. Un golfista novato necesita tres golpes para meter la bola. Los desplazamientos sucesivos de la bola son: 4.00 m al norte, 2.00 m al noreste y 1.00 m a 30.0° al suroeste. Si parte del mismo punto inicial, ¿cuál sería el desplazamiento más sencillo que un golfista experto necesitaría para hacer el hoyo?

30. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene componentes x y y de -8.70 cm y 15.0 cm, respectivamente; el vector $\vec{\mathbf{B}}$ tiene componentes x y y de 13.2 cm y -6.60 cm, respectivamente. Si $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} + 3\vec{\mathbf{C}} = 0$, ¿cuáles son las componentes de $\vec{\mathbf{C}}$?

31. La vista desde el helicóptero en la figura P3.31 muestra a dos personas jalando una mula terca. Encuentre a) la fuerza única que es equivalente a las dos fuerzas que se muestran y b) la fuerza que una tercera persona tendría que ejercer sobre la mula para hacer la fuerza resultante igual a cero. Las fuerzas se miden en unidades de newtons (representada por N).

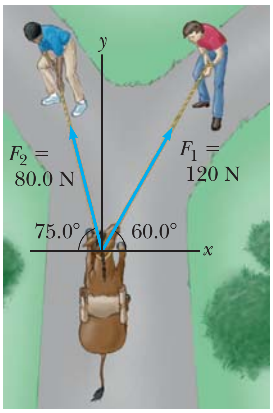


Figura P3.31

32. Use el método de componentes para sumar los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ que se muestran en la figura P3.11. Exprese la resultante $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ en notación de vector unitario.

33. El vector $\vec{\mathbf{B}}$ tiene componentes x, y y z de 4.00, 6.00 y 3.00 unidades, respectivamente. Calcule la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ y los ángulos que $\vec{\mathbf{B}}$ forma con los ejes coordenados.

34. Considere los tres vectores desplazamiento $\vec{\mathbf{A}} = (3\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}})$ m, $\vec{\mathbf{B}} = (\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}})$ m y $\vec{\mathbf{C}} = (-2\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}})$ m. Use el método de componentes para determinar a) la magnitud y dirección del vector $\vec{\mathbf{D}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$ y b) la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{E}} = -\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$.

35. Dados los vectores desplazamiento $\vec{\mathbf{A}} = (3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}})$ m y $\vec{\mathbf{B}} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - 7\hat{\mathbf{k}})$ m, encuentre las magnitudes de los vectores a) $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ y b) $\vec{\mathbf{D}} = 2\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$, y también exprese cada uno en términos de sus componentes rectangulares.

36. En la operación de ensamblado que se ilustra en la figura P3.36, un robot primero mueve un objeto en recta hacia arriba con esto también al este, alrededor de un arco que forma un cuarto de círculo de 4.80 cm de radio que se encuentra en un plano vertical este–oeste. Luego el robot mueve el objeto hacia arriba y al norte, a través de un cuarto de círculo de 3.70 cm de radio que se encuentra en un plano vertical norte–sur. Encuentre a) la magnitud del desplazamiento total del objeto y b) el ángulo que el desplazamiento total forma con la vertical.

37. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene componentes x, y y z de 8.00, 12.0 y -4.00 unidades, respectivamente. a) Escriba una expresión vectorial para $\vec{\mathbf{A}}$ en notación de vector unitario. b) Obtenga una expresión en vectores unitarios para un vector $\vec{\mathbf{B}}$ de un cuarto de longitud de $\vec{\mathbf{A}}$ que apunte en la misma dirección que $\vec{\mathbf{A}}$. c) Obtenga una expresión en vectores unitarios para un vector $\vec{\mathbf{C}}$ tres veces la longitud de $\vec{\mathbf{A}}$ que apunte en la dirección opuesta a la dirección de $\vec{\mathbf{A}}$.

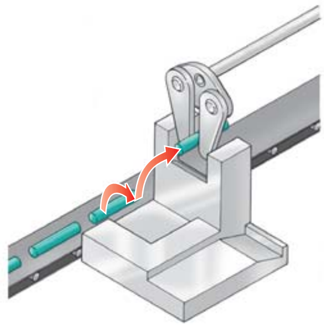


Figura P3.36

38. Usted está de pie sobre el suelo en el origen de un sistema coordenado. Un avión vuela sobre usted con velocidad constante paralela al eje x y a una altura fija de 7.60×10^3 m. En el tiempo $t = 0$ el avión está directamente arriba de usted de modo que el vector que va de usted a él es $\vec{\mathbf{P}}_0 = (7.60 \times 10^3 \text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}$. En $t = 30.0$ s, el vector de posición que va de usted al avión es $\vec{\mathbf{P}}_{30} = (8.04 \times 10^3 \text{ m})\,\hat{\mathbf{i}} + (7.60 \times 10^3 \text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}$. Determine la magnitud y orientación del vector de posición del avión en $t = 45.0$ s.

39. Una estación de radar ubica un barco hundido en un intervalo de 17.3 km y orientación 136° en sentido de las manecillas del reloj desde el norte. Desde la misma estación, un avión de rescate está en un intervalo horizontal de 19.6 km, 153° en sentido de las manecillas del reloj desde el norte, con elevación de 2.20 km. a) Escriba el vector de posición para el barco en relación con el avión, con $\hat{\mathbf{i}}$ que representa el este, $\hat{\mathbf{j}}$ el norte y $\hat{\mathbf{k}}$ hacia arriba. b) ¿Qué tan separados están el avión y el barco?

40. a) El vector $\vec{\mathbf{E}}$ tiene 17.0 cm de magnitud y se dirige 27.0° contra las manecillas el reloj desde el eje $+x$. Expréselo en notación de vectores unitarios. b) El vector $\vec{\mathbf{F}}$ tiene 17.0 cm de magnitud y se dirige 27.0° contra las manecillas del reloj desde el eje $+y$. Expréselo en notación de vectores unitarios. c) El vector $\vec{\mathbf{G}}$ tiene 17.0 cm de magnitud y se dirige 27.0° en sentido de las manecillas del reloj desde el eje $-y$. Expréselo en notación de vectores unitarios.

41. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene un componente x negativo de 3.00 unidades de longitud y un componente y positivo de 2.00 unidades de longitud. a) Determine una expresión para $\vec{\mathbf{A}}$ en notación de vectores unitarios. b) Determine la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{A}}$. c) ¿Qué vector $\vec{\mathbf{B}}$, cuando se suma a $\vec{\mathbf{A}}$, da un vector resultante sin componente x y una componente y negativa de 4.00 unidades de longitud?

42. Conforme pasa sobre la isla Gran Bahamas, el ojo de un huracán se mueve en una dirección 60.0° al noroeste con una rapidez de 41.0 km/h. Tres horas después el curso del huracán cambia súbitamente al norte y su rapidez baja a 25.0 km/h. ¿A qué distancia de Gran Bahamas está el ojo 4.50 h después de que pasa sobre la isla?

43. En la figura P3.43 se muestran tres vectores desplazamiento de una pelota de croquet, donde $|\vec{\mathbf{A}}| = 20.0$ unidades, $|\vec{\mathbf{B}}| = 40.0$ unidades y $|\vec{\mathbf{C}}| = 30.0$ unidades. Encuentre a) el resultante en notación de vectores unitarios y b) la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.

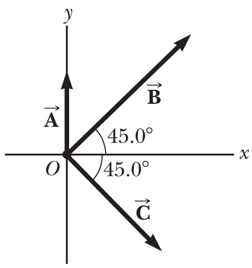


Figura P3.43

44. ● a) Con $\vec{A} = (6.00\hat{i} - 8.00\hat{j})$ unidades, $\vec{B} = (-8.00\hat{i} + 3.00\hat{j})$ unidades y $\vec{C} = (26.0\hat{i} + 19.0\hat{j})$ unidades, determine a y b tal que $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C}$. b) Un estudiante aprendió que una sola ecuación no se puede resolver para determinar valores para más de una incógnita en ella. ¿Cómo podría explicarle que tanto a como b se pueden determinar a partir de la ecuación que se usó en el inciso a)?

45. ● *¿Todavía está ahí?* En la figura P3.45, el segmento de línea representa una trayectoria desde el punto con vector de posición $(5\hat{i} + 3\hat{j})$ m al punto con posición $(16\hat{i} + 12\hat{j})$ m. El punto A está en dicha trayectoria, a una fracción f del camino hacia el destino. a) Encuentre el vector de posición del punto A en términos de f. b) Evalúe la expresión del inciso a) en el caso $f = 0$. Explique si el resultado es razonable. c) Evalúe la expresión para $f = 1$. Explique si el resultado es razonable.

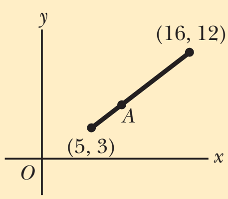


Figura P3.45 El punto A está a una fracción f de la distancia desde el punto inicial (5, 3) al punto final (16, 12).

Problemas adicionales

46. El 1 de diciembre de 1955, Rosa Parks (1913–2005), un icono del inicio del movimiento de los derechos civiles, permaneció sentada en su asiento de autobús cuando un hombre blanco la demandó. La policía de Montgomery, Alabama, la arrestó. El 5 de diciembre, los afroamericanos comenzaron a rechazar el uso de todos los autobuses de la ciudad. Bajo el liderazgo de la Montgomery Improvement Association, surgió de inmediato un eficiente sistema de transporte alternativo, proporcionado por afroamericanos con aproximadamente 35 000 viajes por día mediante voluntarios, taxis privados, uso compartido del automóvil y de viajes. Los autobuses permanecieron vacíos hasta que se integraron bajo orden de la corte del 21 de diciembre de 1956. Al recoger a sus pasajeros, suponga que un conductor en el centro de Montgomery pasa por cuatro desplazamientos sucesivos representados por la expresión

$$(-6.30\text{b})\hat{i} - (4.00\text{b}\cos 40°)\hat{i} - (4.00\text{b}\,\text{sen}\,40°)\hat{j}$$
$$+ (3.00\text{b}\cos 50°)\hat{i} - (3.00\text{b}\,\text{sen}\,50°)\hat{j} - (5.00\text{b})\hat{j}$$

Aquí b representa una cuadra de la ciudad, una conveniente unidad de distancia de tamaño uniforme; $\hat{i}$ es este y $\hat{j}$ es norte. a) Dibuje un mapa de los desplazamientos sucesivos. b) ¿Qué distancia total recorrió? c) Calcule la magnitud y dirección de su desplazamiento total. La estructura lógica de este problema y de muchos problemas en capítulos posteriores la sugirieron Alan van Heuvelen y David Maloney, *American Journal of Physics*, **67**(3) pp. 252–256, marzo de 1999.

47. Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tienen magnitudes exactamente iguales. Para que la magnitud de $\vec{A} + \vec{B}$ sea 100 veces mayor que la magnitud de $\vec{A} - \vec{B}$, ¿cuál debe ser el ángulo entre ellos?

48. Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tienen magnitudes exactamente iguales. Para que la magnitud de $\vec{A} + \vec{B}$ sea mayor que la magnitud de $\vec{A} - \vec{B}$ por el factor n, ¿cuál debe ser el ángulo entre ellos?

49. Un controlador de tráfico aéreo observa dos aeronaves en la pantalla de su radar. La primera está a una altitud de 800 m, 19.2 km de distancia horizontal y 25.0° al suroeste. La segunda está a una altitud de 1 100 m, 17.6 km de distancia horizontal y 20.0° al suroeste. ¿Cuál es la distancia entre las dos aeronaves? (Coloque el eje x al oeste, el eje y al sur y el eje z vertical.)

50. El animal de peluche más grande del mundo es una víbora de 420 m de largo, construida por niños noruegos. Suponga que la víbora se encuentra en un parque, como se muestra en la figura P3.50, y forma dos lados rectos de un ángulo de 105°, con un lado de 240 m de largo. Olaf e Inge corren una competencia que inventan. Inge corre directamente desde la cola de la víbora a su cabeza, y Olaf parte del mismo lugar en el mismo momento pero corre a lo largo de la víbora. Si ambos niños corren uniformemente a 12.0 km/h, ¿cuánto tiempo antes que Olaf, Inge llega a la cabeza de la víbora?

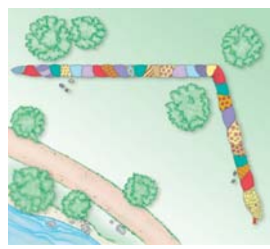


Figura P3.50

51. Un barco transbordador lleva turistas entre tres islas. Navega de la primera isla a la segunda isla, a 4.76 km de distancia, en una dirección 37.0° al noreste. Luego navega de la segunda isla a la tercera en una dirección de 69.0° al noroeste. Por último, regresa a la primera isla y navega en una dirección 28.0° al sureste. Calcule la distancia entre a) la segunda y tercera islas y b) la primera y tercera islas.

52. Un vector está dado por $\vec{R} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$. Encuentre a) las magnitudes de los componentes x, y y z, b) la magnitud de $\vec{R}$ y c) los ángulos entre $\vec{R}$ y los ejes x, y y z.

53. Un avión jet, que al inicio se mueve a 300 mi/h al este, súbitamente entra a una región donde el viento sopla a 100 mi/h hacia la dirección de 30.0° al noreste. ¿Cuáles son la nueva rapidez y dirección del avión en relación con el nivel de la tierra?

54. ● Sea $\vec{A}$ = 60.0 cm a 270° medido desde la horizontal. Sea $\vec{B}$ = 80.0 cm a cierto ángulo θ. a) Encuentre la magnitud de $\vec{A} + \vec{B}$ como función de θ. b) De la respuesta del inciso a), ¿para qué valor de θ $\vec{A} + \vec{B}$ toma su valor máximo? ¿Cuál es dicho valor máximo? c) A partir de la respuesta del inciso a), ¿para qué valor de θ $|\vec{A}| + |\vec{B}|$ toma su valor mínimo? ¿Cuál es este valor mínimo? d) Sin referencia a la respuesta del inciso a), argumente si las respuestas a los incisos b) y c) tienen o no sentido.

55. Después de que una pelota rueda por el borde de una mesa horizontal en el tiempo $t = 0$, su velocidad como función del tiempo se conoce por

$$\vec{\mathbf{v}} = 1.2\hat{\mathbf{i}} \text{ m/s} - 9.8t\hat{\mathbf{j}} \text{ m/s}^2$$

El desplazamiento de la bola al caer del borde de la mesa, mientras el intervalo de tiempo de 0.380 s durante el cual está en vuelo, se proporciona por

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \int_0^{0.380 \text{ s}} \vec{\mathbf{v}}\, dt$$

Para realizar la integral, puede usar el teorema del cálculo

$$\int (A + Bf(x))\, dx = \int A\, dx + B\int f(x)\, dx$$

Considere las unidades y los vectores unitarios como constantes, representados por A y B. Haga la integración para calcular el desplazamiento de la pelota.

56. ● Encuentre la suma de estas cuatro fuerzas vectoriales: 12.0 N a la derecha a 35.0° sobre la horizontal, 31.0 N a la izquierda a 55.0° arriba de la horizontal, 8.40 N a la izquierda a 35.0° abajo de la horizontal y 24.0 N a la derecha a 55.0° abajo de la horizontal. Siga estos pasos. Como guía haga un bosquejo de esta situación, explique cómo puede simplificar los cálculos al realizar una elección particular para las direcciones de los ejes x y y. ¿Cuál es su elección? Después sume los vectores por el método de componentes.

57. Una persona que sale a caminar sigue la trayectoria que se muestra en la figura P3.57. El viaje total consiste en cuatro trayectorias en línea recta. Al final de la caminata, ¿cuál es el desplazamiento resultante de la persona, medido desde el punto de partida?

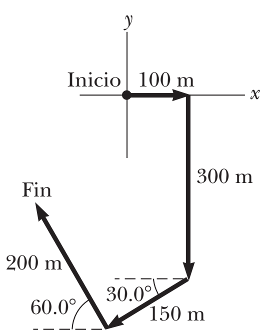


Figura P3.57

58. ● La posición instantánea de un objeto se especifica por su vector de posición $\vec{\mathbf{r}}$ dirigido desde un origen fijo a la posición del objeto, representado como partícula. Suponga para cierto objeto que el vector de posición es una función de tiempo dado por $\vec{\mathbf{r}} = 4\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - 2t\hat{\mathbf{k}}$, donde r está en metros y t en segundos. Evalúe $d\mathbf{r}/dt$. ¿Qué representa respecto al objeto?

59. ● Long John Silver, un pirata, enterró su tesoro en una isla con cinco árboles, ubicados en los puntos (30.0 m, −20.0 m), (60.0 m, 80.0 m), (−10 m, −10 m), (40.0 m, −30.0 m) y (−70.0 m, 60.0 m), todos medidos en relación con algún origen, como se muestra en la figura P3.59. La bitácora del barco indica comenzar en el árbol A y moverse hacia el árbol B, pero sólo cubrir la mitad de la distancia entre A y B. Luego moverse hacia el árbol C, cubrir un tercio de la distancia entre su ubicación actual y C. A continuación debe moverse hacia el árbol D y cubrir un cuarto de la distancia entre donde está y D. Por último, moverse hacia el árbol E y cubrir un quinto de la distancia entre usted y E, detenerse y cavar. a) Suponga que determinó correctamente el orden en que el pirata etiquetó los árboles como A, B, C, D y E, como se muestra en la figura. ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde está enterrado su tesoro? b) **¿Qué pasaría si?,** ¿Y si no sabe la forma en que el pirata marcó los árboles? ¿Qué ocurriría con la respuesta si reordena los árboles, por ejemplo a B(30 m, −20 m), A(60 m, 80 m), E(−10 m, −10 m), C(40 m, −30 m) y D(−70 m, 60 m)? Establezca su razonamiento para mostrar que la respuesta no depende del orden en el que los árboles se marcaron.

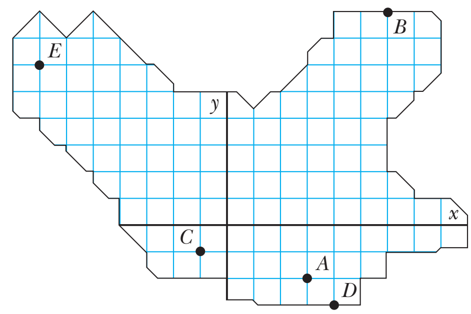


Figura P3.59

60. ● Considere un juego en el que N niños se colocan a distancias iguales alrededor de un círculo. En el centro del círculo hay una llanta de hule. Cada niño sostiene una cuerda unida a la llanta y, a una señal, jalan su cuerda. Todos los niños ejercen fuerzas de la misma magnitud F. En el caso $N = 2$, es fácil ver que la fuerza neta sobre la llanta será cero porque los dos vectores fuerza dirigidos en sentidos opuestos suman cero. De igual modo, si $N = 4$, 6 o cualquier entero par, la fuerza resultante sobre la llanta debe ser cero porque las fuerzas ejercidas por cada par de niños ubicados en posiciones opuestas se cancelarán. Cuando alrededor del círculo hay un número impar de niños, no es tan obvio si la fuerza total sobre la llanta central será cero. a) Calcule la fuerza neta sobre la llanta en el caso $N = 3$ al sumar las componentes de los tres vectores fuerza. Elija el eje x sobre una de las cuerdas. b) **¿Qué pasaría si?** Establezca el razonamiento que determinará la fuerza neta para el caso general donde N es cualquier entero, par o impar, mayor que uno. Proceda del modo siguiente. Suponga que la fuerza total no es cero. Luego debe apuntar en alguna dirección particular. Haga que cada niño se mueva una posición en sentido de las manecillas del reloj. Dé una razón de que la fuerza total debe tener una dirección girada en sentido de las manecillas del reloj por $360°/N$. No obstante argumente que la fuerza total debe ser la misma que antes. Explique qué prueba la contradicción acerca de la magnitud de la fuerza. Este problema ilustra una técnica muy útil de probar un resultado "por simetría", al usar un poco de matemáticas de *teoría de grupos*. La situación particular en realidad se encuentra en física y química cuando un arreglo de cargas eléctricas (iones) ejerce fuerzas eléctricas sobre un átomo en una posición central en una molécula o en un cristal.

61. Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ tienen iguales magnitudes de 5.00. La suma de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es el vector 6.00 $\hat{\mathbf{j}}$. Determine el ángulo entre $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$.

62. Un paralelepípedo rectangular tiene dimensiones a, b y c como se muestra en la figura P3.62. a) Obtenga una expresión vectorial para el vector de la cara diagonal $\vec{\mathbf{R}}_1$. ¿Cuál es la magnitud de este vector? b) Obtenga una expresión vectorial para el vector de cuerpo diagonal $\vec{\mathbf{R}}_2$. Advierta que $\vec{\mathbf{R}}_1$, $c\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{R}}_2$ forman un triángulo rectángulo. Pruebe que la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}_2$ es $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

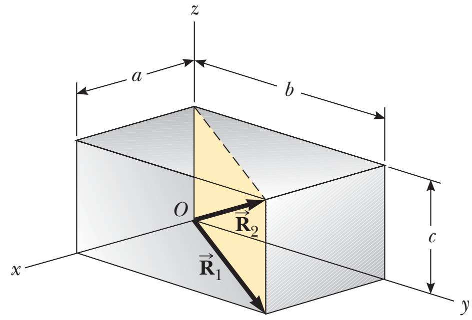


Figura P3.62

Respuestas a preguntas rápidas

3.1 Escalares: a), d), e). Ninguna de estas cantidades tiene una dirección. Vectores: b), c). Para estas cantidades, es necesaria la dirección para especificar completamente la cantidad.

3.2 c). El resultante tiene su magnitud máxima $A + B = 12 + 8 = 20$ unidades cuando el vector $\vec{\mathbf{A}}$ se orienta en la misma dirección que el vector $\vec{\mathbf{B}}$. El vector resultante tiene su magnitud mínima $A - B = 12 - 8 = 4$ unidades cuando el vector $\vec{\mathbf{A}}$ se orienta en la dirección opuesta al vector $\vec{\mathbf{B}}$.

3.3 b) y c). Para que sumen cero, los vectores deben apuntar en direcciones opuestas y tener la misma magnitud.

3.4 b). Del teorema de Pitágoras, la magnitud de un vector siempre es mayor que el valor absoluto de cada componente, a menos que sólo haya un componente distinto de cero, en cuyo caso la magnitud del vector es igual al valor absoluto de dicho componente.

3.5 c). La magnitud de $\vec{\mathbf{C}}$ es 5 unidades, la misma que la componente z. La respuesta b) no es correcta porque la magnitud de cualquier vector siempre es un número positivo, mientras que la componente y de $\vec{\mathbf{B}}$ es negativa.

Expulsión de lava de una erupción volcánica. Advierta las trayectorias parabólicas de las brasas proyectadas al aire. Todos los proyectiles siguen una trayectoria parabólica en ausencia de resistencia del aire. (© Arndt/Premium Stock/PictureQuest)

4 Movimiento en dos dimensiones

En este capítulo se explora la cinemática de una partícula que se mueve en dos dimen- siones. Conocer lo básico del movimiento bidimensional permitirá, en futuros capítulos, examinar una diversidad de movimientos que van desde el movimiento de satélites en órbita al movimiento de electrones en un campo eléctrico uniforme. Primero se estudia, con detalle, la naturaleza vectorial de posición, velocidad y aceleración. A continuación se considera el movimiento de proyectiles y el movimiento circular uniforme como casos especiales de movimiento en dos dimensiones. También se discute el concepto del movimiento relativo, que muestra por qué los observadores en diferentes marcos de referencia pueden medir posiciones y velocidades distintas para una partícula conocida.

4.1 Vectores de posición, velocidad y aceleración

En el capítulo 2 se mostró que el movimiento de una partícula a lo largo de una línea recta se conoce por completo si se conoce su posición como función del tiempo. Ahora esta idea se amplía al movimiento bidimensional de una partícula en el plano *xy*. Se comienza por describir la posición de la partícula mediante su **vector de posición** $\vec{\mathbf{r}}$, que se dibuja desde el origen de algún sistema coordenado a la posición de la partícula en el plano *xy*, como en la figura 4.1 (página 72). En el tiempo t_i, la partícula está en el punto Ⓐ, descrito por el vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_i$. En un tiempo posterior t_f, está en el punto Ⓑ, descrito por su vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_f$. La trayectoria de Ⓐ a Ⓑ no necesariamente es una línea recta. Conforme la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$, su vector de posición cambia de $\vec{\mathbf{r}}_i$ a $\vec{\mathbf{r}}_f$. Como aprendió en el capítulo 2, el desplazamiento es un vector, y el desplazamiento de la partícula es la diferencia entre su posición final y su posición inicial. Ahora se define el **vector desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$** para una partícula, véase la que se muestra en la figura 4.1, como la diferencia entre su vector de posición final y su vector de posición inicial:

Vector desplazamiento ►

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} \equiv \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i \tag{4.1}$$

En la figura 4.1 se indica la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. Como se ve en la figura, la magnitud de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ es *menor* que la distancia recorrida a lo largo de la trayectoria curva que sigue la partícula.

Como vio en el capítulo 2, con frecuencia es útil cuantificar el movimiento al obtener la relación de un desplazamiento, dividido entre el intervalo de tiempo durante el que ocurre dicho desplazamiento, que proporciona la relación de cambio de posición. La cinemática bidimensional (o tridimensional) es similar a la cinemática unidimensional, pero ahora se debe usar notación vectorial completa en lugar de signos positivos y negativos para indicar la dirección del movimiento.

La **velocidad promedio $\vec{\mathbf{v}}_{\text{prom}}$** de una partícula durante el intervalo de tiempo Δt se define como el desplazamiento de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo:

Velocidad promedio ►

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \tag{4.2}$$

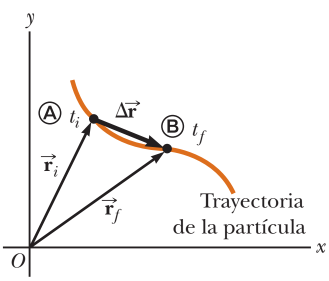


Figura 4.1 Una partícula que se mueve en el plano *xy* se ubica con el vector de posición $\vec{\mathbf{r}}$, que se dibuja desde el origen hasta la partícula. El desplazamiento de la partícula conforme se mueve de Ⓐ a Ⓑ en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$ es igual al vector $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i$.

Al multiplicar o dividir una cantidad vectorial por una cantidad escalar positiva como Δt sólo cambia la magnitud del vector, no su dirección. Puesto que el desplazamiento es una cantidad vectorial y el intervalo de tiempo es una cantidad escalar positiva, se concluye que la velocidad promedio es una cantidad vectorial dirigida a lo largo de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

La velocidad promedio entre los puntos es *independiente de la trayectoria*; porque la velocidad promedio es proporcional al desplazamiento, que sólo depende de los vectores de posición inicial y final y no de la trayectoria seguida. Al igual que el movimiento unidimensional, si una partícula comienza su movimiento en algún punto y regresa a dicho punto a través de cualquier trayectoria, su velocidad promedio es cero para este viaje, porque su desplazamiento es cero. Considere de nuevo a los jugadores de basquetbol en la cancha de la figura 2.2 (página 21). En la ocasión anterior sólo se consideró su movimiento unidimensional de ida y vuelta entre las canastas. Sin embargo, en realidad, se mueven sobre una superficie bidimensional, y corren de ida y vuelta entre las canastas así como de izquierda a derecha a través del ancho de la cancha. Al iniciar desde una canasta, un jugador puede seguir una trayectoria bidimensional muy complicada. No obstante, hasta regresar a la canasta original, la velocidad promedio de un jugador es cero porque el desplazamiento del jugador para todo el viaje es cero.

Considere de nuevo el movimiento de una partícula entre dos puntos en el plano *xy* como se muestra en la figura 4.2. Conforme el intervalo de tiempo sobre el que se observa el mo-

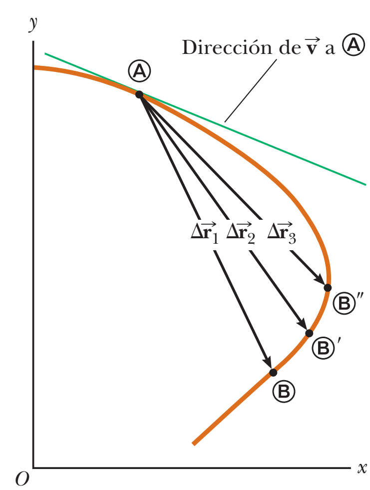


Figura 4.2 A medida que una partícula se mueve entre dos puntos, su velocidad promedio está en la dirección del vector desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. Una vez que el punto final de la trayectoria se mueve de Ⓑ a Ⓑ′ a Ⓑ″, el desplazamiento respectivo y los correspondientes intervalos de tiempo se vuelven más y más pequeños. En el límite, cuando el punto final se aproxima a Ⓐ, Δt tiende a cero y la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ tiende a la línea tangente a la curva en Ⓐ. Por definición, la velocidad instantánea en Ⓐ se dirige a lo largo de esta línea tangente.

vimiento se vuelve más y más pequeño (esto es, a medida que Ⓑ se mueve a Ⓑ′ y después a Ⓑ″, y así sucesivamente), la dirección del desplazamiento tiende a la línea tangente a la trayectoria en Ⓐ. La **velocidad instantánea** $\vec{\mathbf{v}}$ se define como el límite de la velocidad promedio $\Delta\vec{\mathbf{r}}/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \tag{4.3}$$

◀ Velocidad instantánea

Esto es, la velocidad instantánea es igual a la derivada del vector de posición respecto del tiempo. La dirección del vector velocidad instantánea en cualquier punto en la trayectoria de una partícula es a lo largo de una línea tangente a la trayectoria en dicho punto y en la dirección del movimiento.

La magnitud del vector velocidad instantánea $v = |\vec{\mathbf{v}}|$ de una partícula se llama *rapidez* de la partícula, que es una cantidad escalar.

Conforme una partícula se mueve de un punto a otro a lo largo de cierta trayectoria, su vector velocidad instantánea cambia de $\vec{\mathbf{v}}_i$ en el tiempo t_i a $\vec{\mathbf{v}}_f$ en el tiempo t_f. Conocer la velocidad en dichos puntos permite determinar la aceleración promedio de la partícula. La **aceleración promedio** $\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}}$ de una partícula se define como el cambio en su vector velocidad instantánea $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ dividido por el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho cambio:

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \tag{4.4}$$

◀ Aceleración promedio

Puesto que $\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}}$ es la relación de una cantidad vectorial $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ y una cantidad escalar positiva Δt, se concluye que la aceleración promedio es una cantidad vectorial dirigida a lo largo de $\Delta\vec{\mathbf{v}}$. Como se indica en la figura 4.3, la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ se encuentra al sumar el vector $-\vec{\mathbf{v}}_i$ (el negativo de $\vec{\mathbf{v}}_i$) al vector $\vec{\mathbf{v}}_f$ porque, por definición, $\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i$.

Cuando la aceleración promedio de una partícula cambia en el transcurso de diferentes intervalos de tiempo, es útil definir su aceleración instantánea. La **aceleración instantánea** $\vec{\mathbf{a}}$ se define como el valor límite de la proporción $\Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \tag{4.5}$$

◀ Aceleración instantánea

En otras palabras, la aceleración instantánea es igual a la derivada del vector velocidad respecto del tiempo.

Cuando una partícula acelera ocurren varios cambios. Primero, la magnitud del vector velocidad (la rapidez) puede cambiar con el tiempo como en movimiento en línea recta (unidimensional). Segundo, la dirección del vector velocidad puede cambiar con el tiempo incluso si su magnitud (rapidez) permanece constante como en movimiento bidimensional a lo largo de una trayectoria curva. Por último, tanto la magnitud como la dirección del vector velocidad pueden cambiar simultáneamente.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 4.1

Suma vectorial

Aunque la suma vectorial discutida en el capítulo 3 involucra vectores *desplazamiento*, la suma vectorial se puede aplicar a *cualquier tipo* de cantidad vectorial. Por ejemplo, la figura 4.3 muestra la suma de vectores *velocidad* con el uso del enfoque gráfico.

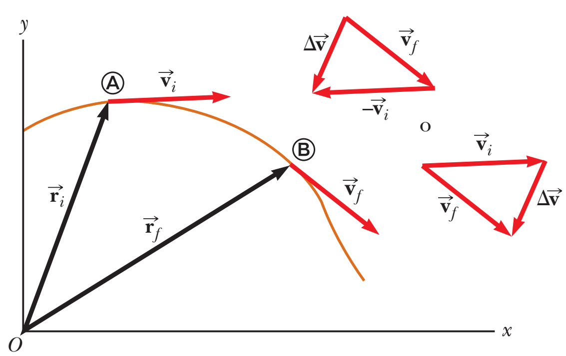


Figura 4.3 Una partícula se mueve de la posición Ⓐ a la posición Ⓑ. Su vector velocidad cambia de $\vec{\mathbf{v}}_i$ a $\vec{\mathbf{v}}_f$. Los diagramas vectoriales arriba a la derecha muestran dos formas de determinar el vector $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ de las velocidades inicial y final.

Pregunta rápida 4.1 Considere los siguientes controles en un automóvil: acelerador, freno, volante. ¿En esta lista cuáles son los controles que provocan una aceleración en el automóvil? a) los tres controles, b) el acelerador y el freno, c) sólo el freno, d) sólo el acelerador.

4.2 Movimiento en dos dimensiones con aceleración constante

En la sección 2.5 se investigó el movimiento unidimensional de una partícula bajo aceleración constante. Ahora considere el movimiento bidimensional durante el cual la aceleración de una partícula permanece constante tanto en magnitud como en dirección. Como se verá, este enfoque es útil para analizar algunos tipos comunes de movimiento.

Antes de embarcarse en esta investigación, es necesario enfatizar un punto importante en cuanto al movimiento bidimensional. Imagine un disco de hockey de aire que se mueve en línea recta a lo largo de una superficie perfectamente a nivel y libre de fricción de una mesa de hockey de aire. La figura 4.4a muestra un diagrama de movimiento desde arriba de este disco. Recuerde que en la sección 2.4 se vinculó la aceleración de un objeto con una fuerza sobre el objeto. Puesto que no hay fuerzas sobre el disco en el plano horizontal, se mueve con velocidad constante en la dirección x. Ahora suponga que sopla sobre el disco cuando pasa por su posición, con la fuerza de su soplido *exactamente* hacia la dirección y. Puesto que la fuerza de este soplido no tiene componente en la dirección x, no causa aceleración en la dirección x. Sólo una aceleración momentánea en la dirección y, lo que imprime al disco una componente de velocidad y constante una vez que la fuerza del soplido cesa. Después de soplar sobre el disco, su componente de velocidad en la dirección x no cambia, como se muestra en la figura 4.4b. La idea general de este experimento simple es que **el movimiento en dos dimensiones se puede representar como dos movimientos *independientes* en cada una de las dos direcciones perpendiculares asociadas con los ejes x y y. Esto es: cualquier influencia en la dirección y no afecta el movimiento en la dirección x y viceversa.**

El vector de posición para una partícula que se mueve en el plano xy se puede escribir

$$\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} \quad \textbf{(4.6)}$$

donde x, y y $\vec{\mathbf{r}}$ cambian con el tiempo a medida que la partícula se mueve mientras los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$ permanecen constantes. Si se conoce el vector de posición, la velocidad de la partícula se puede obtener a partir de las ecuaciones 4.3 y 4.6, que dan

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}} \quad \textbf{(4.7)}$$

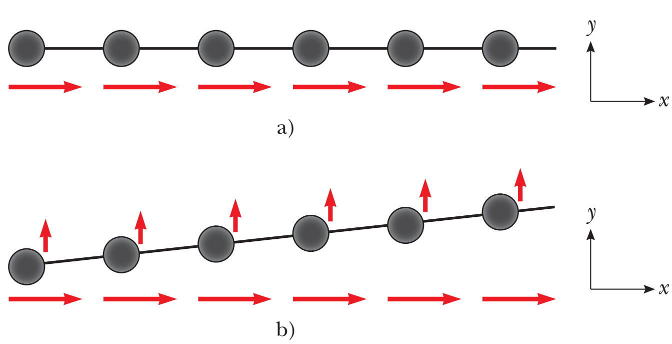


Figura 4.4 a) Un disco se mueve a través de una mesa de hockey de aire horizontal con velocidad constante en la dirección x. b) Después de aplicar al disco un soplido en la dirección y, el disco gana una componente y de velocidad, pero la componente x no es afectada por la fuerza en la dirección perpendicular. Observe que los vectores rojos horizontales, que representan la componente x de la velocidad, tienen la misma longitud en ambas partes de la figura, lo que demuestra que el movimiento en dos dimensiones se puede modelar como dos movimientos independientes en direcciones perpendiculares.

Puesto que la aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ de la partícula se supone constante en esta discusión, sus componentes a_x y a_y también son constantes. Por lo tanto, se le puede representar como una partícula bajo aceleración constante independiente en cada una de las dos direcciones y aplicar las ecuaciones de cinemática por separado a las componentes x y y del vector velocidad. Al sustituir, de la ecuación 2.13, $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ y $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$ en la ecuación 4.7 para determinar la velocidad final en cualquier tiempo t, se obtiene

$$\vec{\mathbf{v}}_f = (v_{xi} + a_x t)\hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\mathbf{j}} = (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}}) + (a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t$$

$$\vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}t \qquad \textbf{(4.8)}$$

◀ Vector velocidad como función del tiempo

Este resultado establece que la velocidad de una partícula en algún tiempo t es igual a la suma vectorial de su velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_i$ en el tiempo $t = 0$ y la velocidad adicional $\vec{\mathbf{a}}t$ adquirida en el tiempo t como resultado de aceleración constante. La ecuación 4.8 es la versión vectorial de la ecuación 2.13.

De igual modo, de la ecuación 2.16 se sabe que las coordenadas x y y de una partícula que se mueve con aceleración constante son

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

Al sustituir estas expresiones en la ecuación 4.6 (y etiquetar el vector de posición final $\vec{\mathbf{r}}_f$) se obtiene

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{r}}_f &= (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2)\hat{\mathbf{i}} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2)\hat{\mathbf{j}} \\ &= (x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}}) + (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}})t + \tfrac{1}{2}(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t^2\end{aligned}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2 \qquad \textbf{(4.9)}$$

◀ Vector de posición como función del tiempo

que es la versión vectorial de la ecuación 2.16. La ecuación 4.9 dice que el vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_f$ de una partícula es la suma vectorial de la posición original $\vec{\mathbf{r}}_i$, un desplazamiento $\vec{\mathbf{v}}_i t$ que surge de la velocidad inicial de la partícula y un desplazamiento $\tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2$ que resulta de la aceleración constante de la partícula.

En la figura 4.5 se muestran representaciones gráficas de las ecuaciones 4.8 y 4.9. Las componentes de los vectores de posición y velocidad también se ilustran en la figura. Note en la figura 4.5a que $\vec{\mathbf{v}}_f$ por lo general no está a lo largo de la dirección de $\vec{\mathbf{v}}_i$ o de $\vec{\mathbf{a}}$ porque la correspondencia entre dichas cantidades es una expresión vectorial. Por la misma justificación, de la figura 4.5b, se ve que $\vec{\mathbf{r}}_f$ por lo general no está a lo largo de la dirección de $\vec{\mathbf{v}}_i$ o de $\vec{\mathbf{a}}$. Por último, observe que $\vec{\mathbf{v}}_f$ y $\vec{\mathbf{r}}_f$ por lo común no están en la misma dirección.

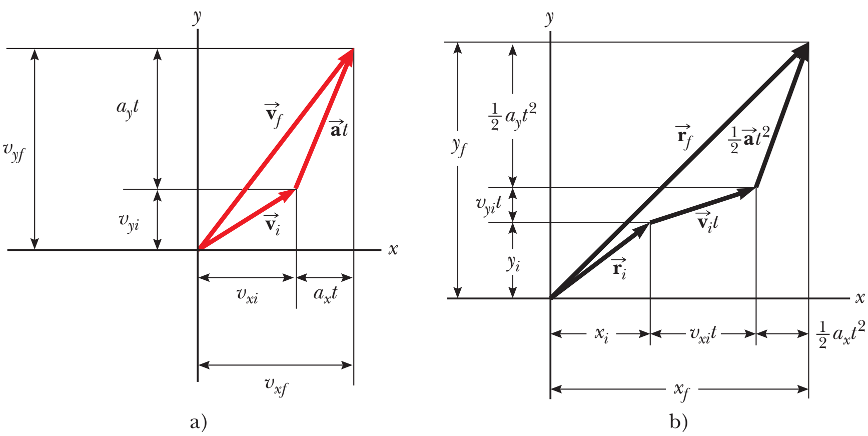


Figura 4.5 Representaciones y componentes vectoriales de a) la velocidad y b) la posición de una partícula que se mueve con una aceleración constante $\vec{\mathbf{a}}$.

EJEMPLO 4.1 Movimiento en un plano

Una partícula parte del origen en $t = 0$ con una velocidad inicial que tiene una componente x de 20 m/s y otra componente y de -15 m/s. La partícula se mueve en el plano xy sólo con una componente x de aceleración, dada por $a_x = 4.0 \text{ m/s}^2$.

A) Determine el vector velocidad total en cualquier tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Las componentes de la velocidad inicial dicen que la partícula inicia su movimiento hacia la derecha y abajo. La componente x de velocidad comienza en 20 m/s y aumenta en 4.0 m/s cada segundo. La componente y de velocidad nunca cambia de su valor inicial de -15 m/s. En la figura 4.6 se bosqueja un diagrama de movimiento de la situación. Puesto que la partícula acelera en la dirección $+x$, su componente de velocidad en esta dirección aumenta y la trayectoria se curva como se muestra en el diagrama. Note que el espaciamiento entre imágenes sucesivas aumenta conforme pasa el tiempo, porque la rapidez aumenta. La colocación de los vectores aceleración y velocidad en la figura 4.6 ayuda a conceptualizar aún más la situación.

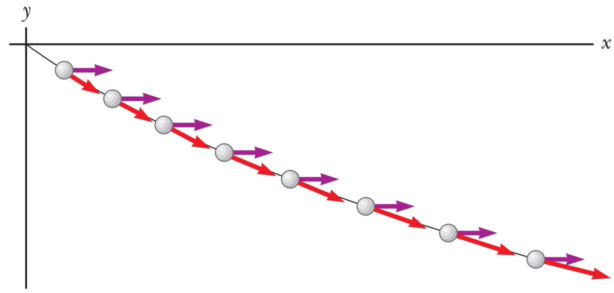


Figura 4.6 (Ejemplo 4.1) Diagrama de movimiento para la partícula.

Categorizar Puesto que la velocidad inicial tiene componentes en las direcciones x y y, este problema se clasifica como uno que supone una partícula que se mueve en dos dimensiones. Dado que la partícula sólo tiene una componente x de aceleración, se representa como una partícula bajo aceleración constante en la dirección x y una partícula bajo velocidad constante en la dirección y.

Analizar Para comenzar el análisis matemático, se hace $v_{xi} = 20$ m/s, $v_{yi} = -15$ m/s, $a_x = 4.0 \text{ m/s}^2$ y $a_y = 0$.

Aplique la ecuación 4.8 para el vector velocidad:

$$\vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}t = (v_{xi} + a_x t)\hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\mathbf{j}}$$

Sustituya valores numéricos:

$$\vec{\mathbf{v}}_f = [20 \text{ m/s} + (4.0 \text{ m/s}^2)t]\hat{\mathbf{i}} + [-15 \text{ m/s} + (0)t]\hat{\mathbf{j}}$$

$$(1)\quad \vec{\mathbf{v}}_f = \boxed{[(20 + 4.0t)\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}] \text{ m/s}}$$

Finalizar Note que la componente x de velocidad aumenta en el tiempo mientras la componente y permanece constante; este resultado es consistente con lo predicho.

B) Calcule la velocidad y la rapidez de la partícula en $t = 5.0$ s.

SOLUCIÓN

Analizar

Evalúe el resultado de la ecuación (1) en $t = 5.0$ s:

$$\vec{\mathbf{v}}_f = [(20 + 4.0(5.0))\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}] \text{ m/s} = \boxed{(40\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}) \text{ m/s}}$$

Determine el ángulo θ que $\vec{\mathbf{v}}_f$ forma con el eje x en $t = 5.0$ s:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-15 \text{ m/s}}{40 \text{ m/s}}\right) = \boxed{-21°}$$

Evalúe la rapidez de la partícula como la magnitud de $\vec{\mathbf{v}}_f$:

$$v_f = |\vec{\mathbf{v}}_f| = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(40)^2 + (-15)^2} \text{ m/s} = \boxed{43 \text{ m/s}}$$

Finalizar El signo negativo para el ángulo θ indica que el vector velocidad se dirige a un ángulo de 21° abajo del eje x positivo. Note que, si se calcula v_i a partir de las componentes x y y de $\vec{\mathbf{v}}_i$, se encuentra que $v_f > v_i$. ¿Esto es consistente con la predicción?

C) Determine las coordenadas x y y de la partícula en cualquier tiempo t y su vector de posición en este tiempo.

SOLUCIÓN

Analizar

Aplique las componentes de la ecuación 4.9 con $x_i = y_i = 0$ en $t = 0$:

$$x_f = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \boxed{(20t + 2.0t^2) \text{ m}}$$

$$y_f = v_{yi}t = \boxed{(-15t) \text{ m}}$$

Exprese el vector de posición de la partícula en cualquier tiempo t: $\vec{\mathbf{r}}_f = x_f\hat{\mathbf{i}} + y_f\hat{\mathbf{j}} = [(20t + 2.0t^2)\hat{\mathbf{i}} - 15t\hat{\mathbf{j}}]$ m

Finalizar Considere ahora un caso límite para valores muy grandes de t.

¿Y si...? ¿Qué ocurriría si se espera un tiempo considerable y después se observa el movimiento de la partícula? ¿Cómo describiría el movimiento de la partícula para valores considerables de tiempo?

Respuesta Al observar la figura 4.6 es claro que la trayectoria de la partícula se curva hacia el eje x. No hay razón para suponer que esta tendencia cambiará, lo que sugiere que la trayectoria se volverá más y más paralela al eje x conforme crezca el tiempo. En términos matemáticos, la ecuación 1) muestra que la componente y de velocidad permanece constante mientras la componente x crece linealmente con t. Por lo tanto, cuando t es muy grande, la componente x de velocidad será mucho mayor que la componente y, lo que sugiere que el vector velocidad se volverá cada vez más paralelo al eje x. Tanto x_f como y_f continúa creciendo con el tiempo, aunque x_f crece mucho más rápido.

4.3 Movimiento de proyectil

Quien haya observado una pelota de beisbol en movimiento observó movimiento de proyectil. La bola se mueve en una trayectoria curva y regresa al suelo. El **movimiento de proyectil** de un objeto es simple de analizar a partir de dos suposiciones: 1) la aceleración de caída libre es constante en el intervalo de movimiento y se dirige hacia abajo[1] y 2) el efecto de la resistencia del aire es despreciable.[2] Con estas suposiciones, se encuentra que la *trayectoria* de un proyectil *siempre* es una parábola, como se muestra en la figura 4.7. **A lo largo de este capítulo se usan estas suposiciones.**

La expresión para el vector de posición del proyectil como función del tiempo se sigue directamente de la ecuación 4.9, con $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$:

$$\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{g}}t^2 \tag{4.10}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 4.2

Aceleración en el punto más alto

Como se discutió en la prevención de riesgos ocultos 2.8, muchas personas afirman que la aceleración de un proyectil en el punto más alto de su trayectoria es cero. Este error surge de la confusión entre velocidad vertical cero y aceleración cero. Si el proyectil experimentara aceleración cero en el punto más alto, su velocidad en dicho punto no cambiaría; sucedería que, ¡desde ese momento el proyectil se movería horizontalmente con rapidez constante! Sin embargo, esto no ocurre, porque la aceleración *no* es cero en parte alguna de la trayectoria.

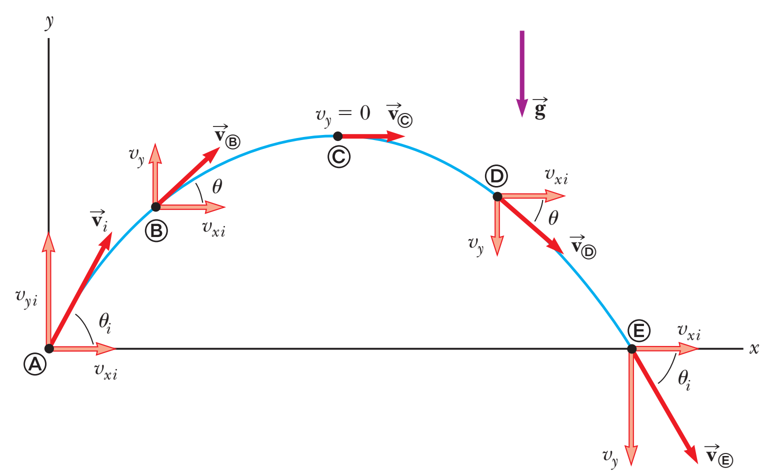


Figura 4.7 Trayectoria parabólica de un proyectil que sale del origen con velocidad $\vec{\mathbf{v}}_i$. El vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ cambia con el tiempo tanto en magnitud como en dirección. Este cambio es el resultado de la aceleración en la dirección y negativa. La componente x de velocidad permanece constante en el tiempo porque no hay aceleración a lo largo de la dirección horizontal. La componente y de velocidad es cero en el pico de la trayectoria.

[1] Esta suposición es razonable en tanto el alcance del movimiento sea pequeño en comparación con el radio de la Tierra (6.4×10^6 m). En efecto, esto equivale a suponer que la Tierra es plana en el intervalo considerado del movimiento.

[2] Dicha suposición, por lo general, *no* está justificada, en especial a velocidades altas. Además, cualquier giro impartido a un proyectil, como el que se aplica cuando un pitcher lanza una bola curva, origina algunos efectos muy interesantes asociados con fuerzas aerodinámicas, que se discutirán en el capítulo 14.

The Telegraph Color Library/Getty Images

Un soldador perfora hoyos en una pesada viga de construcción con un soplete. Las chispas generadas en el proceso siguen trayectorias parabólicas.

donde las componentes x y y de la velocidad inicial del proyectil son:

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i \qquad v_{yi} = v_i \operatorname{sen} \theta_i \tag{4.11}$$

La expresión en la ecuación 4.10 se grafica en la figura 4.8, para un proyectil lanzado desde el origen, de modo que $\vec{\mathbf{r}}_i = 0$. La posición final de una partícula se considera como la superposición de su posición inicial $\vec{\mathbf{r}}_i$, el término $\vec{\mathbf{v}}_i t$, que es su desplazamiento si no hubiese aceleración presente; y el término $\frac{1}{2}\vec{\mathbf{g}}t^2$ que surge de su aceleración debida a la gravedad. En otras palabras, si no hubiera aceleración gravitacional, la partícula continuaría moviéndose a lo largo de una ruta recta en la dirección $\vec{\mathbf{v}}_i$. En consecuencia, la distancia vertical $\frac{1}{2}\vec{\mathbf{g}}t^2$ desde la que "cae" la partícula en línea recta, es la misma distancia desde la que caería un objeto que se deja caer desde el reposo durante el mismo intervalo de tiempo.

En la sección 4.2 se estableció que el movimiento en dos dimensiones con aceleración constante se puede analizar como una combinación de dos movimientos independientes en las direcciones x y y, con aceleraciones a_x y a_y. El movimiento de proyectiles también se maneja de esta forma, con aceleración cero en la dirección x y una aceleración constante en la dirección y, $a_y = -g$. Por lo tanto, **cuando se analice el movimiento de un proyectil, debe representarlo como la sobreposición de dos movimientos: 1) movimiento de una partícula bajo velocidad constante en la dirección horizontal y 2) movimiento de una partícula bajo aceleración constante (caída libre) en la dirección vertical.** Las componentes horizontal y vertical del movimiento de un proyectil son completamente independientes una de otra y se manejan por separado, con el tiempo t como la variable común para ambas componentes.

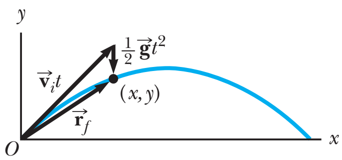


Figura 4.8 Vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_f$ de un proyectil lanzado desde el origen, cuya velocidad inicial en el origen es $\vec{\mathbf{v}}_i$. El vector $\vec{\mathbf{v}}_i t$ sería el desplazamiento del proyectil si no hubiera gravedad, y el vector $\frac{1}{2}\vec{\mathbf{g}}t^2$ es su desplazamiento vertical de una trayectoria recta debido a su aceleración gravitacional descendente.

Pregunta rápida 4.2 **i)** A medida que un proyectil lanzado hacia arriba se mueve en su trayectoria parabólica (como en la figura 4.8), ¿en qué punto a lo largo de su trayectoria los vectores velocidad y aceleración del proyectil son mutuamente perpendiculares? a) en ninguna parte, b) en el punto más alto, c) en el punto de lanzamiento. **ii)** Con las mismas opciones, ¿en qué punto son paralelos los vectores velocidad y aceleración del proyectil?

Alcance horizontal y altura máxima de un proyectil

Considere que un proyectil es lanzado desde el origen en $t_i = 0$ con una componente v_{yi} positiva, como se muestra en la figura 4.9, y regresa al mismo nivel horizontal. Dos puntos son de especial interés para analizar: el punto máximo Ⓐ, que tiene coordenadas cartesianas $(R/2, h)$, y el punto Ⓑ, que tiene coordenadas $(R, 0)$. La distancia R se llama *alcance horizontal* del proyectil, y la distancia h es su *altura máxima*. Encuentre h y R matemáticamente a partir de v_i, θ_i y g.

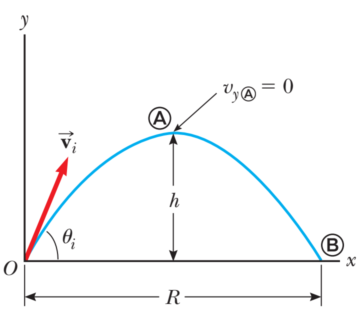


Figura 4.9 Proyectil lanzado sobre una superficie plana desde el origen en $t_i = 0$ con una velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_i$. La altura máxima del proyectil es h y el alcance horizontal es R. En Ⓐ, el máximo de la trayectoria, la partícula tiene coordenadas $(R/2, h)$.

Se puede determinar h al notar que, en el máximo, $v_{yⒶ} = 0$. Debido a esto, se puede usar la componente y de la ecuación 4.8 para determinar el tiempo $t_Ⓐ$ en que el proyectil alcanza el pico:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \operatorname{sen} \theta_i - g t_Ⓐ$$

$$t_Ⓐ = \frac{v_i \operatorname{sen} \theta_i}{g}$$

Al sustituir esta expresión para $t_Ⓐ$ en la componente y de la ecuación 4.9 y sustituir $y = y_Ⓐ$ con h, se obtiene una expresión para h en términos de la magnitud y dirección del vector velocidad inicial:

$$h = (v_i \operatorname{sen} \theta_i)\frac{v_i \operatorname{sen} \theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \operatorname{sen} \theta_i}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i}{2g} \tag{4.12}$$

El alcance R es la posición horizontal del proyectil en el tiempo que es el doble del tiempo en el que alcanza su máximo, esto es, un tiempo $t_Ⓑ = 2t_Ⓐ$. Al usar la componente x

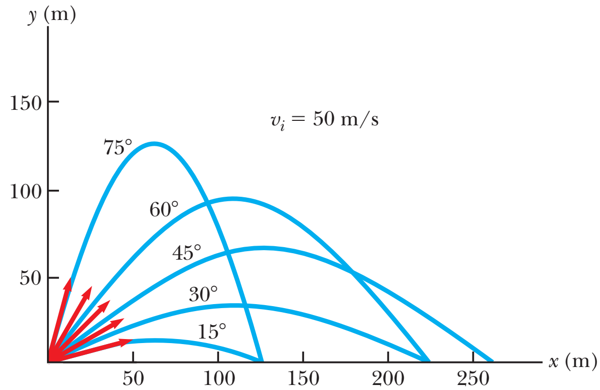


Figura 4.10 Un proyectil lanzado sobre una superficie plana desde el origen con una rapidez inicial de 50 m/s en varios ángulos de proyección. Note que valores complementarios de θ_i resultan en el mismo valor de R (alcance del proyectil).

de la ecuación 4.9, note que $v_{xi} = v_{xⒷ} = v_i \cos \theta_i$ y establezca $x_Ⓑ = R$ en $t = 2t_Ⓐ$, se encuentra que

$$R = v_{xi}t_Ⓑ = (v_i \cos \theta_i)2t_Ⓐ$$

$$= (v_i \cos \theta_i)\frac{2v_i \operatorname{sen} \theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \operatorname{sen} \theta_i \cos \theta_i}{g}$$

Al aplicar la identidad sen $2\theta = 2$ sen $\theta \cos \theta$ (véase el apéndice B.4) se puede escribir R en la forma más compacta

$$R = \frac{v_i^2 \operatorname{sen} 2\theta_i}{g} \tag{4.13}$$

El valor máximo de R a partir de la ecuación 4.13 es $R_{\text{máx}} = v_i^2/g$. Este resultado tiene sentido porque el valor máximo de sen $2\theta_i$ es 1, lo que ocurre cuando $2\theta_i = 90°$. Debido a esto, R es un máximo cuando $\theta_i = 45°$.

La figura 4.10 ilustra varias trayectorias para un proyectil que tiene una rapidez inicial dada, pero se lanza a diferentes ángulos. Como puede ver, el alcance es máximo para $\theta_i = 45°$. Además, para cualquier θ_i distinto de 45°, se alcanza un punto con coordenadas cartesianas $(R, 0)$ al usar cualesquier valores complementarios de θ_i, como 75° y 15°. Desde luego, la altura máxima y el tiempo de vuelo para uno de estos valores de θ_i son diferentes a causa de la altura máxima y el tiempo de vuelo para el valor complementario.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 4.3

Las ecuaciones de altura y alcance

La ecuación 4.13 es útil para calcular R sólo para una trayectoria simétrica, como se muestra en la figura 4.10. Si la trayectoria no es simétrica, *no aplique esta ecuación*. Las expresiones generales conocidas por las ecuaciones 4.8 y 4.9 son los resultados *más importantes* porque proporcionan las componentes de posición y velocidad de *cualquier* partícula que se mueve en dos dimensiones en *cualquier* tiempo t.

Pregunta rápida 4.3 Ordene los ángulos de lanzamiento para las cinco trayectorias de la figura 4.10 respecto al tiempo de vuelo, desde el tiempo de vuelo más corto al más largo.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **Movimiento de proyectil**

Cuando resuelva problemas de movimiento de proyectil, se sugiere el siguiente planteamiento:

1. *Conceptualizar.* Piense en lo que ocurre físicamente en el problema. Establezca la representación mental al imaginar el movimiento del proyectil a lo largo de su trayectoria.
2. *Categorizar.* Confirme que el problema supone una partícula en caída libre y que la resistencia del aire es despreciable. Seleccione un sistema coordenado con x en la dirección horizontal y y en la dirección vertical.
3. *Analizar.* Si se conoce el vector velocidad inicial, descompóngalo en componentes x y y. Trate el movimiento horizontal y movimiento vertical de manera independiente.

Analice el movimiento horizontal del proyectil como una partícula bajo velocidad constante. Examine el movimiento vertical del proyectil como una partícula bajo aceleración constante.

4. *Finalizar*. Una vez que determine su resultado, compruebe para ver si sus respuestas son consistentes con las representaciones mentales y gráficas y que sus resultados son realistas.

EJEMPLO 4.2 Salto de longitud

Un atleta que participa en salto de longitud (figura 4.11) deja el suelo a un ángulo de 20.0° sobre la horizontal y con una rapidez de 11.0 m/s.

Figura 4.11 (Ejemplo 4.2) Mike Powell, actual poseedor del récord mundial de salto de longitud de 8.95 m.

A) ¿Qué distancia salta en la dirección horizontal?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los brazos y piernas de un atleta de salto de longitud se mueven en una forma compleja, pero este movimiento se ignorará. El movimiento del atleta se conceptualiza como equivalente al de un proyectil simple.

Categorizar Este ejemplo se clasifica como un problema de movimiento de proyectil. Puesto que se conocen la rapidez inicial y el ángulo de lanzamiento, y ya que la altura final es la misma que la altura inicial, se confirma que el problema satisface las condiciones para aplicar las ecuaciones 4.12 y 4.13. Este planteamiento es la forma más directa de analizar este problema, aunque los métodos generales descritos siempre darán la respuesta correcta.

Analizar
Aplique la ecuación 4.13 para encontrar el alcance del saltador:

$$R = \frac{v_i^2 \operatorname{sen} 2\theta_i}{g} = \frac{(11.0 \text{ m/s})^2 \operatorname{sen} 2(20.0°)}{9.80 \text{ m/s}^2} = \boxed{7.94 \text{ m}}$$

B) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

SOLUCIÓN

Analizar
Encuentre la altura máxima alcanzada mediante la ecuación 4.12:

$$h = \frac{v_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i}{2g} = \frac{(11.0 \text{ m/s})^2 (\operatorname{sen} 20.0°)^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)} = \boxed{0.722 \text{ m}}$$

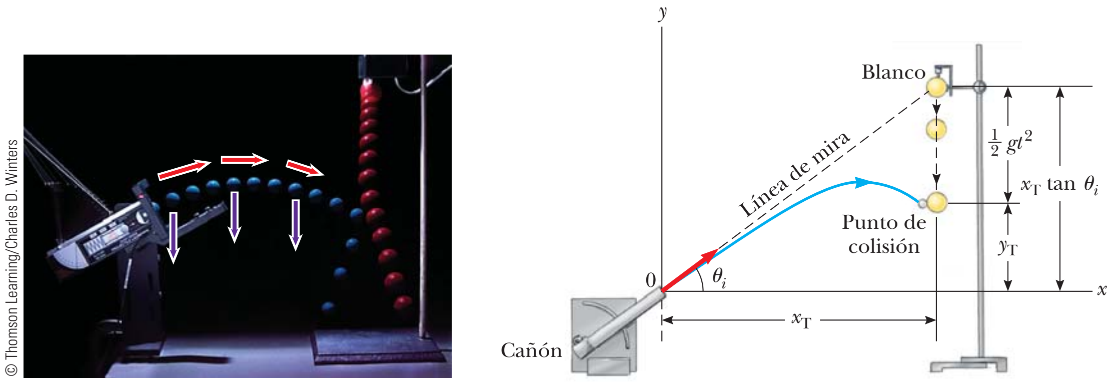
Finalizar Encuentre las respuestas a los incisos A) y B) con el uso del método general. Los resultados deben concordar. Tratar al atleta como partícula es una simplificación. No obstante, los valores obtenidos son consistentes con la experiencia en los deportes. Un sistema complicado, como el del atleta en salto de longitud, se puede representar como una partícula y aun así obtener resultados razonables.

EJEMPLO 4.3 Tiro que da en el objetivo en cada ocasión

En una popular demostración, se dispara un proyectil a un objetivo en tal forma que el proyectil sale del cañón al mismo tiempo que el objetivo se suelta del reposo. Demuestre que, si el cañón se apunta inicialmente al objetivo fijo, el proyectil golpea al objetivo que cae como se muestra en la figura 4.12a.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Se forman conceptos del problema al estudiar la figura 4.12a. Note que el problema no pide valores numéricos. El resultado esperado debe involucrar un argumento algebraico.



a) b)

Figura 4.12 (Ejemplo 4.3) a) Fotografía estroboscópica de la demostración proyectil–objetivo. Si el cañón se apunta directamente al objetivo y se dispara en el mismo instante cuando el objetivo comienza a caer, el proyectil golpeará el objetivo. Advierta que la velocidad del proyectil (flechas rojas) cambia en dirección y magnitud, mientras su aceleración descendente (flechas violetas) permanece constante. b) Diagrama esquemático de la demostración proyectil–objetivo.

Categorizar Porque ambos objetos sólo están subordinados a la gravedad, este problema se clasifica como uno que supone dos objetos en caída libre, el blanco en movimiento en una dimensión y el proyectil que se mueve en dos.

Analizar El objetivo T se representa como una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. La figura 4.12b muestra que la coordenada y inicial y_{iT} del objetivo es $x_T \tan \theta_i$ y su velocidad inicial es cero. Cae con aceleración $a_y = -g$. El proyectil P se representa como una partícula bajo aceleración constante en la dirección y y una partícula bajo velocidad constante en la dirección x.

Escriba una expresión para la coordenada y del objetivo en cualquier momento después de liberarse y observe que su velocidad inicial es cero:

$$1)\quad y_T = y_{iT} + (0)t - \tfrac{1}{2}gt^2 = x_T \tan \theta_i - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Escriba una expresión para la coordenada y del proyectil en cualquier momento:

$$2)\quad y_P = y_{iP} + v_{yiP}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = 0 + (v_{iP} \operatorname{sen} \theta_i)t - \tfrac{1}{2}gt^2 = (v_{iP} \operatorname{sen} \theta_i)t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Escriba una expresión para la coordenada x del proyectil en cualquier momento:

$$x_P = x_{iP} + v_{xiP}t = 0 + (v_{iP} \cos \theta_i)t = (v_{iP} \cos \theta_i)t$$

Resuelva esta expresión para el tiempo como función de la posición horizontal del proyectil:

$$t = \frac{x_P}{v_{iP} \cos \theta_i}$$

Sustituya esta expresión en la ecuación 2):

$$3)\quad y_P = (v_{iP} \operatorname{sen} \theta_i)\left(\frac{x_P}{v_{iP} \cos \theta_i}\right) - \tfrac{1}{2}gt^2 = x_P \tan \theta_i - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Compare las ecuaciones 1) y 3). Se ve que, cuando las coordenadas x del proyectil y el objetivo son las mismas (esto es, cuando $x_T = x_P$), sus coordenadas y conocidas por las ecuaciones 1) y 3) son las mismas y resulta una colisión.

Finalizar Note que una colisión sólo resulta cuando $v_{iP} \operatorname{sen} \theta_i \geq \sqrt{gd/2}$, donde d es la elevación inicial del objetivo arriba del suelo. Si $v_{iP} \operatorname{sen} \theta_i$ es menor que este valor, el proyectil golpea el suelo antes de alcanzar el objetivo.

EJEMPLO 4.4 ¡Vaya brazo!

Una piedra es lanzada hacia arriba desde lo alto de un edificio, a un ángulo de 30.0° con la horizontal, y con una rapidez inicial de 20.0 m/s, como se muestra en la figura 4.13. La altura del edificio es de 45.0 m.

A) ¿Cuánto tarda la piedra en llegar al suelo?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 4.13, en la que se indican la trayectoria y varios parámetros del movimiento de la piedra.

Categorizar Este problema se clasifica como un problema de movimiento de proyectil. La piedra se modela como una partícula bajo aceleración constante en la dirección y y una partícula bajo velocidad constante en la dirección x.

Analizar Se tiene la información $x_i = y_i = 0$, $y_f = -45.0$ m, $a_y = -g$ y $v_i = 20.0$ m/s (el valor numérico de y_f es negativo porque se eligió lo alto del edificio como el origen).

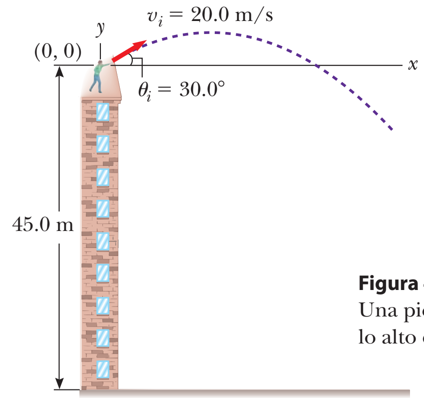


Figura 4.13 (Ejemplo 4.4) Una piedra es lanzada desde lo alto de un edificio.

Encuentre las componentes x y y iniciales de velocidad de la piedra:

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i = (20.0 \text{ m/s})\cos 30.0° = 17.3 \text{ m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \,\text{sen}\, \theta_i = (20.0 \text{ m/s})\text{sen } 30.0° = 10.0 \text{ m/s}$$

Exprese la posición vertical de la piedra a partir de la componente vertical de la ecuación 4.9:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

Sustituya valores numéricos:

$$-45.0 \text{ m} = 0 + (10.0 \text{ m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

Resuelva la ecuación cuadrática para t:

$$t = \boxed{4.22 \text{ s}}$$

B) ¿Cuál es la rapidez de la piedra justo antes de golpear el suelo?

SOLUCIÓN

Use la componente y de la ecuación 4.8 con $t = 4.22$ s para obtener la componente y de la velocidad de la piedra justo antes de golpear el suelo:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

Sustituya valores numéricos:

$$v_{yf} = 10.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(4.22 \text{ s}) = -31.3 \text{ m/s}$$

Use esta componente con la componente horizontal $v_{xf} = v_{xi} = 17.3$ m/s para encontrar la rapidez de la piedra en $t = 4.22$ s:

$$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(17.3 \text{ m/s})^2 + (-31.3 \text{ m/s})^2} = \boxed{35.8 \text{ m/s}}$$

Finalizar ¿Es razonable que la componente y de la velocidad final sea negativa? ¿Es razonable que la rapidez final sea mayor que la rapidez inicial de 20.0 m/s?

¿Y si...? ¿Qué sucedería si un viento horizontal sopla en la misma dirección en la que se lanza la piedra y hace que ésta tenga una componente de aceleración horizontal $a_x = 0.500$ m/s^2? ¿Cuál inciso de este ejemplo, A) o B), tendrá una respuesta diferente?

Respuesta Recuerde que los movimientos en las direcciones x y y son independientes. Por lo tanto, el viento horizontal no puede afectar el movimiento vertical. El movimiento vertical determina el tiempo del proyectil en el aire, así que la respuesta al inciso A) no cambia. El viento hace que la componente de velocidad horizontal aumente con el tiempo, de modo que la rapidez final será mayor en el inciso B). Al tomar $a_x = 0.500$ m/s^2, se encuentra $v_{xf} = 19.4$ m/s y $v_f = 36.9$ m/s.

EJEMPLO 4.5 El final del salto con esquíes

Una esquiadora deja la rampa y se desliza en la dirección horizontal con una rapidez de 25.0 m/s, como se muestra en la figura 4.14. El plano de aterrizaje bajo ella cae con una pendiente de 35.0°. ¿Dónde aterrizará en el plano?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Este problema permite formar ideas a partir de los recuerdos de las competencias de esquí en los juegos olímpicos de invierno. Se estima que la esquiadora está en el aire durante alrededor de 4 s y recorre una distancia horizontal de casi 100 m. Se espera que el valor de d, la distancia recorrida a lo largo del plano, sea del mismo orden de magnitud.

Categorizar El problema se clasifica como el de una partícula en movimiento de proyectil.

Analizar Es conveniente seleccionar el comienzo del salto como el origen. Las componentes de velocidad inicial son $v_{xi} = 25.0$ m/s y $v_{yi} = 0$. Del triángulo rectángulo de la figura 4.14, se ve que las coordenadas x y y de la esquiadora en el punto de aterrizaje se conocen mediante $x_f = d \cos 35.0°$ y $y_f = -d \text{ sen } 35.0°$.

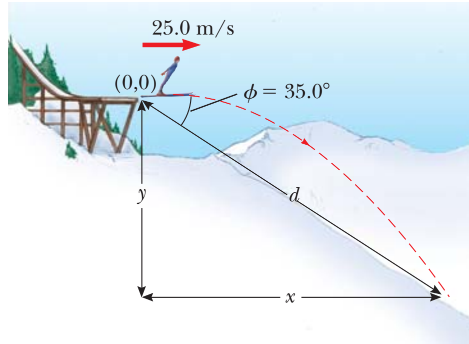


Figura 4.14 (Ejemplo 4.5) Una saltadora deja la rampa con movimiento en dirección horizontal.

Exprese las coordenadas de la saltadora como función del tiempo:

1) $x_f = v_{xi}t = (25.0 \text{ m/s})t$

2) $y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$

Sustituya los valores x_f y y_f en el punto de aterrizaje:

3) $d \cos 35.0° = (25.0 \text{ m/s})t$

4) $-d \text{ sen } 35.0° = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$

Resuelva la ecuación 3) para t y sustituya el resultado en la ecuación 4):

$$-d \text{ sen } 35.0° = -\tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)\left(\frac{d \cos 35.0°}{25.0 \text{ m/s}}\right)^2$$

Resuelva para d:

$$d = 109 \text{ m}$$

Evalúe las coordenadas x y y del punto en el que aterriza la esquiadora:

$$x_f = d \cos 35.0° = (109 \text{ m})\cos 35.0° = \boxed{89.3 \text{ m}}$$

$$y_f = -d \text{ sen } 35.0° = -(109 \text{ m})\text{sen } 35.0° = \boxed{-62.5 \text{ m}}$$

Finalizar Compare estos resultados con las expectativas. Se esperaba que la distancia horizontal estuviera en el orden de 100 m, y el resultado de 89.3 m de hecho está en este orden de magnitud. Puede ser útil calcular el intervalo de tiempo que la esquiadora está en el aire y compararlo con la estimación de aproximadamente 4 s.

¿Y si...? Suponga que todo en este ejemplo es igual, excepto que la rampa se curva de modo que la esquiadora se proyecta hacia arriba en un ángulo desde el extremo de la pista. ¿Este diseño es mejor en términos de maximizar la longitud del salto?

Respuesta Si la velocidad inicial tiene una componente hacia arriba, la esquiadora estará en el aire más tiempo y, debido a esto, deberá viajar más. Sin embargo, inclinar el vector velocidad inicial hacia arriba reducirá la componente horizontal de la velocidad inicial. En consecuencia, angular hacia arriba el extremo de la pista a un ángulo *más prolongado* en realidad puede *reducir* la distancia. Considere el caso extremo: ¡la esquiadora se proyecta a 90° con la horizontal y simplemente va arriba y abajo en el extremo de la pista! Este argumento sugiere que debe haber un ángulo óptimo entre 0° y 90° que represente un equilibrio entre hacer el tiempo de vuelo más largo y la componente de velocidad horizontal más pequeña.

Encuentre matemáticamente este ángulo óptimo. Las ecuaciones de la 1) a la 4) se modifican de la forma siguiente, si supone que la esquiadora se proyecta a un ángulo θ respecto a la horizontal sobre un plano de aterrizaje con pendiente con un ángulo arbitrario ϕ:

1) y 3) $\rightarrow$ $x_f = (v_i \cos \theta)t = d \cos \phi$

2) y 4) $\rightarrow$ $y_f = (v_i \text{ sen } \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = -d \text{ sen } \phi$

Al eliminar el tiempo t entre estas ecuaciones y aplicando derivación para maximizar d en términos de θ, se llega (después de varias etapas; véase el problema 62) a la siguiente ecuación para el ángulo θ que da el valor máximo de d:

$$\theta = 45° - \frac{\phi}{2}$$

Para el ángulo de pendiente en la figura 4.14, $\phi = 35.0°$; esta ecuación resulta en un ángulo de lanzamiento óptimo de $\phi = 27.5°$. Para un ángulo de pendiente de $\phi = 0°$, que representa un plano horizontal, esta ecuación da un ángulo de lanzamiento óptimo de $\theta = 45°$, como se esperaría (véase la figura 4.10).

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 4.4

Aceleración de una partícula en movimiento circular uniforme

Recuerde que en física la aceleración se define como un cambio en la *velocidad*, no un cambio en la *rapidez* (contrario a la interpretación cotidiana). En el movimiento circular, el vector velocidad cambia en dirección, de modo que de hecho hay una aceleración.

4.4 Partícula en movimiento circular uniforme

La figura 4.15a muestra un automóvil que se mueve en una trayectoria circular con *rapidez constante v*. Tal movimiento, llamado **movimiento circular uniforme**, ocurre en muchas situaciones. Puesto que ocurre con tanta frecuencia, este tipo de movimiento se reconoce como un modelo de análisis llamado **partícula en movimiento circular uniforme**. En esta sección se analiza dicho modelo.

Con frecuencia sorprende a los estudiantes encontrar que **aun cuando un objeto se mueva con rapidez constante en una trayectoria circular, todavía tiene una aceleración**. Para ver por qué, considere la ecuación que define la aceleración, $\vec{\mathbf{a}} = d\vec{\mathbf{v}}/dt$ (ecuación 4.5). Note que la aceleración depende del cambio en la *velocidad*. Puesto que la velocidad es una cantidad vectorial, una aceleración puede ocurrir en dos formas, como se mencionó en la sección 4.1: por un cambio en la *magnitud* de la velocidad y por un cambio en la *dirección* de la velocidad. La última situación ocurre para un objeto que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular. El vector velocidad siempre es tangente a la trayectoria del objeto y perpendicular al radio de la trayectoria circular.

Ahora se muestra que el vector aceleración en movimiento circular uniforme siempre es perpendicular a la trayectoria y siempre apunta hacia el centro del círculo. Si eso no fuera cierto, habría una componente de la aceleración paralela a la trayectoria y, debido a eso, paralela al vector velocidad. Tal componente de aceleración conduciría a un cambio en la rapidez de la partícula a lo largo de la trayectoria. Sin embargo, esta situación es inconsistente con la configuración de la situación: la partícula se mueve con rapidez constante a lo largo de la trayectoria. En consecuencia, para movimiento circular *uniforme*, el vector aceleración sólo puede tener una componente perpendicular a la trayectoria, que es hacia el centro del círculo.

Ahora encuentre la magnitud de la aceleración de la partícula. Considere el diagrama de los vectores de posición y velocidad de la figura 4.15b. La figura también muestra el vector que representa el cambio en posición $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ para un intervalo de tiempo arbitrario. La partícula sigue una trayectoria circular de radio r, de la que se muestra una parte mediante la curva discontinua. La partícula está en Ⓐ en el tiempo t_i y su velocidad en dicho tiempo es $\vec{\mathbf{v}}_i$; está en Ⓑ a algún tiempo ulterior t_f y su velocidad en dicho tiempo es $\vec{\mathbf{v}}_f$. Suponga también que $\vec{\mathbf{v}}_i$ y $\vec{\mathbf{v}}_f$ difieren sólo en dirección; sus magnitudes son las mismas (esto es, $v_i = v_f = v$ porque es movimiento circular *uniforme*).

En la figura 4.15c, los vectores velocidad de la figura 4.15b se volvieron a dibujar en un solo origen. El vector $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ conecta las puntas de los vectores, que representa la suma vectorial $\vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \Delta\vec{\mathbf{v}}$. En las figuras 4.15b y 4.15c se identifican los triángulos que ayudan a analizar el movimiento. El ángulo $\Delta\theta$ entre los dos vectores de posición de la figura 4.15b es el mismo que el ángulo entre los vectores velocidad en la figura 4.15c, porque el vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ siempre es perpendicular al vector de posición $\vec{\mathbf{r}}$. Por lo tanto, los dos triángulos son *similares*. (Dos triángulos son similares si el ángulo entre cualquiera de los dos lados es el mismo para ambos triángulos y si la relación de las longitudes de dichos lados es la misma.) Ahora se puede escribir una correspondencia entre las longitudes de los lados para los dos triángulos de las figuras 4.15b y 4.15c:

$$\frac{|\Delta\vec{\mathbf{v}}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{\mathbf{r}}|}{r}$$

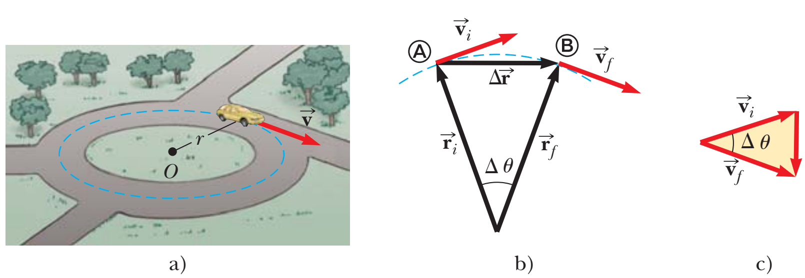


Figura 4.15 a) Un automóvil que se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante experimenta movimiento circular uniforme. b) Conforme una partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ, su vector velocidad cambia de $\vec{\mathbf{v}}_i$ a $\vec{\mathbf{v}}_f$. c) Construcción para determinar la dirección del cambio en velocidad $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, que es hacia el centro del círculo para $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ pequeños.

donde $v = v_i = v_f$ y $r = r_i = r_f$. Esta ecuación se resuelve para $|\Delta\vec{\mathbf{v}}|$ y la expresión obtenida se sustituye en la ecuación 4.4, $\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}} = \Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$, para dar la magnitud de la aceleración promedio sobre el intervalo de tiempo para que la partícula se mueva de Ⓐ a Ⓑ:

$$|\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}}| = \frac{|\Delta\vec{\mathbf{v}}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r}\frac{|\Delta\vec{\mathbf{r}}|}{\Delta t}$$

Ahora considere que los puntos Ⓐ y Ⓑ en la figura 4.15b se hacen extremadamente cercanos entre sí. Conforme Ⓐ y Ⓑ se aproximan uno a otro, Δt tiende a cero, $|\Delta\vec{\mathbf{r}}|$ se aproxima a la distancia recorrida por la partícula a lo largo de la trayectoria circular y la relación $|\Delta\vec{\mathbf{r}}|/\Delta t$ se aproxima a la rapidez v. Además, la aceleración promedio se convierte en la aceleración instantánea en el punto Ⓐ. Por tanto, en el límite $\Delta t \rightarrow 0$, la magnitud de la aceleración es

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}} \qquad \textbf{(4.14)}$$

◀ Aceleración centrípeta

Una aceleración de esta naturaleza se llama **aceleración centrípeta** (*centrípeta* significa *hacia el centro*). El subíndice en el símbolo de aceleración recuerda que la aceleración es centrípeta.

En muchas situaciones es conveniente describir el movimiento de una partícula que se mueve con rapidez constante en un círculo de radio r en términos del **periodo** T, que se define como el intervalo de tiempo requerido para una revolución completa de la partícula. En el intervalo de tiempo T, la partícula se mueve una distancia de $2\pi r$, que es igual a la circunferencia de la trayectoria circular de la partícula. En consecuencia, puesto que su rapidez es igual a la circunferencia de la trayectoria circular dividida entre el periodo, o $v = 2\pi r/T$, se sigue que

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}} \qquad \textbf{(4.15)}$$

◀ Periodo de movimiento circular

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 4.5

La aceleración centrípeta no es constante

Al deducir la magnitud del vector aceleración centrípeta se encontró que es constante para el movimiento circular uniforme, pero *el vector aceleración centrípeta no es constante*. Siempre apunta hacia el centro del círculo, pero continuamente cambia de dirección conforme el objeto se mueve alrededor de la trayectoria circular.

Pregunta rápida 4.4 Una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio r con rapidez v. Luego aumenta su rapidez a $2v$ mientras viaja a lo largo de la misma trayectoria circular. **i)** ¿En qué factor cambió la aceleración centrípeta de la partícula (elija una)? a) 0.25, b) 0.5, c) 2, d) 4, e) imposible de determinar. **ii)** De las mismas opciones, ¿en qué factor cambió el periodo de la partícula?

EJEMPLO 4.6 Aceleración centrípeta de la Tierra

¿Cuál es la aceleración centrípeta de la Tierra a medida que se mueve en su órbita alrededor del Sol?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en una imagen mental de la Tierra en una órbita circular alrededor del Sol. La Tierra se representará como una partícula y su órbita se aproximará como circular (en realidad es ligeramente elíptica, como se explicará en el capítulo 13).

Categorizar El paso de formar ideas permite clasificar este problema como el de una partícula en movimiento circular uniforme.

Analizar No se conoce la rapidez orbital de la Tierra para sustituirla en la ecuación 4.14. Sin embargo, con ayuda de la ecuación 4.15, se da nueva forma a la ecuación 4.14 en términos del periodo de la órbita de la Tierra, que se sabe es un año, y el radio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, que es 1.496×10^{11} m.

Combine las ecuaciones 4.14 y 4.15:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\dfrac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Sustituya valores numéricos:

$$a_c = \frac{4\pi^2(1.496 \times 10^{11}\text{ m})}{(1\text{ año})^2}\left(\frac{1\text{ año}}{3.156 \times 10^7\text{ s}}\right)^2 = \boxed{5.93 \times 10^{-3}\text{ m/s}^2}$$

Finalizar Esta aceleración es mucho más pequeña que la aceleración en caída libre sobre la superficie de la Tierra. Una cosa importante aprendida aquí es la técnica para sustituir la rapidez v en la ecuación 4.14 en términos del periodo T del movimiento.

4.5 Aceleraciones tangencial y radial

Considere el movimiento de una partícula a lo largo de una trayectoria curva uniforme, donde la velocidad cambia tanto en dirección como en magnitud, como se describe en la figura 4.16. En esta situación, el vector velocidad siempre es tangente a la trayectoria; sin embargo, el vector aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ está a cierto ángulo con la trayectoria. En cada uno de los tres puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ en la figura 4.16, se dibujaron círculos discontinuos que representan la curvatura de la trayectoria real en cada punto. El radio de los círculos es igual al radio de curvatura de la trayectoria en cada punto.

Conforme la partícula se mueve a lo largo de la trayectoria curva en la figura 4.16, la dirección del vector aceleración total $\vec{\mathbf{a}}$ cambia de punto a punto. En cualquier instante, este vector se puede descomponer en dos componentes respecto a un origen en el centro del círculo discontinuo correspondiente a dicho instante: una componente radial a_r a lo largo del radio del círculo y una componente tangencial a_t perpendicular a este radio. El vector aceleración *total* $\vec{\mathbf{a}}$ se puede escribir como la suma vectorial de las componentes de los vectores:

Aceleración total ▶

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_r + \vec{\mathbf{a}}_t \tag{4.16}$$

La componente de aceleración tangencial causa un cambio en la rapidez v de la partícula. Esta componente es paralela a la velocidad instantánea y su magnitud se conoce por

Aceleración tangencial ▶

$$a_t = \left|\frac{dv}{dt}\right| \tag{4.17}$$

La componente de aceleración radial surge de un cambio en dirección del vector velocidad y se proporciona por

Aceleración radial ▶

$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r} \tag{4.18}$$

donde r es el radio de curvatura de la trayectoria en el punto en cuestión. La componente radial de la aceleración se reconoce como la aceleración centrípeta discutida en la sección 4.4. El signo negativo en la ecuación 4.18 indica que la dirección de la aceleración centrípeta es hacia el centro del círculo que representa el radio de curvatura. La dirección es opuesta a la del vector unitario radial $\hat{\mathbf{r}}$, que siempre apunta alejándose del origen en el centro del círculo.

Puesto que $\vec{\mathbf{a}}_r$ y $\vec{\mathbf{a}}_t$ son vectores componentes perpendiculares de $\vec{\mathbf{a}}$, se sigue que la magnitud de $\vec{\mathbf{a}}$ es $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$. En una rapidez conocida, a_r es grande cuando el radio de curvatura es pequeño (como en los puntos Ⓐ y Ⓑ de la figura 4.16) y pequeña cuando r es grande (en el punto Ⓒ). La dirección de $\vec{\mathbf{a}}$ es en la misma dirección que $\vec{\mathbf{v}}$ (si v aumenta) u opuesta a $\vec{\mathbf{v}}$ (si v disminuye).

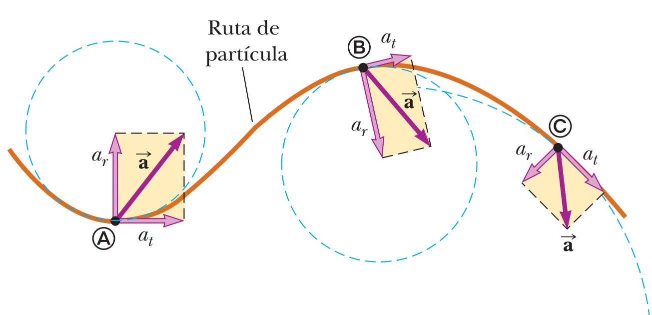


Figura 4.16 El movimiento de una partícula a lo largo de una trayectoria curva arbitraria que se encuentra en el plano xy. Si el vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ (siempre tangente a la trayectoria) cambia en dirección y magnitud, las componentes de la aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ son una componente tangencial a_t y otra componente radial a_r.

En el movimiento circular uniforme, v es constante, $a_t = 0$ y la aceleración siempre es completamente radial, como se describe en la sección 4.4. En otras palabras, el movimiento circular uniforme es un caso especial de movimiento a lo largo de una trayectoria curva general. Además, si la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ no cambia, no existe aceleración radial y el movimiento es en una dimensión (en este caso, $a_r = 0$, pero a_t puede no ser cero.)

Pregunta rápida 4.5 Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria y su rapidez aumenta con el tiempo. **i)** ¿En cuál de los siguientes casos sus vectores aceleración y velocidad son paralelos? a) cuando la trayectoria es circular, b) cuando la trayectoria es recta, c) cuando la trayectoria es una parábola, d) nunca. **ii)** De las mismas opciones, ¿en cuál caso sus vectores aceleración y velocidad son perpendiculares en cualquier parte de la trayectoria?

EJEMPLO 4.7 En la cumbre

Un automóvil muestra una aceleración constante de 0.300 m/s^2 paralela a la autopista. El automóvil pasa sobre una elevación en el camino tal que lo alto de la elevación tiene forma de círculo con 500 m de radio. En el momento en que el automóvil está en lo alto de la elevación, su vector velocidad es horizontal y tiene un magnitud de 6.00 m/s. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del vector aceleración total para el automóvil en este instante?

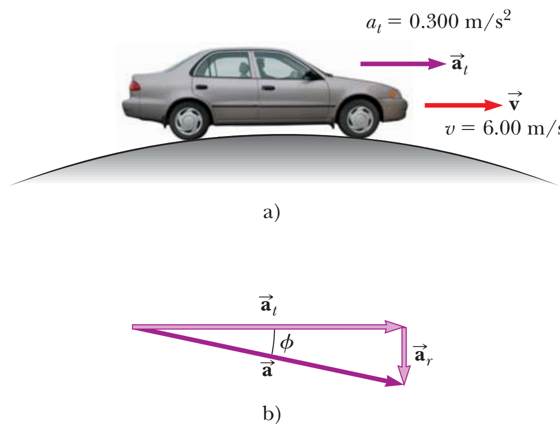


Figura 4.17 (Ejemplo 4.7) a) Un automóvil pasa sobre una elevación que tiene forma de círculo. b) El vector aceleración total $\vec{\mathbf{a}}$ es la suma de los vectores aceleración tangencial y radial $\vec{\mathbf{a}}_t$ y $\vec{\mathbf{a}}_r$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Forme ideas de la situación con la figura 4.17a y cualquier experiencia que haya tenido al conducir sobre elevaciones en el camino.

Categorizar Puesto que el automóvil que acelera se mueve a lo largo de una trayectoria curva, este problema se clasifica como uno que involucra una partícula que experimenta aceleraciones tangencial y radial. Se reconoce que es un problema de sustitución relativamente simple.

La aceleración radial está dada por la ecuación 4.18, con $v = 6.00$ m/s y $r = 500$ m. El vector aceleración radial se dirige recto hacia abajo y el vector aceleración tangencial tiene magnitud de 0.300 m/s^2 y es horizontal.

Evalúe la aceleración radial:

$$a_r = -\frac{v^2}{r} = -\frac{(6.00\text{ m/s})^2}{500\text{ m}} = -0.072\,0\text{ m/s}^2$$

Encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{a}}$:

$$\sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(-0.072\,0\text{ m/s}^2)^2 + (0.300\text{ m/s}^2)^2}$$
$$= 0.309\text{ m/s}^2$$

Encuentre el ángulo ϕ (véase la figura 4.17b) entre $\vec{\mathbf{a}}$ y la horizontal:

$$\phi = \tan^{-1}\frac{a_r}{a_t} = \tan^{-1}\left(\frac{-0.072\,0\text{ m/s}^2}{0.300\text{ m/s}^2}\right) = -13.5°$$

4.6 Velocidad y aceleración relativas

En esta sección se describe cómo se relacionan las observaciones realizadas por diferentes observadores en distintos marcos de referencia. Un marco de referencia se describe mediante un sistema coordenado cartesiano para el cual un observador está en reposo en relación con el origen.

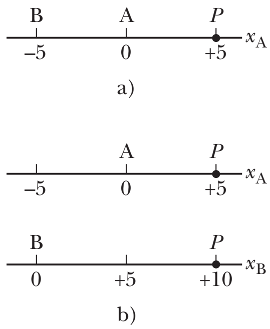


Figura 4.18 Diferentes observadores realizan distintas mediciones. a) El observador A se ubica en el origen y el observador B está en una posición de -5. Ambos observadores miden la posición de una partícula en *P*. b) Si ambos observadores se ven ellos mismos en el origen de su propio sistema coordenado, no estarán de acuerdo con el valor de la posición de la partícula en *P*.

Establezca conceptos de una situación modelo en la que habrá distintas observaciones para diferentes observadores. Considere a los dos observadores A y B a lo largo de la recta numérica de la figura 4.18a. El observador A se ubica en el origen de un eje x_A unidimensional, mientras que el observador B está en la posición $x_A = -5$. La variable de posición se indica como x_A porque el observador A está en el origen de este eje. Ambos observadores miden la posición del punto *P*, que se ubica en $x_A = +5$. Suponga que el observador B decide que él se ubica en el origen de un eje x_B como en la figura 4.18b. Advierta que los dos observadores discrepan acerca del valor de la posición del punto *P*. El observador A afirma que el punto *P* se ubica en una posición con un valor de $+5$, mientras que el observador B afirma que se ubica en una posición con un valor de $+10$. Ambos observadores están en lo correcto, aun cuando hagan diferentes mediciones. Sus observaciones difieren porque realizan las mediciones desde diferentes marcos de referencia.

Imagine ahora que el observador B en la figura 4.18b se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x_B. Ahora las dos mediciones son incluso más diferentes. El observador A afirma que el punto *P* permanece en reposo en una posición con un valor de $+5$, mientras que el observador B afirma que la posición de *P* cambia continuamente con el tiempo, ¡que incluso lo pasa a él y se mueve más allá de donde él está! De nuevo, ambos observadores están en lo correcto, y la diferencia en sus observaciones surge de sus diferentes marcos de referencia.

Este fenómeno se explora aún más al considerar dos observadoras que miran a un hombre caminar sobre una banda transportadora en un aeropuerto en la figura 4.19. La mujer que está de pie en la banda transportadora ve que el hombre anda con una rapidez normal. La mujer que observa desde una posición fija ve al hombre moverse con una rapidez mayor, porque la rapidez de la banda transportadora se combina con su rapidez al andar. Ambas observadoras miran al mismo hombre y llegan a diferentes valores para su rapidez. Ambas están en lo correcto; la diferencia en sus observaciones resulta de la velocidad relativa de sus marcos de referencia.

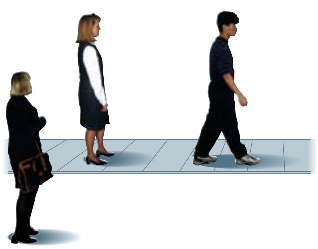


Figura 4.19 Dos observadoras miden la rapidez de un hombre que camina sobre una banda transportadora. La mujer que está de pie sobre la banda ve al hombre moverse con una rapidez más lenta que la mujer que lo observa desde una posición fija.

En una situación más general, considere una partícula ubicada en el punto *P* de la figura 4.20. Imagine que el movimiento de esta partícula lo describen dos observadores, A en un marco de referencia S_A fijo en relación con la Tierra y un segundo B en un marco de referencia S_B que se mueve hacia la derecha en relación con S_A (y debido a eso en relación con la Tierra) con una velocidad constante $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$. En esta discusión de velocidad relativa, se usa una notación de doble subíndice: el primer subíndice representa lo que se observa y el segundo representa quién realiza la observación. En consecuencia, la notación $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ significa la velocidad del observador B (y el marco unido S_B) medido por el observador A. Con esta notación, el observador B mide a A como si estuviera en movimiento hacia la izquierda con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{AB} = -\vec{\mathbf{v}}_{BA}$. Para propósitos de esta discusión, coloque a cada observador en su respectivo origen.

El tiempo $t = 0$ se define como el instante en que los orígenes de los dos marcos de referencia coinciden en el espacio. Por lo tanto, en el tiempo t, los orígenes de los marcos de referencia estarán separados una distancia $v_{BA}t$. La posición *P* de la partícula en relación con el observador A se marca con el vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_{PA}$ y en relación con el observador B con el vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_{PB}$, ambos en el tiempo t. A partir de la figura 4.20 se ve que los vectores $\vec{\mathbf{r}}_{PA}$ y $\vec{\mathbf{r}}_{PB}$ se relacionan mutuamente a partir de la expresión

$$\vec{\mathbf{r}}_{PA} = \vec{\mathbf{r}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA}t \qquad \textbf{(4.19)}$$

Al derivar la ecuación 4.19 respecto del tiempo, y notar que $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ es constante, se obtiene

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{PB}}{dt} + \vec{\mathbf{v}}_{BA}$$

Transformación de velocidad galileana ►

$$\vec{\mathbf{u}}_{PA} = \vec{\mathbf{u}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA} \qquad \textbf{(4.20)}$$

donde $\vec{\mathbf{u}}_{PA}$ es la velocidad de la partícula en *P* medida por el observador A y $\vec{\mathbf{u}}_{PB}$ es su velocidad medida por B. (El símbolo $\vec{\mathbf{u}}$ se usa para velocidad de partícula en lugar de $\vec{\mathbf{v}}$, que se usa para velocidad relativa de dos marcos de referencia.) Las ecuaciones 4.19 y 4.20 se conocen como **ecuaciones de transformación galileanas**. Relacionan la posición y velocidad de una partícula según las miden los observadores en movimiento relativo. Advierta el patrón de los subíndices en la ecuación 4.20. Cuando se suman velocidades relativas, los subíndices internos (B) son lo mismos y los exteriores (*P*, A) igualan los subíndices de la velocidad en el lado izquierdo de la ecuación.

Aunque los observadores en dos marcos miden diferentes velocidades para la partícula, miden la *misma aceleración* cuando $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BA}}$ es constante. Se puede verificar que, al tomar la derivada en el tiempo de la ecuación 4.20,

$$\frac{d\vec{\mathbf{u}}_{P\mathrm{A}}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{u}}_{P\mathrm{B}}}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BA}}}{dt}$$

Puesto que $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BA}}$ es constante, $d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BA}}/dt = 0$. Por tanto, se concluye que $\vec{\mathbf{a}}_{P\mathrm{A}} = \vec{\mathbf{a}}_{P\mathrm{B}}$ porque $\vec{\mathbf{a}}_{P\mathrm{A}} = d\vec{\mathbf{u}}_{P\mathrm{A}}/dt$ y $\vec{\mathbf{a}}_{P\mathrm{B}} = d\vec{\mathbf{u}}_{P\mathrm{B}}/dt$. Esto es, **la aceleración de la partícula medida por un observador en un marco de referencia es la misma que la medida por cualquier otro observador que se mueva con velocidad constante en relación con el primer marco.**

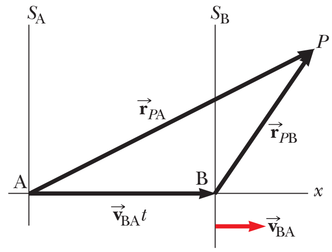


Figura 4.20 Una partícula ubicada en *P* es descrita por dos observadores, uno en el marco de referencia fija S_{A} y el otro en el marco S_{B}, que se mueve hacia la derecha con una velocidad constante $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BA}}$. El vector $\vec{\mathbf{r}}_{P\mathrm{A}}$ es el vector de posición de la partícula en relación con S_{A} y $\vec{\mathbf{r}}_{P\mathrm{B}}$ es su vector de posición en relación con S_{B}.

EJEMPLO 4.8 Un bote que cruza un río

Un bote que cruza un río ancho se mueve con una rapidez de 10.0 km/h en relación con el agua. El agua en el río tiene una rapidez uniforme de 5.00 km/h hacia el este en relación con la Tierra.

A) Si el bote se dirige hacia el norte, determine la velocidad del bote en relación con un observador que está de pie en cualquier orilla.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que se mueve a través de un río mientras lo empuja la corriente. No será capaz de moverse directamente a través del río, sino que terminará corriente abajo, como muestra la figura 4.21a.

Categorizar Debido a las velocidades independientes de usted y el río, es posible clasificar este problema como uno que involucra velocidades relativas.

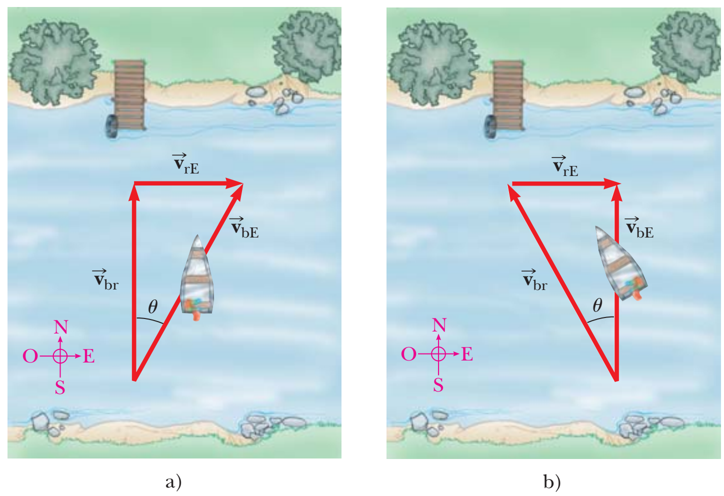


Figura 4.21 (Ejemplo 4.8) a) Un bote se dirige directamente a través de un río y termina corriente abajo. b) Para moverse directamente a través del río, el bote debe dirigirse corriente arriba.

Analizar Se conoce $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{br}}$, la velocidad del *bote* en relación con el *río*, y $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{rE}}$ la velocidad del *río* en relación con la *Tierra*. Lo que se debe encontrar es $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{bE}}$, la velocidad del *bote* respecto de la *Tierra*. La relación entre estas tres cantidades es $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{bE}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{br}} + \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{rE}}$. Los términos en la ecuación se deben manipular como cantidades vectoriales; los vectores se muestran en la figura 4.21. La cantidad $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{br}}$ es hacia el norte; $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{rE}}$ es hacia el este; y la suma vectorial de los dos, $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{bE}}$, está a un ángulo θ como se define en la figura 4.21a.

Encuentre la rapidez v_{bE} del bote en relación con la Tierra mediante el teorema de Pitágoras:

$$v_{\mathrm{bE}} = \sqrt{v_{\mathrm{br}}^2 + v_{\mathrm{rE}}^2} = \sqrt{(10.0 \text{ km/h})^2 + (5.00 \text{ km/h})^2}$$
$$= \boxed{11.2 \text{ km/h}}$$

Encuentre la dirección de $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{bE}}$:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{\mathrm{rE}}}{v_{\mathrm{br}}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{10.0}\right) = \boxed{26.6°}$$

Finalizar El bote se mueve con una rapidez de 11.2 km/h en la dirección 26.6° noreste en relación con la Tierra. Note que la rapidez de 11.2 km/h es más rápida que la rapidez del bote de 10.0 km/h. La velocidad de la corriente se suma a la suya para darle una mayor rapidez. Observe en la figura 4.21a que su velocidad resultante está a un ángulo con la dirección recta a través del río, así que terminará corriente abajo, como se predijo.

B) Si el bote viaja con la misma rapidez de 10.0 km/h en relación con el río y debe viajar al norte, como se muestra en la figura 4.21b, ¿hacia dónde se debe dirigir?

SOLUCIÓN

Conceptualizar/categorizar Esta pregunta es una extensión del inciso A), así que ya se tienen ideas y ya se clasificó el problema. Una característica nueva de la formación de conceptos es que ahora el bote se debe dirigir corriente arriba para ir recto a través del río.

Analizar Ahora el análisis involucra el nuevo triángulo que se muestra en la figura 4.21b. Como en el inciso A), se conoce $\vec{\mathbf{v}}_{rE}$ y la magnitud del vector $\vec{\mathbf{v}}_{br}$ y se quiere que $\vec{\mathbf{v}}_{bE}$ se dirija a través del río. Note la diferencia entre el triángulo de la figura 4.21a y el de la figura 4.21b: la hipotenusa de la figura 4.21b ya no es $\vec{\mathbf{v}}_{bE}$.

Aplique el teorema de Pitágoras para hallar $\vec{\mathbf{v}}_{bE}$:

$$v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 - v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0 \text{ km/h})^2 - (5.00 \text{ km/h})^2} = 8.66 \text{ km/h}$$

Encuentre la dirección en la que se dirige el bote:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{bE}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{8.66}\right) = \boxed{30.0°}$$

Finalizar El bote se debe dirigir corriente arriba de modo que viaje directamente hacia el norte a través del río. Para la situación que se conoce, el bote debe dirigirse 30.0° al noroeste. Para corrientes más rápidas, el bote se debe dirigir corriente arriba en ángulos mayores.

¿Y si...? Considere que los dos botes de los incisos A) y B) compiten al cruzar el río. ¿Cuál bote llega primero a la orilla opuesta?

Respuesta En el inciso A), la velocidad de 10 km/h se dirige directamente a través del río. En el inciso B), la velocidad que se dirige a través del río tiene una magnitud de sólo 8.66 km/h. Por lo tanto, el bote del inciso A) tiene una componente de velocidad mayor directamente a través del río y llega primero.

Resumen

DEFINICIONES

El **vector desplazamiento** $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ para una partícula es la diferencia entre su vector de posición final y su vector de posición inicial:

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} \equiv \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i \quad \textbf{(4.1)}$$

La **velocidad promedio** de una partícula durante el intervalo de tiempo Δt se define como el desplazamiento de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo:

$$\vec{\mathbf{v}}_{prom} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \quad \textbf{(4.2)}$$

La **velocidad instantánea** de una partícula se define como el límite de la velocidad promedio conforme Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \quad \textbf{(4.3)}$$

La **aceleración promedio** de una partícula se define como el cambio en su vector velocidad instantánea dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho cambio:

$$\vec{\mathbf{a}}_{prom} \equiv \frac{\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \quad \textbf{(4.4)}$$

La **aceleración instantánea** de una partícula se define como el valor límite de la aceleración promedio conforme Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \quad \textbf{(4.5)}$$

El **movimiento de proyectil** es una clase de movimiento en dos dimensiones bajo aceleración constante, donde $a_x = 0$ y $a_y = -g$.

Una partícula que se mueve en un círculo de radio r con rapidez constante v es un **movimiento circular uniforme**. Para tal partícula, el **periodo** de su movimiento es

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \textbf{(4.15)}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Si una partícula se mueve con aceleración *constante* $\vec{\mathbf{a}}$ y tiene velocidad $\vec{\mathbf{v}}_i$ y posición $\vec{\mathbf{r}}_i$ en $t = 0$, sus vectores velocidad y de posición en algún tiempo posterior t son

$$\vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}t \qquad \textbf{(4.8)}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2 \qquad \textbf{(4.9)}$$

Para movimiento en dos dimensiones en el plano xy bajo aceleración constante, cada una de estas expresiones vectoriales es equivalente a dos expresiones componentes: una para el movimiento en la dirección x y otra para el movimiento en la dirección y.

Es útil pensar en el movimiento de proyectil en términos de una combinación de dos modelos de análisis: 1) la partícula bajo modelo de velocidad constante en la dirección x y 2) el modelo de partícula bajo aceleración constante en la dirección vertical con una aceleración descendente de magnitud $g = 9.80\ \text{m/s}^2$.

Una partícula en movimiento circular uniforme experimenta una aceleración radial $\vec{\mathbf{a}}$ puesto que la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ cambia en el tiempo. Esta aceleración se llama **aceleración centrípeta** y su dirección siempre es hacia el centro del círculo.

Si una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria curva en tal forma que tanto la magnitud como la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ cambian en el tiempo, la partícula tiene un vector aceleración que se puede describir mediante dos vectores componentes: 1) una componente del vector radial $\vec{\mathbf{a}}_r$ que causa el cambio en dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ y 2) una componente del vector tangencial $\vec{\mathbf{a}}_t$ que causa el cambio en la magnitud de $\vec{\mathbf{v}}$. La magnitud de $\vec{\mathbf{a}}_r$ es v^2/r y la magnitud de $\vec{\mathbf{a}}_t$ es $|dv/dt|$.

La velocidad $\vec{\mathbf{u}}_{PA}$ de una partícula medida en un marco de referencia fijo S_A se puede relacionar con la velocidad $\vec{\mathbf{u}}_{PB}$ de la misma partícula medida en un marco de referencia móvil S_B mediante

$$\vec{\mathbf{u}}_{PA} = \vec{\mathbf{u}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA} \qquad \textbf{(4.20)}$$

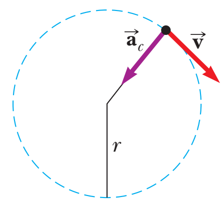
donde $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ es la velocidad de S_B en relación con S_A.

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Partícula en movimiento circular uniforme. Si una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio r con una rapidez constante v, la magnitud de su aceleración centrípeta está dada por

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \textbf{(4.14)}$$

y el periodo del movimiento de la partícula está dado por la ecuación 4.15.



Preguntas

O denota pregunta objetiva.

1. **O** La figura P4.1 muestra una imagen desde el aire de un automóvil que entra a la curva de una autopista. Conforme el automóvil se mueve del punto 1 al punto 2, su rapidez se duplica. ¿Cuál vector, del a) al g), muestra la dirección de la aceleración promedio del automóvil entre estos dos puntos?
2. Si usted conoce los vectores de posición de una partícula en dos puntos, a lo largo de su trayectoria, y también conoce el intervalo de tiempo durante el que se mueve de un punto al otro, ¿puede determinar la velocidad instantánea de la partícula? ¿Su velocidad promedio? Explique.
3. Construya diagramas de movimiento que muestren la velocidad y la aceleración de un proyectil en varios puntos a lo largo de su trayectoria, si supone que a) el proyectil se lanza horizontalmente y b) el proyectil se lanza en un ángulo θ con la horizontal.

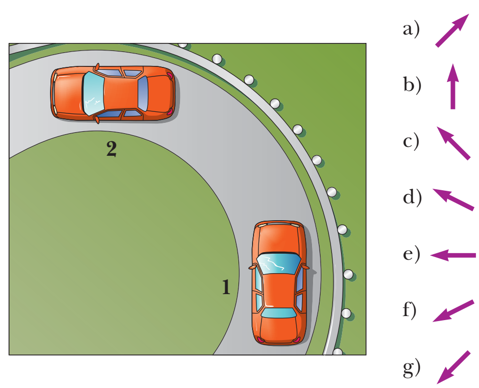


Figura P4.1

4. O Al entrar a su dormitorio, un estudiante lanza su mochila hacia arriba a la derecha con un ángulo de 45° con la horizontal. La resistencia del aire no afecta la mochila. Se mueve del punto Ⓐ inmediatamente después de dejar su mano, al punto Ⓑ en lo alto de su vuelo y al punto Ⓒ inmediatamente antes de aterrizar en su cama. **i)** Ordene las siguientes componentes de velocidad horizontal y vertical del más grande al más pequeño. Note que cero es más grande que un número negativo. Si dos cantidades son iguales, muéstrelas como iguales en su lista. Si cualquier cantidad es igual que cero, muestre ese hecho en su lista. a) $v_{Ⓐx}$, b) $v_{Ⓐy}$, c) $v_{Ⓑx}$, d) $v_{Ⓑy}$, e) $v_{Ⓒx}$, f) $v_{Ⓒy}$. **ii)** De igual modo, ordene las siguientes componentes de aceleración. a) $a_{Ⓐx}$, b) $a_{Ⓐy}$, c) $a_{Ⓑx}$, d) $a_{Ⓑy}$, e) $a_{Ⓒx}$, f) $a_{Ⓒy}$.

5. Una nave espacial se desplaza en el espacio con una velocidad constante. De súbito, una fuga de gas lateral de la nave le da una aceleración constante en una dirección perpendicular a la velocidad inicial. La orientación de la nave no cambia, así que la aceleración permanece perpendicular a la dirección original de la velocidad. ¿Cuál es la forma de la trayectoria seguida por la nave en esta situación?

6. O ¿En cuál de las siguientes situaciones el objeto en movimiento se representa como un proyectil? Elija todas las respuestas correctas. a) Un zapato se lanza en una dirección arbitraria. b) Un avión jet que cruza el cielo con sus motores impulsando al avión hacia adelante. c) Un cohete que deja la plataforma de lanzamiento. d) Un cohete que se mueve a través del cielo, a mucho menos que la rapidez del sonido, después de que su combustible se agotó. e) Un buzo que lanza una piedra bajo el agua.

7. Un proyectil es lanzado a cierto ángulo de la horizontal con una rapidez inicial v_i y resistencia del aire despreciable. ¿El proyectil es un cuerpo en caída libre? ¿Cuál es su aceleración en la dirección vertical? ¿Cuál es su aceleración en la dirección horizontal?

8. O Establezca cuáles de las siguientes cantidades, si alguna, permanece constante conforme un proyectil se mueve a través de su trayectoria parabólica: a) rapidez, b) aceleración, c) componente horizontal de velocidad, d) componente vertical de velocidad.

9. O Un proyectil se lanza sobre la Tierra con cierta velocidad inicial y se mueve sin resistencia del aire. Otro proyectil se lanza con la misma velocidad inicial en la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es 1/6. **i)** ¿Cuál es el alcance del proyectil en la Luna en relación con el del proyectil en la Tierra? a) 1/6, b) el mismo, c) $\sqrt{6}$ veces, d) 6 veces, e) 36 veces. **ii)** ¿Cómo se compara la altitud máxima del proyectil en la Luna con la del proyectil en la Tierra? Elija entre las mismas posibilidades, de la a) a la e).

10. Explique si las siguientes partículas tienen o no una aceleración: a) una partícula que se mueve en línea recta con rapidez constante y b) una partícula que se mueve alrededor de una curva con rapidez constante.

11. Describa cómo un conductor puede dirigir un automóvil que viaja con rapidez constante de modo que a) la aceleración sea cero o b) la magnitud de la aceleración permanezca constante.

12. O Un tapón de goma en el extremo de una cuerda se balancea de manera estable en un círculo horizontal. En un intento, se mueve con rapidez v en un círculo de radio r. En una segundo intento, se mueve con una mayor rapidez $3v$ en un círculo de radio $3r$. **i)** En este segundo intento, su aceleración es (elija una) a) la misma que en el primer intento, b) tres veces mayor, c) un tercio, d) nueve veces mayor, e) un sexto. **ii)** En el segundo intento, ¿cómo se compara el periodo con el del primer intento? Elija sus respuestas de las mismas posibilidades de la a) a la e).

13. Una patinadora sobre hielo ejecuta una figura ocho, que consiste en dos trayectorias circulares iguales y tangentes. A lo largo de la primera trayectoria aumenta su rapidez uniformemente, y durante la segunda se mueve con una rapidez constante. Dibuje un diagrama de movimiento que muestre sus vectores velocidad y aceleración en varios puntos a lo largo de la trayectoria de movimiento.

14. O Un camión ligero entra a una curva que tiene un radio de 150 m con una rapidez máxima de 32.0 m/s. Para tener la misma aceleración, ¿a qué rapidez máxima puede ir alrededor de una curva que tiene un radio de 75.0 m? a) 64 m/s, b) 45 m/s, c) 32 m/s, d) 23 m/s, e) 16 m/s, f) 8 m/s.

15. O Galileo sugirió la idea para esta pregunta: un marinero suelta una llave desde lo alto de un mástil vertical del bote mientras éste tiene un movimiento rápido y estable en línea recta hacia adelante. ¿Dónde golpea la llave en la cubierta? a) adelante de la base del mástil, b) en la base del mástil, c) detrás de la base del mástil, d) en el lado desde donde sopla el viento de la base del mástil.

16. O Una niña, que se mueve a 8 m/s sobre patines de ruedas, rebasa a un niño que se mueve a 5 m/s conforme ambos patinan en línea recta. El niño lanza una bola hacia atrás, hacia la niña, y le da una rapidez de 12 m/s en relación con él. ¿Cuál es la rapidez de la bola en relación con la niña quien la atrapa? a) $(8 + 5 + 12)$ m/s, b) $(8 - 5 - 12)$ m/s, c) $(8 + 5 - 12)$ m/s, d) $(8 - 5 + 12)$ m/s, e) $(-8 + 5 + 12)$ m/s.

Problemas

Sección 4.1 Vectores de posición, velocidad y aceleración

1. Un motociclista se dirige al sur a 20.0 m/s durante 3.00 min, luego da vuelta al oeste y viaja a 25.0 m/s durante 2.00 min y finalmente viaja al noroeste a 30.0 m/s durante 1.00 min. Para este viaje de 6.00 min, encuentre a) el desplazamiento vectorial total, b) la rapidez promedio y c) la velocidad promedio. Sea el eje x positivo que apunta al este.

2. Una bola de golf es golpeada desde un tee en el borde de un risco. Sus coordenadas x y y como funciones del tiempo se conocen por las expresiones siguientes:

$$x = (18.0 \text{ m/s})t$$

$$y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

a) Escriba una expresión vectorial para la posición de la bola como función del tiempo, con los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$. Al tomar derivadas, obtenga expresiones para b) el vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ como función del tiempo y c) el vector aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ como función del tiempo. A continuación use la notación de vector unitario para escribir expresiones para d) la posición, e) la velocidad y f) la aceleración de la bola de golf, todos en $t = 3.00$ s.

3. Cuando el Sol está directamente arriba, un halcón se clava hacia el suelo con una velocidad constante de 5.00 m/s a 60.0° bajo la horizontal. Calcule la rapidez de su sombra a nivel del suelo.

4. ● Las coordenadas de un objeto que se mueve en el plano xy varían con el tiempo de acuerdo con $x = -(5.00 \text{ m}) \operatorname{sen}(\omega t)$ y $y = (4.00 \text{ m}) - (5.00 \text{ m})\cos(\omega t)$, donde ω es una constante y t está en segundos. a) Determine las componentes de velocidad y las componentes de aceleración del objeto en $t = 0$. b) Escriba expresiones para el vector de posición, el vector velocidad y el vector aceleración del objeto en cualquier tiempo $t > 0$. c) Describa la trayectoria del objeto en una gráfica xy.

Sección 4.2 Movimiento en dos dimensiones con aceleración constante

5. Un pez que nada en un plano horizontal tiene velocidad $\vec{\mathbf{v}}_i = (4.00\hat{\mathbf{i}} + 1.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s en un punto en el océano donde la posición relativa a cierta roca es $\vec{\mathbf{r}}_i = (10.0\hat{\mathbf{i}} - 4.00\hat{\mathbf{j}})$ m. Después de que el pez nada con aceleración constante durante 20.0 s, su velocidad es $\vec{\mathbf{v}}_i = (20.0\hat{\mathbf{i}} - 5.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s. a) ¿Cuáles son las componentes de la aceleración? b) ¿Cuál es la dirección de la aceleración respecto del vector unitario $\hat{\mathbf{i}}$? c) Si el pez mantiene aceleración constante, ¿dónde está en $t = 25.0$ s y en qué dirección se mueve?

6. El vector de posición de una partícula varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $\vec{\mathbf{r}} = (3.00\hat{\mathbf{i}} - 6.00t^2\hat{\mathbf{j}})$ m. a) Encuentre expresiones para la velocidad y aceleración de la partícula como funciones del tiempo. b) Determine la posición y velocidad de la partícula en $t = 1.00$ s.

7. *¿Y si la aceleración no es constante?* Una partícula parte del origen con velocidad $5\hat{\mathbf{i}}$ m/s en $t = 0$ y se mueve en el plano xy con una aceleración variable conocida por $\vec{\mathbf{a}} = (6\sqrt{t}\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2, donde t está en s. a) Determine el vector velocidad de la partícula como función del tiempo. b) Determine la posición de la partícula como función del tiempo.

8. Una partícula que inicialmente se ubica en el origen tiene una aceleración de $\vec{\mathbf{a}} = 3.00\hat{\mathbf{j}}$ m/s^2 y una velocidad inicial de $\vec{\mathbf{v}}_i = 5.00\hat{\mathbf{i}}$ m/s. Encuentre a) el vector de posición y de velocidad de la partícula en cualquier tiempo t y b) las coordenadas y rapidez de la partícula en $t = 2.00$ s.

Sección 4.3 Movimiento de proyectil

Nota: Ignore la resistencia del aire en todos los problemas. Considere $g = 9.80$ m/s^2 en la superficie de la Tierra.

9. En un bar local, un cliente desliza sobre la barra un tarro de cerveza vacío para que lo vuelvan a llenar. El cantinero está momentáneamente distraído y no ve el tarro, que se desliza de la barra y golpea el suelo a 1.40 m de la base de la barra. Si la altura de la barra es de 0.860 m, a) ¿con qué velocidad el tarro dejó la barra? b) ¿Cuál fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de golpear el suelo?

10. En un bar local, un cliente desliza sobre la barra un tarro de cerveza vacío para que lo vuelvan a llenar. El cantinero acaba de decidir ir a casa y repensar su vida, de modo que no ve el tarro. El tarro se desliza de la barra y golpea el suelo a una distancia d de la base de la barra. La altura de la barra es h. a) ¿Con qué velocidad el tarro dejó la barra? b) ¿Cuál fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de golpear el suelo?

11. Para iniciar una avalancha en una pendiente de la montaña, un obús de artillería es disparado con una velocidad inicial de 300 m/s a 55.0° sobre la horizontal. Explota en la ladera 42.0 s después de ser disparado. ¿Cuáles son las coordenadas x y y donde explota el obús, en relación con su punto de disparo?

12. ● Una roca se lanza hacia arriba desde el suelo en tal forma que la altura máxima de su vuelo es igual a su alcance horizontal d. a) ¿A qué ángulo θ se lanza la roca? b) **¿Y si...?** ¿Su respuesta al inciso a) cambiaría en un planeta diferente? Explique. c) ¿Cuál es el alcance $d_{\text{máx}}$ que puede lograr la roca si se lanza a la misma rapidez pero en ángulo óptimo para alcance máximo?

13. Un proyectil se dispara en tal forma que su alcance horizontal es igual a tres veces su altura máxima. ¿Cuál es el ángulo de proyección?

14. Un bombero, a una distancia d de un edificio en llamas, dirige un chorro de agua desde una manguera en un ángulo θ_i sobre la horizontal, como se muestra en la figura P4.14. Si la rapidez inicial del chorro es v_i, ¿en qué altura h el agua golpea al edificio?

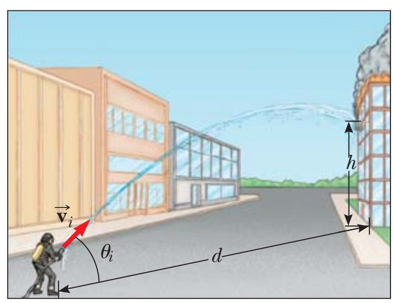


Figura P4.14

15. Una bola se lanza desde una ventana en un piso superior de un edificio. A la bola se le da una velocidad inicial de 8.00 m/s a un ángulo de 20.0° bajo la horizontal. Golpea el suelo 3.00 s después. a) ¿A qué distancia, horizontalmente, desde la

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

base del edificio, la bola golpea el suelo? b) Encuentre la altura desde la que se lanzó la bola. c) ¿Cuánto tarda la bola en llegar a un punto 10.0 m abajo del nivel de lanzamiento?

16. Un arquitecto que diseña jardines programa una cascada artificial en un parque de la ciudad. El agua fluirá a 1.70 m/s y dejará el extremo de un canal horizontal en lo alto de una pared vertical de 2.35 m de altura, y desde ahí caerá en una piscina. a) ¿El espacio detrás de la cascada será suficientemente ancho para un pasillo de peatones? b) Para vender su plan al concejo de la ciudad, el arquitecto quiere construir un modelo a escala estándar, a un doceavo del tamaño real. ¿Qué tan rápido debe fluir el agua en el canal del modelo?

17. Un pateador debe hacer un gol de campo desde un punto a 36.0 m (casi de 40 yardas) de la zona de gol, y la mitad de los espectadores espera que la bola libre la barra transversal, que tiene 3.05 m de alto. Cuando se patea, la bola deja el suelo con una rapidez de 20.0 m/s en un ángulo de 53.0° de la horizontal. a) ¿Por cuánto resulta insuficiente para librar la barra? b) ¿La bola se aproxima a la barra transversal mientras aún se eleva o mientras va de caída?

18. Un bombardero en picada tiene una velocidad de 280 m/s a un ángulo θ bajo la horizontal. Cuando la altitud de la aeronave es 2.15 km, libera una bomba, que golpea un objetivo en el suelo. La magnitud del desplazamiento desde el punto de liberación de la bomba al objetivo es 3.25 km. Encuentre el ángulo θ.

19. Un patio de juego está en el techo plano de una escuela, 6.00 m arriba del nivel de la calle. La pared vertical del edificio tiene 7.00 m de alto y forma una barda de 1 m de alto alrededor del patio. Una bola cae en la calle y un peatón la regresa lanzándola en un ángulo de 53.0° sobre la horizontal a un punto 24.0 m desde la base de la pared del edificio. La bola tarda 2.20 s en llegar a un punto vertical sobre la pared. a) Encuentre la rapidez a la que se lanzó la bola. b) Encuentre la distancia vertical sobre la que libra la pared. c) Encuentre la distancia desde la pared al punto en el techo donde aterriza la bola.

20. Una estrella de basquetbol cubre 2.80 m en la horizontal en un salto para encestar la bola (figura P4.20a). Su movimiento a través del espacio se representa igual que el de una partícula en su *centro de masa*, que se definirá en el capítulo 9. Su centro de masa está a una altura de 1.02 m cuando deja el suelo. Llega a una altura máxima de 1.85 m sobre el suelo y está a una elevación de 0.900 m cuando toca el suelo de nuevo. Determine: a) su tiempo de vuelo (su "tiempo colgado"), b) sus componentes de velocidad horizontal y c) vertical en el instante de despegar y d) su ángulo de despegue. e) Por comparación, determine el tiempo colgado de una ciervo cola blanca que da un salto (figura P4.20b) con elevaciones de centro de masa $y_i = 1.20$ m, $y_{\text{máx}} = 2.50$ m y $y_f = 0.700$ m.

© Ray Stubblebine/Reuters/Corbis

Bill Lee/Dembinsky PhotoAssociates

a) b)

Figura P4.20

21. Un jugador de futbol patea una roca horizontalmente de un montículo de 40.0 m de alto en un estanque. Si el jugador escucha el sonido del chapoteo 3.00 s después, ¿cuál fue la rapidez inicial dada a la roca? Suponga que la rapidez del sonido en el aire es 343 m/s.

22. ● El movimiento de un cuerpo humano a través del espacio se representa como el movimiento de una partícula en el centro de masa del cuerpo, como se estudiará en el capítulo 9. Las componentes de la posición del centro de masa de un atleta desde el principio hasta el fin de cierto salto se describen por las dos ecuaciones

$$x_f = 0 + (11.2 \text{ m/s})(\cos 18.5°)\,t$$

0.360 m =

$$0.84 \text{ m} + (11.2 \text{ m/s})(\text{sen } 18.5°)\,t - \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)\,t^2$$

donde t es el tiempo cuando el atleta aterriza después de despegar en $t = 0$. Identifique a) su vector de posición y b) su vector velocidad en el punto de despegue. c) El récord mundial de salto largo es 8.95 m. ¿Qué distancia saltó el atleta en este problema? d) Describa la forma de la trayectoria de su centro de masa.

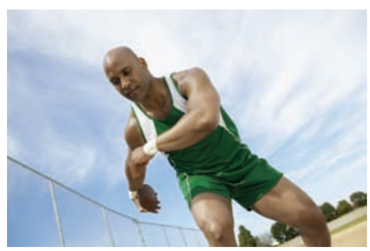
23. Un cohete de fuegos artificiales explota a una altura h, el máximo de su trayectoria vertical. Lanza fragmentos ardientes en todas direcciones, pero todas con la misma rapidez v. Gránulos de metal solidificado caen al suelo sin resistencia del aire. Encuentre el ángulo más pequeño que forma con la horizontal la velocidad final de un fragmento.

Sección 4.4 Partícula en movimiento circular uniforme

> *Nota:* Los problemas 10 y 12 del capítulo 6 también se pueden asignar a esta sección y la siguiente.

24. A partir de la información de la parte final del libro, calcule la aceleración radial de un punto en la superficie de la Tierra, en el ecuador, debido a la rotación de la Tierra sobre su eje.

25. El atleta que se muestra en la figura P4.25 rota un disco de 1.00 kg a lo largo de una trayectoria circular de 1.06 m de radio. La rapidez máxima del disco es 20.0 m/s. Determine la magnitud de la aceleración radial máxima del disco.



© bikeriderlondon/Shutterstock

Figura P4.25

26. Conforme se separan los cohetes propulsores, los astronautas del trasbordador espacial sienten una aceleración de hasta $3g$, donde $g = 9.80$ m/s^2. En su entrenamiento, los astronautas montan un dispositivo en el que experimentan tal aceleración como una aceleración centrípeta. En específico, el astronauta se sujeta con firmeza al extremo de un brazo mecánico que luego gira con rapidez constante en un círculo horizontal. De-

termine la rapidez de rotación, en revoluciones por segundo, requerida para dar a un astronauta una aceleración centrípeta de 3.00g mientras está en movimiento circular con radio de 9.45 m.

27. El joven David, quien mató a Goliat, experimentó con hondas antes de derribar al gigante. Encontró que podía hacer girar una honda de 0.600 m de longitud con una relación de 8.00 rev/s. Si aumentaba la longitud a 0.900 m, podía girar la honda sólo 6.00 veces por segundo. a) ¿Qué relación de rotación da la mayor rapidez a la piedra en el extremo de la honda? b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de la piedra a 8.00 rev/s? c) ¿Cuál es la aceleración centrípeta a 6.00 rev/s?

Sección 4.5 Aceleraciones tangencial y radial

28. ● a) ¿Una partícula, que se mueve con rapidez instantánea de 3.00 m/s en una trayectoria con 2.00 m de radio de curvatura, podría tener una aceleración de 6.00 m/s^2 de magnitud? b) ¿Podría tener $|\vec{\mathbf{a}}| = 4.00$ m/s^2? En cada caso, si la respuesta es sí, explique cómo puede ocurrir; si la respuesta es no, explique por qué.

29. Un tren frena mientras entra a una curva horizontal cerrada, y frena de 90.0 km/h a 50.0 km/h en los 15.0 s que tarda en cubrir la curva. El radio de la curva es de 150 m. Calcule la aceleración en el momento en que la rapidez del tren alcanza 50.0 km/h. Suponga que continúa frenando a este tiempo con la misma relación.

30. Una bola se balancea en un círculo vertical en el extremo de una cuerda de 1.50 m de largo. Cuando la bola está a 36.9° después del punto más bajo en su viaje hacia arriba, su aceleración total es $(-22.5\hat{\mathbf{i}} + 20.2\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2. En ese instante, a) bosqueje un diagrama vectorial que muestre las componentes de su aceleración, b) determine la magnitud de su aceleración radial y c) determine la rapidez y velocidad de la bola.

31. La figura P4.31 representa la aceleración total de una partícula que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj en un círculo de 2.50 m de radio en cierto instante de tiempo. En este instante, encuentre a) la aceleración radial, b) la rapidez de la partícula y c) su aceleración tangencial.

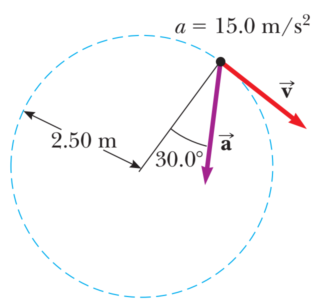


Figura P4.31

32. Un automóvil de carreras parte del reposo en una pista circular; aumenta su rapidez a una cantidad constante a_t conforme da una vuelta a la pista. Encuentre el ángulo que forma la aceleración total del automóvil, con el radio que conecta el centro de la pista y el auto, en el momento en que el automóvil completa el círculo.

Sección 4.6 Velocidad y aceleración relativas

33. Un automóvil viaja hacia el este con una rapidez de 50.0 km/h. Gotas de lluvia caen con una rapidez constante en vertical respecto de la Tierra. Las trazas de la lluvia en las ventanas laterales del automóvil forman un ángulo de 60.0° con la vertical. Encuentre la velocidad de la lluvia en relación con a) el automóvil y b) la Tierra.

34. Antonio en su Corvette acelera de acuerdo a $(300\hat{\mathbf{i}} - 2.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2 mientras Jill en su Jaguar acelera a $(1.00\hat{\mathbf{i}} + 3.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2. Ambos parten del reposo en el origen de un sistema coordenado xy. Después de 5.00 s, a) ¿cuál es la rapidez de Antonio respecto de Jill?, b) ¿qué distancia los separa?, y c) ¿cuál es la aceleración de Antonio en relación con Jill?

35. Un río tiene una rapidez estable de 0.500 m/s. Un estudiante nada corriente arriba una distancia de 1.00 km y de regreso al punto de partida. Si el estudiante puede nadar con una rapidez de 1.20 m/s en aguas tranquilas, ¿cuánto tarda el viaje? Compare esta respuesta con el intervalo de tiempo requerido para el viaje si el agua estuviese tranquila.

36. ¿Cuánto tarda un automóvil en rebasar a 60.0 km/h, por el carril izquierdo, a un automóvil que viaja en la misma dirección en el carril derecho a 40.0 km/h, si las defensas frontales de los automóviles están separadas 100 m?

37. Dos nadadores, Alan y Camillé, parten desde el mismo punto en la orilla de una corriente ancha que circula con una rapidez v. Ambos se mueven con la misma rapidez c (donde $c > v$) en relación con el agua. Alan nada corriente abajo una distancia L y luego corriente arriba la misma distancia. Camillé nada de modo que su movimiento en relación con la Tierra es perpendicular a las orillas de la corriente. Ella nada la distancia L y luego de vuelta la misma distancia, de modo que ambos nadadores regresan al punto de partida. ¿Cuál nadador regresa primero? *Nota:* Primero suponga la respuesta.

38. ● Un camión de granja se dirige al norte con una velocidad constante de 9.50 m/s en un tramo horizontal ilimitado del camino. Un niño se monta en la parte trasera del camión y lanza una lata de refresco hacia arriba y atrapa el proyectil en el mismo punto, pero 16.0 m más lejos en el camino. a) En el marco de referencia el camión, ¿a qué ángulo con la vertical el niño lanza la lata? b) ¿Cuál es la rapidez inicial de la lata en relación con el camión? c) ¿Cuál es la forma de la trayectoria de la lata como la ve el niño? d) Un observador en el suelo observa al niño lanzar la lata y atraparla. En este marco de referencia del observador en el suelo, describa la forma de la trayectoria de la lata y determine su velocidad inicial.

39. Un estudiante de ciencias monta en un vagón plataforma de un tren que viaja a lo largo de una pista horizontal recta con una rapidez constante de 10.0 m/s. El estudiante lanza una bola en el aire a lo largo de una trayectoria que él juzga con un ángulo inicial de 60.0° sobre la horizontal y está en línea con la vía. La profesora del estudiante, que está de pie en el suelo cerca de ahí, observa que la bola se eleva verticalmente. ¿Qué tan alto ve elevarse la bola?

40. ● Un tornillo cae desde el techo de un vagón de ferrocarril en movimiento que acelera hacia el norte en una relación de 2.50 m/s^2. a) ¿Cuál es la aceleración del tornillo en relación con el vagón de ferrocarril? b) ¿Cuál es la aceleración del tornillo en relación con la Tierra? c) Describa la trayectoria del tornillo como la ve un observador dentro del vagón. d) Describa la trayectoria del tornillo como la ve un observador fijo en la Tierra.

41. Un guardacostas detecta un barco no identificado a una distancia de 20.0 km en la dirección 15.0° al noreste. El barco viaja a 26.0 km/h en un curso a 40.0° al noreste. El guardacostas quiere enviar una lancha rápida para interceptar la nave e investigarla. Si la lancha rápida viaja a 50.0 km/h, ¿en qué dirección debe dirigirse? Exprese la dirección como una brújula que se orienta con el norte.

Problemas adicionales

42. *El "cometa vómito".* Para el entrenamiento de astronautas y la prueba de equipo en gravedad cero, la NASA vuela un KC135A a lo largo de una ruta de vuelo parabólica. Como se muestra en la figura P4.42, la nave asciende desde 24 000 pies a 31 000 pies, donde entra a la parábola de cero g con una velocidad de 143 m/s y nariz alta a 45.0° y sale con velocidad de 143 m/s a 45.0° nariz baja. Durante esta porción del vuelo, la nave y los objetos dentro de su cabina acolchonada están en caída libre; se han vuelto balísticos. Entonces la nave sale del clavado con una aceleración ascendente de $0.800g$ y se mueve en un círculo vertical de 4.13 km de radio. (Durante esta porción del vuelo, los ocupantes de la nave perciben una aceleración de $1.8g$.) ¿Cuáles son a) la rapidez y b) la altitud de la nave en lo alto de la maniobra? c) ¿Cuál es el intervalo de tiempo que pasa en gravedad cero? d) ¿Cuál es la rapidez de la nave en el fondo de la ruta de vuelo?

43. Un atleta lanza un balón de basquetbol hacia arriba desde el suelo y le da una rapidez de 10.6 m/s a un ángulo de 55.0° sobre la horizontal. a) ¿Cuál es la aceleración del balón en el punto más alto de su trayectoria? b) En su camino hacia abajo, el balón golpea el aro de la canasta, a 3.05 m sobre el suelo. Rebota recto hacia arriba con la mitad de la rapidez con la que golpea el aro. ¿Qué altura sobre el suelo alcanza el balón en este rebote?

44. ● a) Un atleta lanza un balón hacia el este, con rapidez inicial de 10.6 m/s a un ángulo de 55.0° sobre la horizontal. Justo cuando el balón alcanza el punto más alto de su trayectoria, golpea un águila (la mascota del equipo contrario) que vuela horizontalmente al oeste. El balón rebota de vuelta horizontalmente al oeste con 1.50 veces la rapidez que tenía justo antes de su colisión. ¿A qué distancia cae el balón detrás del jugador que lo lanzó? b) Esta situación no está considerada en el libro de reglas, así que los oficiales regresan el reloj para repetir esta parte del juego. El jugador lanza el balón en la misma forma. El águila está totalmente atolondrada y esta vez intercepta el balón de modo que, en el mismo punto en su trayectoria, el balón nuevamente rebota del pico del ave con 1.50 veces su rapidez de impacto, y se mueve al oeste el mismo ángulo distinto de cero con la horizontal. Ahora el balón golpea la cabeza del jugador, en la misma ubicación donde sus manos lo liberaron. ¿El ángulo es necesariamente positivo (es decir, sobre la horizontal), necesariamente negativo (bajo la horizontal) o podría ser cualquiera? Dé un argumento convincente, matemático o conceptual, de su respuesta.

45. Manny Ramírez batea un cuadrangular de modo que la pelota apenas libra la fila superior de gradas, de 21.0 m de alto, ubicada a 130 m de la placa de bateo. La pelota se golpea en un ángulo de 35.0° de la horizontal y la resistencia del aire es despreciable. Encuentre a) la rapidez inicial de la pelota, b) el intervalo de tiempo requerido para que la pelota alcance las gradas y c) las componentes de velocidad y la rapidez de la pelota cuando pasa sobre la fila superior. Suponga que la pelota se golpea en una altura de 1.00 m sobre el suelo.

46. Mientras algún metal fundido salpica, una gota vuela hacia el este con velocidad inicial v_i a un ángulo θ_i sobre la horizontal y otra gota vuela hacia el oeste con la misma rapidez al mismo ángulo sobre la horizontal, como se muestra en la figura P4.46. En términos de v_i y θ_i, encuentre la distancia entre las gotas como función del tiempo.

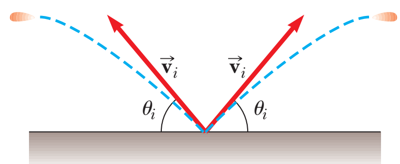
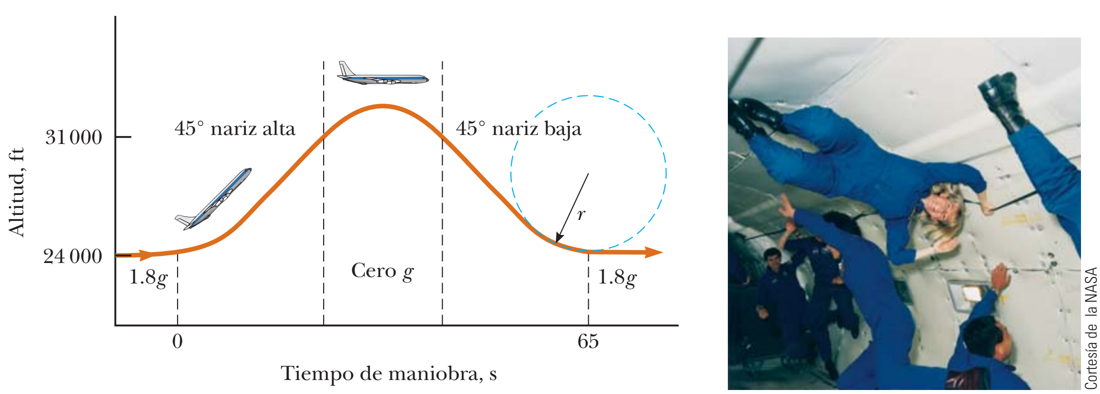


Figura P4.46

47. Un péndulo con un cordón de longitud $r = 1.00$ m se balancea en un plano vertical (figura P4.47). Cuando el péndulo está en las dos posiciones horizontales $\theta = 90.0°$ y $\theta = 270°$, su rapidez es 5.00 m/s. a) Encuentre la magnitud de la aceleración radial y la aceleración tangencial para estas posiciones. b) Dibuje diagramas vectoriales para determinar la dirección de la aceleración total para estas dos posiciones. c) Calcule la magnitud y dirección de la aceleración total.



a) b)

Figura P4.42

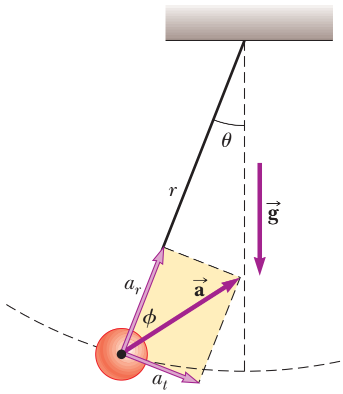


Figura P4.47

48. Un astronauta en la superficie de la Luna dispara un cañón para lanzar un paquete experimental, que deja el barril con movimiento horizontal. a) ¿Cuál debe ser la rapidez de boquilla del paquete de modo que viaje completamente alrededor de la Luna y regrese a su ubicación original? b) ¿Cuánto tarda este viaje alrededor de la Luna? Suponga que la aceleración de caída libre en la Luna es un sexto de la propia de la Tierra.

49. ● Se lanza un proyectil desde el punto ($x = 0$, $y = 0$) con velocidad $(12.0\hat{\mathbf{i}} + 49.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s en $t = 0$. a) Tabule la distancia del proyectil $|\vec{\mathbf{r}}|$ desde el origen al final de cada segundo de allí en adelante, para $0 \leq t \leq 10$ s. También puede ser útil tabular las coordenadas x y y y las componentes de velocidad v_x y v_y. b) Observe que la distancia del proyectil desde su punto de partida aumenta con el tiempo, llega a un máximo y comienza a disminuir. Pruebe que la distancia es un máximo cuando el vector de posición es perpendicular a la velocidad. *Sugerencia:* Argumente que si $\vec{\mathbf{v}}$ no es perpendicular a $\vec{\mathbf{r}}$, después $|\vec{\mathbf{r}}|$ debe aumentar o disminuir. c) Determine la magnitud de la distancia máxima. Explique su método.

50. ● Un cañón de resorte se ubica en el borde de una mesa que está a 1.20 m sobre el suelo. Una bola de acero se lanza desde el cañón con rapidez v_0 a 35.0° sobre la horizontal. a) Encuentre la componente de desplazamiento horizontal de la bola al punto donde aterriza en el suelo como función de v_0. Esta función se escribe como $x(v_0)$. Evalúe x para b) $v_0 = 0.100$ m/s y para c) $v_0 = 100$ m/s. d) Suponga que v_0 está cerca de cero pero no es igual a cero. Muestre que un término en la respuesta al inciso a) domina de modo que la función $x(v_0)$ se reduce a una forma más simple. e) Si v_0 es muy grande, ¿cuál es la forma aproximada de $x(v_0)$? f) Describa la forma global de la gráfica de la función $x(v_0)$. *Sugerencia:* Como práctica, podría hacer el inciso b) antes de hacer el inciso a).

51. Cuando los jugadores de beisbol lanzan la pelota desde los jardines, los receptores dejan que rebote una vez antes de llegar al cuadro bajo la teoría de que la pelota llega más rápido de esa forma. Suponga que el ángulo al que una pelota rebotada deja el suelo es el mismo que el ángulo al que el jardinero la lanzó, como se muestra en la figura P4.51, pero la rapidez de la pelota después del rebote es un medio de la que tenía antes del rebote. a) Suponga que la pelota siempre se lanza con la misma rapidez inicial. ¿A qué ángulo θ el jardinero debe lanzar la pelota para hacer que recorra la misma distancia D con un rebote (trayectoria azul) que una bola lanzada hacia arriba a 45.0° sin rebote (trayectoria verde)? b) Determine la relación del intervalo de tiempo para el lanzamiento de un rebote al tiempo de vuelo para el lanzamiento sin rebote.

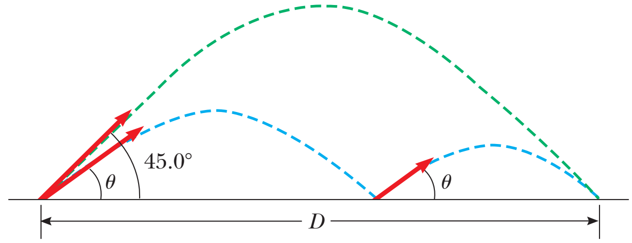


Figura P4.51

52. Una camioneta cargada con melones se detiene súbitamente para evitar caer por el borde de un puente derrumbado (figura P4.52). El repentino frenado hace que algunos melones salgan volando de la camioneta. Un melón rueda sobre el borde con una rapidez inicial de $v_i = 10.0$ m/s en la dirección horizontal. Una sección transversal de la orilla tiene la forma de la mitad inferior de una parábola con su vértice en el extremo del camino y con la ecuación $y^2 = 16x$, donde x y y se miden en metros. ¿Cuáles son las coordenadas x y y del melón cuando revienta en la orilla?

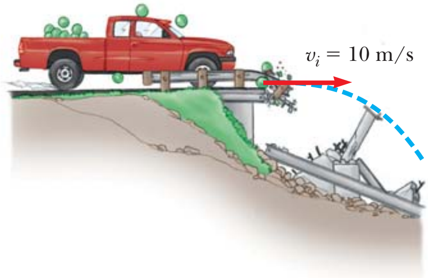


Figura P4.52

53. Su abuelo es copiloto de un bombardero que vuela horizontalmente sobre el nivel del terreno con una rapidez de 275 m/s en relación con el suelo, a una altitud de 3 000 m. a) El bombardero libera una bomba. ¿Cuánto viajará horizontalmente la bomba entre su liberación y su impacto en el suelo? Ignore los efectos de la resistencia del aire. b) Disparos de personas en la tierra incapacitan súbitamente al bombardero antes de que pueda decir "¡Bombas fuera!", en consecuencia, el piloto mantiene el curso original, altitud y rapidez del avión a través de una tormenta de fuego antiaéreo. ¿Dónde estará el avión cuando la bomba golpee el suelo? c) El avión tiene una mira telescópica de bomba de modo que la bomba golpea el blanco visto en la mira en el momento de liberación. ¿A qué ángulo con la vertical estaba el elemento de mira de bomba?

54. Una persona de pie en lo alto de una roca hemisférica de radio R patea una bola (al inicio en reposo en lo alto de la roca) para darle velocidad horizontal $\vec{\mathbf{v}}_i$, como se muestra en la figura P4.54. a) ¿Cuál debe ser su rapidez inicial mínima si la bola nunca debe golpear la roca después de que se patea? b) Con esta rapidez inicial, ¿a qué distancia de la base de la roca la bola golpea el suelo?

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

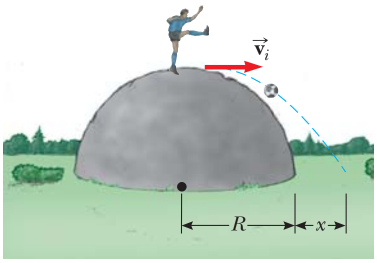


Figura P4.54

55. Un halcón vuela horizontalmente a 10.0 m/s en línea recta, a 200 m sobre el suelo. Un ratón que llevaba en sus garras se libera después de luchar. El halcón continúa en su ruta con la misma rapidez durante 2.00 s antes de intentar recuperar su presa, se clava en línea recta con rapidez constante y recaptura al ratón 3.00 m sobre el suelo. a) Si supone que la resistencia del aire no actúa sobre el ratón, encuentre la rapidez en picada del halcón. b) ¿Qué ángulo formó el halcón con la horizontal durante su descenso? c) ¿Durante cuánto tiempo el ratón "disfrutó" la caída libre?

56. Un decidido coyote está nuevamente en persecución del elusivo correcaminos. El coyote usa un par de patines con ruedas de propulsión, que proporcionan una aceleración horizontal constante de 15.0 m/s^2 (figura P4.56). El coyote parte del reposo a 70.0 m de la orilla de un risco en el instante en que el correcaminos lo pasa en la dirección del risco. a) Si supone que el correcaminos se mueve con rapidez constante, determine la rapidez mínima que debe tener para alcanzar el risco antes que el coyote. En el borde del risco, el correcaminos escapa al hacer un giro repentino, mientras el coyote continúa de frente. Los patines del coyote permanecen horizontales y continúan funcionando mientras el coyote está en vuelo, de modo que su aceleración mientras está en el aire es $(15.0\hat{\mathbf{i}} - 9.80\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2. b) El risco está a 100 m sobre el suelo plano de un cañón. Determine dónde aterriza el coyote en el cañón. c) Determine las componentes de la velocidad de impacto del coyote.

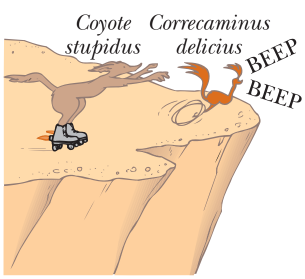


Figura P4.56

57. Un automóvil estacionado en una pendiente pronunciada tiene vista hacia el océano, con un ángulo de 37.0° bajo la horizontal. El negligente conductor deja el automóvil en neutral y el freno de mano está defectuoso. Desde el reposo en $t = 0$, el automóvil rueda por la pendiente con una aceleración constante de 4.00 m/s^2 y recorre 50.0 m hasta el borde de un risco vertical. El risco está 30.0 m arriba del océano. Encuentre: a) la rapidez del automóvil cuando llega al borde del risco y el intervalo de tiempo transcurrido cuando llega ahí, b) la velocidad del automóvil cuando amariza en el océano, c) el intervalo de tiempo total que el automóvil está en movimiento y d) la posición del automóvil cuando cae en el océano, en relación con la base del risco.

58. ● No se lastime; no golpee su mano contra algo. Dentro de estas limitaciones, describa lo que hace para dar a su mano una gran aceleración. Calcule una estimación del orden de magnitud de esta aceleración y establezca las cantidades que mide o estime y sus valores.

59. ● Un esquiador deja una rampa de salto con una velocidad de 10.0 m/s, 15.0° sobre la horizontal, como se muestra en la figura P4.59. La pendiente está inclinada a 50.0° y la resistencia del aire es despreciable. Encuentre a) la distancia desde la rampa hasta donde aterriza el esquiador y b) las componentes de velocidad justo antes de aterrizar. (¿Cómo cree que afectan los resultados si se incluye resistencia del aire? Observe que los esquiadores se inclinan hacia adelante en la forma de un plano aerodinámico, con las manos a los lados, para aumentar su distancia. ¿Por qué funciona este método?)

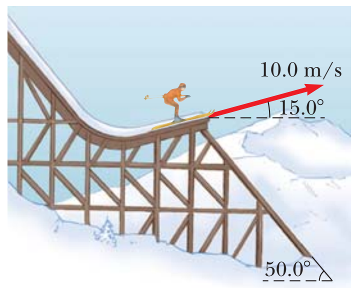


Figura P4.59

60. Un pescador emprende el viaje a contracorriente desde las cascadas Metaline en el río Pend Oreille al noroeste del estado de Washington. Su pequeño bote, impulsado por un motor fuera de borda, viaja con rapidez constante v en aguas tranquilas. El agua circula con rapidez constante v_w menor. Recorre 2.00 km a contracorriente cuando su hielera cae del bote. Se da cuenta de la falta de la hielera sólo después de otros 15 minutos de ir a contracorriente. En ese punto, regresa río abajo, todo el tiempo viajando con la misma rapidez respecto al agua. Alcanza a la hielera justo cuando está próxima a la cascada en el punto de partida. ¿Con qué rapidez se mueven en las aguas del río? Resuelva este problema en dos formas. a) Primero, use la Tierra como marco de referencia. Respecto de la Tierra, el bote viaja a contracorriente con rapidez $v - v_w$ y río abajo a $v + v_w$. b) Una segunda solución mucho más simple y más elegante se obtiene al usar el agua como marco de referencia. Este planteamiento tiene importantes aplicaciones en problemas mucho más complicados; por ejemplo, el cálculo del movimiento de cohetes y satélites y el análisis de la dispersión de partículas subatómicas de objetivos de gran masa.

61. Un barco enemigo está en el lado este de una isla montañosa, como se muestra en la figura P4.61. El barco enemigo maniobra a 2 500 m del pico de una montaña de 1 800 m de alto y dispara proyectiles con una rapidez inicial de 250 m/s. Si la playa oeste está horizontalmente a 300 m del pico, ¿cuáles son las distancias desde la playa oeste a la que un barco puede estar seguro del bombardeo del barco enemigo?

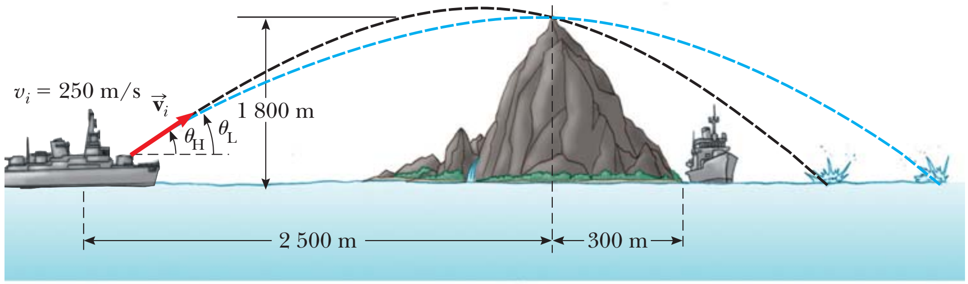


Figura P4.61

62. En la sección **¿Y si...?** del ejemplo 4.5, se afirmó que el intervalo máximo de un esquiador se presenta para un ángulo de lanzamiento θ dado por

$$\theta = 45° - \frac{\phi}{2}$$

donde ϕ es el ángulo que la colina forma con la horizontal en la figura 4.14. Compruebe esta afirmación al derivar esta ecuación.

Respuestas a las preguntas rápidas

4.1 a). Puesto que la aceleración se presenta siempre que la velocidad cambia en cualquier forma (con un aumento o reducción en rapidez, un cambio en dirección o ambos) los tres controles son aceleradores. El acelerador hace que el automóvil aumente rapidez; el freno hace que el auto reduzca rapidez. El volante cambia la dirección del vector velocidad.

4.2 **i)**, b). Sólo en un punto, el pico de la trayectoria, los vectores velocidad y aceleración son mutuamente perpendiculares. El vector velocidad es horizontal en dicho punto, y el vector aceleración es descendente. **ii)**, a). El vector aceleración siempre se dirige hacia abajo. El vector velocidad nunca es vertical y paralelo al vector aceleración si el objeto sigue una trayectoria como la de la figura 4.8.

4.3 15°, 30°, 45°, 60°, 75°. Mientras mayor sea la altura máxima, más tardará el proyectil en alcanzar dicha altitud y luego cae de vuelta desde ella. De este modo, conforme aumenta el ángulo de lanzamiento, el tiempo de vuelo aumenta.

4.4 **i)**, d). Puesto que la aceleración centrípeta es proporcional al cuadrado de la rapidez de la partícula, duplicar la rapidez aumenta la aceleración por un factor de 4. **ii)**, b). El periodo es inversamente proporcional a la rapidez de la partícula.

4.5 **i)**, b). El vector velocidad es tangente a la trayectoria. Si el vector aceleración debe ser paralelo al vector velocidad, también debe ser tangente a la trayectoria, lo que requiere que el vector aceleración no tenga componente perpendicular a la trayectoria. Si la trayectoria no cambia de dirección, el vector aceleración tendrá una componente radial, perpendicular a la trayectoria. En consecuencia, la trayectoria debe permanecer recta. **ii)**, d). Si el vector aceleración debe ser perpendicular al vector velocidad, no debe tener componente tangente a la trayectoria. Por otra parte, si la rapidez está cambiando, *debe* haber una componente de la aceleración tangente a la trayectoria. Por lo tanto, los vectores velocidad y aceleración nunca son perpendiculares en esta situación. Sólo pueden ser perpendiculares si no hay cambio en la rapidez.

Un pequeño remolcador ejerce una fuerza sobre un gran barco y hace que se mueva. ¿Cómo un bote tan pequeño puede hacer que se mueva un objeto tan grande? (Steve Raymer/CORBIS)

5.1 Concepto de fuerza
5.2 Primera ley de Newton y marcos inerciales
5.3 Masa
5.4 Segunda ley de Newton
5.5 Fuerza gravitacional y peso
5.6 Tercera ley de Newton
5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton
5.8 Fuerzas de fricción

5 Las leyes del movimiento

En los capítulos 2 y 4 se describió el movimiento de un objeto en términos de su posición, velocidad y aceleración sin tener en cuenta qué impulsa dicho movimiento. Ahora se considera la influencia externa: ¿qué hace a un objeto permanecer en reposo y que otro objeto acelere? Los dos factores principales en los que es necesario reflexionar son las fuerzas que actúan sobre un objeto y la masa del objeto. En este capítulo comienza el estudio de la *dinámica* al discutir las tres leyes de movimiento básicas, las cuales se relacionan con fuerzas y masas y que formuló hace más de tres siglos Isaac Newton.

5.1 Concepto de fuerza

Cada uno tiene una comprensión básica del concepto de fuerza a partir de la experiencia cotidiana. Cuando aleja un plato de comida vacío, ejerce una fuerza sobre él. De igual modo, cuando se lanza o patea una pelota se ejerce una fuerza sobre ella. En estos ejemplos, la palabra *fuerza* se refiere a una interacción con un objeto mediante actividad muscular y algún cambio en la velocidad del objeto. Sin embargo, las fuerzas no siempre causan movimiento. Por ejemplo, cuando está sentado, sobre su cuerpo actúa una fuerza gravitacional y aún así usted permanece fijo. Como segundo ejemplo, puede empujar (en otras palabras, ejercer una fuerza) sobre una gran roca y no ser capaz de moverla.

¿Qué fuerza (si alguna) hace que la Luna orbite la Tierra? Newton respondió ésta y otras preguntas relacionadas al afirmar que las fuerzas son lo que causa cualquier cambio en la velocidad de un objeto. La velocidad de la Luna no es constante porque se mueve en una órbita casi circular en torno a la Tierra. Este cambio en velocidad lo causa la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre la Luna.

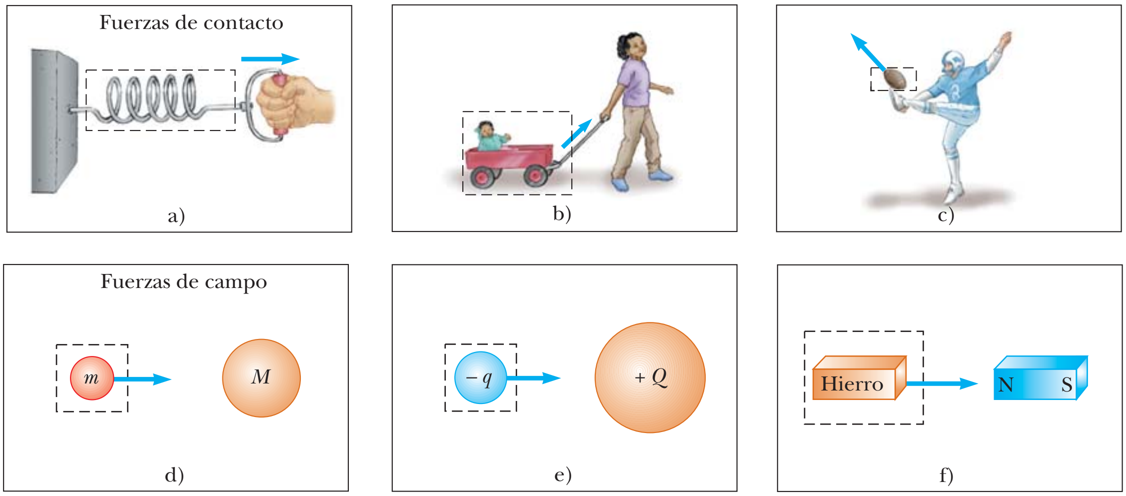


Figura 5.1 Algunos ejemplos de fuerzas aplicadas. En cada caso, sobre el objeto dentro del área limitada por líneas discontinuas se ejerce una fuerza. Algún agente en el ambiente exterior al área del recuadro ejerce una fuerza sobre el objeto.

Cuando un resorte se jala, como en la figura 5.1a, el resorte se estira. Cuando se jala un carrito estacionario, como en la figura 5.1b, el carrito se mueve. Cuando se patea un balón, como en la figura 5.1c, se deforma y se pone en movimiento. Estas situaciones son ejemplos de una clase de fuerzas llamadas *fuerzas de contacto*. Esto es, implican contacto físico entre dos objetos. Otras fuerzas de contacto son la fuerza que ejercen las moléculas de gas sobre las paredes de un contenedor y la fuerza que ejerce su pie sobre el suelo.

Otra clase de fuerzas, conocidas como *fuerzas de campo*, no involucran contacto físico entre dos ejemplos. Estas fuerzas actúan a través del espacio vacío. La fuerza gravitacional de atracción entre dos objetos con masa, que se ilustra en la figura 5.1d, es un ejemplo de esta clase de fuerza. La fuerza gravitacional mantiene a los objetos ligados a la Tierra y a los planetas en órbita alrededor del Sol. Otra fuerza de campo común es la fuerza eléctrica que una carga eléctrica ejerce sobre otra (figura 5.1e). Como ejemplo, estas cargas pueden ser las del electrón y el protón que forman un átomo de hidrógeno. Un tercer ejemplo de fuerza de campo es la fuerza que un imán de barra ejerce sobre un trozo de hierro (figura 5.1f).

La distinción entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan clara como se podría pensar a partir de la discusión anterior. Cuando se examinan a nivel atómico, todas las fuerzas que se clasifican como fuerzas de contacto resultan ser causadas por fuerzas (de campo) eléctricas del tipo que se ilustra en la figura 5.1e. No obstante, al desarrollar modelos para fenómenos macroscópicos, es conveniente usar ambas clasificaciones de fuerzas. Las únicas fuerzas *fundamentales* conocidas en la naturaleza son todas fuerzas de campo: 1) *fuerzas gravitacionales* entre objetos, 2) *fuerzas electromagnéticas* entre cargas eléctricas, 3) *fuerzas fuertes* entre partículas subatómicas y 4) *fuerzas débiles* que surgen en ciertos procesos de decaimiento radiactivo. En la física clásica sólo interesan las fuerzas gravitacional y electromagnética. Las fuerzas fuerte y débil se discutirán en el capítulo 46.

Giraudon/Art Resource

ISAAC NEWTON
Físico y matemático inglés (1642–1727)
Isaac Newton fue uno de los más brillantes científicos de la historia. Antes de cumplir 30 años, formuló los conceptos básicos y leyes de la mecánica, descubrió la ley de gravitación universal e inventó los métodos matemáticos del cálculo. Como consecuencia de sus teorías, Newton fue capaz de explicar los movimientos de los planetas, la baja y el flujo de las mareas y muchas características especiales de los movimientos de la Luna y la Tierra. También interpretó muchas observaciones fundamentales concernientes a la naturaleza de la luz. Sus aportaciones a las teorías físicas dominaron el pensamiento científico durante dos siglos y siguen siendo importantes en la actualidad.

La naturaleza vectorial de la fuerza

Es posible usar la deformación de un resorte para medir fuerza. Suponga que una fuerza vertical se aplica a una balanza de resorte que tiene un extremo superior fijo, como se muestra en la figura 5.2a (página 102). El resorte se estira cuando la fuerza se aplica, y un puntero en la escala lee el valor de la fuerza aplicada. El resorte se puede calibrar al definir una fuerza de referencia $\vec{\mathbf{F}}_1$ como la fuerza que produce una lectura de 1.00 cm. Si ahora se aplica una fuerza hacia abajo diferente $\vec{\mathbf{F}}_2$ cuya magnitud es el doble de la fuerza de referencia $\vec{\mathbf{F}}_1$, como se ve en la figura 5.2b, el puntero se mueve 2.00 cm. La figura 5.2c muestra que el efecto combinado de las dos fuerzas colineales es la suma de los efectos de las fuerzas individuales.

Ahora suponga que la aplicación de las dos fuerzas es simultánea con $\vec{\mathbf{F}}_1$ descendente y $\vec{\mathbf{F}}_2$ horizontal, como se ilustra en la figura 5.2d. En este caso, el puntero lee 2.24 cm.

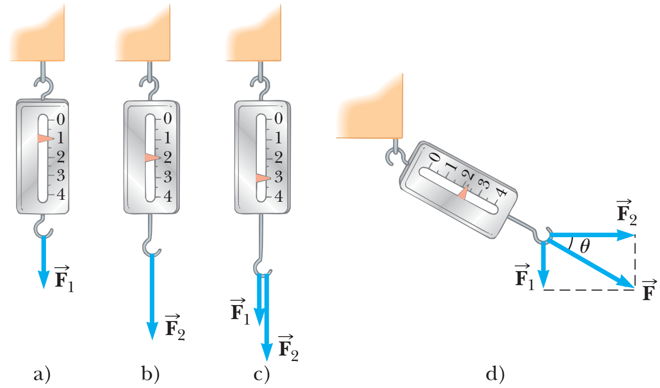


Figura 5.2 La naturaleza vectorial de una fuerza se prueba con una balanza de resorte. a) Una fuerza descendente $\vec{\mathbf{F}}_1$ estira el resorte 1.00 cm. b) Una fuerza descendente $\vec{\mathbf{F}}_2$ estira el resorte 2.00 cm. c) Cuando $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$ son simultáneas, el resorte se estira 3.00 cm. d) Cuando $\vec{\mathbf{F}}_1$ es descendente y $\vec{\mathbf{F}}_2$ es horizontal, la combinación de las dos fuerzas estira el resorte 2.24 cm.

La fuerza sola $\vec{\mathbf{F}}$ que produciría esta misma lectura es la suma de los dos vectores $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$, como se describe en la figura 5.2d. Esto es, $|\vec{\mathbf{F}}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ unidades, y su dirección es $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6°$. **Puesto que se ha comprobado experimentalmente que las fuerzas se comportan como vectores, debe aplicar las reglas de suma vectorial para obtener la fuerza neta sobre un objeto**.

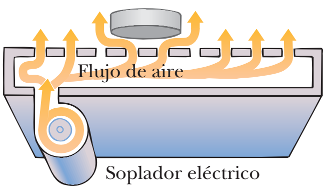


Figura 5.3 En una mesa de hockey de aire, el aire que sopla a través de los hoyos en la superficie permite que el disco se mueva casi sin fricción. Si la mesa no acelera, un disco colocado sobre la mesa permanecerá en reposo.

5.2 Primera ley de Newton y marcos inerciales

El estudio de las fuerzas comienza al formar imágenes de algunas situaciones físicas que involucran un disco sobre una mesa de hockey de aire perfectamente a nivel (figura 5.3). Se espera que el disco permanezca donde se coloca. Ahora piense que su mesa de hockey de aire se ubica en un tren que se mueve con velocidad constante a lo largo de una pista perfectamente uniforme. Si el disco se coloca en la mesa, de nuevo permanece donde se le coloca. Sin embargo, si el tren acelera, el disco comenzaría a moverse a lo largo de la mesa en dirección opuesta a la de la aceleración del tren, igual como un conjunto de papeles en el tablero de su automóvil cae en el asiento delantero cuando pisa el acelerador.

Como se vio en la sección 4.6, es posible observar un objeto en movimiento desde muchos marcos de referencia. La **primera ley del movimiento de Newton**, a veces llamada *ley de la inercia*, define un conjunto especial de marcos de referencia llamados *marcos inerciales*. Esta ley se puede establecer del modo siguiente:

Primera ley de Newton ▶

Si un objeto no interactúa con otros objetos, es posible identificar un marco de referencia en el que el objeto tiene aceleración cero.

Marco de referencia inercial ▶

Tal marco de referencia se llama **marco de referencia inercial**. Cuando el disco está en la mesa de hockey de aire ubicada en el suelo, usted lo observa desde un marco de referencia inercial; no hay interacciones horizontales del disco con cualquier otro objeto y observa que tiene aceleración cero en dicha dirección. Cuando usted está en el tren en movimiento con velocidad constante, también observa el disco desde un marco de referencia inercial. **Cualquier marco de referencia que se mueve con velocidad constante en relación con un marco inercial es, en sí mismo, un marco inercial**. Sin embargo, cuando usted y el tren aceleran, usted observa el disco desde un **marco de referencia no inercial** porque el tren acelera en relación con el marco de referencia inercial de la superficie de la Tierra. Mientras el disco parece acelerar de acuerdo con sus observaciones, se puede identificar un marco de referencia en el cual el disco tiene aceleración cero. Por ejemplo, un observador que está fuera del tren en el suelo ve el disco que se mueve con la misma velocidad que tiene el tren antes de comenzar a acelerar (porque casi no hay fricción para “amarrar” el disco y el tren). Debido a eso, todavía se satisface la primera ley de Newton, aun cuando sus observaciones como pasajero del tren muestren una aceleración aparente en relación con usted.

Un marco de referencia que se mueve con velocidad constante en relación con las estrellas distantes es la mejor aproximación de un marco inercial y, para propósitos de estudio, se considera a la Tierra como tal marco. En realidad la Tierra no es un marco inercial debido a su movimiento orbital en torno al Sol y su movimiento rotacional alrededor de su propio eje, y ambos involucran aceleraciones centrípetas. Sin embargo, estas aceleraciones son pequeñas comparadas con g, y con frecuencia se pueden despreciar. Por esta razón, la Tierra representa un marco inercial, junto con cualquier otro marco unido a él.

Suponga que observa un objeto desde un marco de referencia inercial. (En la sección 6.3 se regresará a observaciones hechas en marcos de referencia no inerciales.) Muy próximos a 1600, los científicos creían que el estado natural de la materia era el estado de reposo. Las observaciones mostraron que los objetos en movimiento finalmente dejaban de moverse. Galileo fue el primero en considerar un planteamiento diferente del movimiento y del estado natural de la materia. Diseñó experimentos mentales y concluyó que no es la naturaleza de un objeto detenerse una vez que se pone en movimiento: más bien, su naturaleza es *resistir el cambio en su movimiento*. En sus palabras: "cualquier velocidad una vez impartida a un cuerpo móvil se mantendrá firme siempre y cuando se retiren las causas externas de retardo". Por ejemplo, una nave espacial que navega a través del espacio vacío con su motor apagado seguirá moviéndose para siempre. *No* buscaría un "estado natural" de reposo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.1
Primera ley de Newton

La primera ley de Newton *no* explica lo que sucede con un objeto con *fuerza neta cero*, esto es, múltiples fuerzas que se cancelan; expresa lo que ocurre *en ausencia de fuerzas externas*. Esta diferencia sutil pero importante permite definir la fuerza como la causa de un cambio en el movimiento. La descripción de un objeto bajo el efecto de fuerzas que se equilibran la cubre la segunda ley de Newton.

Dada la discusión de las observaciones realizadas acerca de los marcos de referencia inerciales, se puede plantear un enunciado más práctico de la primera ley del movimiento de Newton:

◀ Otro enunciado de la primera ley de Newton

> En ausencia de fuerzas externas, y cuando se ve desde un marco de referencia inercial, un objeto en reposo se mantiene en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante (esto es, con una rapidez constante en una línea recta).

En otras palabras, **cuando ninguna fuerza actúa sobre un objeto, la aceleración del objeto es cero**. Una conclusión a partir de la primera ley, es que cualquier *objeto aislado* (uno que no interactúa con su entorno) está en reposo o en movimiento con velocidad constante. La tendencia de un objeto a resistir cualquier intento por cambiar su velocidad se llama **inercia**. Dado el enunciado anterior de la primera ley, se puede concluir que un objeto que acelera debe experimentar una fuerza. A su vez, de la primera ley, se puede definir **fuerza** como **aquello que causa un cambio en el movimiento de un objeto**.

Pregunta rápida 5.1 ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto? a) Es posible que un objeto tenga movimiento en ausencia de fuerzas sobre el objeto. b) Es posible tener fuerzas sobre un objeto en ausencia de movimiento del objeto. c) Ni a) ni b) son correctos. d) Tanto a) como b) son correctos.

5.3 Masa

Piense que quiere atrapar ya sea un balón de basquetbol o una bola de boliche. ¿Cuál es más probable que siga moviéndose cuando intenta capturarla? ¿Cuál requiere más esfuerzo para lanzarla? La bola de boliche requiere más esfuerzo. En el lenguaje de la física, se dice que la bola de boliche es más resistente al cambio en su velocidad que la de basquetbol. ¿Cómo se puede cuantificar este concepto?

◀ Definición de masa

La **masa** es la propiedad de un objeto que especifica cuánta resistencia muestra un objeto para cambiar su velocidad y, como se aprendió en la sección 1.1, la unidad del SI de masa es el kilogramo. Los experimentos muestran que mientras más grande sea la masa de un objeto, menos acelera el objeto bajo la acción de una fuerza aplicada conocida.

Para describir la masa en unidades cuantitativas, se realizan experimentos en los que se comparan las aceleraciones que produce una fuerza conocida sobre diferentes objetos. Suponga que una fuerza que actúa sobre un objeto de masa m_1 produce una aceleración $\vec{\mathbf{a}}_1$, y la *misma fuerza* que actúa sobre un objeto de masa m_2 produce una aceleración $\vec{\mathbf{a}}_2$. La relación de las dos masas se define como la relación *inversa* de las magnitudes de las aceleraciones producidas por la fuerza:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1} \tag{5.1}$$

Por ejemplo, si una fuerza conocida que actúa sobre un objeto de 3 kg produce una aceleración de 4 m/s^2, la misma fuerza aplicada a un objeto de 6 kg produce una aceleración de 2 m/s^2. De acuerdo con un cúmulo de observaciones similares, se concluye que **la magnitud de la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa cuando sobre él actúa una fuerza conocida**. Si un objeto tiene una masa conocida, la masa del otro objeto se obtiene a partir de mediciones de aceleración.

La masa es una propiedad inherente de un objeto y es independiente de los alrededores del objeto y del método que se aplica para medirla. Además, la **masa es una cantidad escalar** y, en estos términos, obedece las reglas de la aritmética ordinaria. Por ejemplo, si combina una masa de 3 kg con una masa de 5 kg, la masa total es 8 kg. Este resultado se puede verificar experimentalmente al comparar la aceleración que una fuerza conocida proporciona a diferentes objetos por separado con la aceleración que la misma fuerza proporciona a los mismos objetos combinados como una unidad.

Masa y peso son cantidades diferentes ▶

La masa no se debe confundir con el peso. La **masa y el peso son dos cantidades diferentes**. El peso de un objeto es igual a la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida sobre el objeto y varía con la posición (véase la sección 5.5). Por ejemplo, una persona que pesa 180 lb sobre la Tierra pesa sólo aproximadamente 30 lb sobre la Luna. Por otra parte, la masa de un objeto por dondequiera es la misma: un objeto que tiene una masa de 2 kg sobre la Tierra también tiene una masa de 2 kg sobre la Luna.

5.4 Segunda ley de Newton

La primera ley de Newton explica lo que sucede a un objeto cuando sobre él no actúan fuerzas: permanece en reposo o se mueve en línea recta con rapidez constante. La segunda ley de Newton responde la pregunta de qué acontece a un objeto que tiene una o más fuerzas que actúan sobre él.

Imagine realizar un experimento en el que empuja un bloque de masa fija a través de una superficie horizontal sin fricción. Cuando ejerce alguna fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}$ sobre el bloque, éste se mueve con cierta aceleración $\vec{\mathbf{a}}$. Si aplica al doble una fuerza sobre el mismo bloque, la aceleración del bloque se duplica. Si aumenta la fuerza aplicada a $3\vec{\mathbf{F}}$, la aceleración se triplica, etcétera. A partir de tales observaciones, se concluye que **la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él: $\vec{\mathbf{F}} \propto \vec{\mathbf{a}}$**. Esta idea se introdujo por primera ocasión en la sección 2.4, cuando se discutió la dirección de la aceleración de un objeto. La magnitud de la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa, como se afirmó en la sección anterior: $|\vec{\mathbf{a}}| \propto 1/m$.

Estas observaciones experimentales se resumen en la **segunda ley de Newton**:

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.2

La fuerza es la causa de cambios en el movimiento

La fuerza *no* causa movimiento. Se puede tener movimiento en ausencia de fuerzas, como describe la primera ley de Newton. La fuerza es la causa de los *cambios* en el movimiento, como se mide por la aceleración.

> Cuando se ve desde un marco de referencia inercial, la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa:
>
> $$\vec{\mathbf{a}} \propto \frac{\sum \vec{\mathbf{F}}}{m}$$

Si se elige una constante de proporcionalidad 1, se relaciona masa, aceleración y fuerza a través del siguiente enunciado matemático de la segunda ley de Newton:[1]

Segunda ley de Newton ▶

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \tag{5.2}$$

[1] La ecuación 5.2 es válida sólo cuando la rapidez del objeto es mucho menor que la rapidez de la luz. La situación relativista se trata en el capítulo 39.

Tanto en el enunciado textual como en el matemático de la segunda ley de Newton se indicó que la aceleración se debe a la *fuerza neta* $\sum \vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre un objeto. La **fuerza neta** sobre un objeto es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. (A veces a la fuerza neta se le referirá como *fuerza total*, *fuerza resultante* o *fuerza desequilibrada*.) Al resolver un problema con la segunda ley de Newton, es imperativo determinar la fuerza neta correcta sobre un objeto. Muchas fuerzas pueden actuar sobre un objeto, pero sólo hay una aceleración.

La ecuación 5.2 es una expresión vectorial y por tanto es equivalente a tres ecuaciones componentes:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \tag{5.3}$$

◀ Segunda ley de Newton: forma de componentes

Pregunta rápida 5.2 Un objeto no experimenta aceleración. ¿Cuál de los siguientes *no puede* ser cierto para el objeto? a) Una sola fuerza actúa sobre el objeto. b) No actúan fuerzas sobre el objeto. c) Sobre el objeto actúan fuerzas, pero éstas se cancelan.

Pregunta rápida 5.3 Usted empuja un objeto, al inicio en reposo, a través de un piso sin fricción con una fuerza constante durante un intervalo de tiempo Δt, lo que resulta en una rapidez final de v para el objeto. Luego repite el experimento, pero con una fuerza que es el doble de grande. ¿Qué intervalo de tiempo se requiere ahora para alcanzar la misma rapidez final v? a) $4\Delta t$, b) $2\Delta t$, c) Δt, d) $\Delta t/2$, e) $\Delta t/4$.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.3

$m\vec{\mathbf{a}}$ no es una fuerza

La ecuación 5.2 *no* indica que el producto $m\vec{\mathbf{a}}$ sea una fuerza. Todas las fuerzas sobre un objeto se suman como vectores para generar la fuerza neta en el lado izquierdo de la ecuación. En tal caso esta fuerza neta se iguala con el producto de la masa del objeto y la aceleración que resulta de la fuerza neta. *No* incluya una "fuerza $m\vec{\mathbf{a}}$" en su análisis de las fuerzas sobre un objeto.

La unidad del SI de fuerza es el **newton** (N). Una fuerza de 1 N es la fuerza que, cuando actúa sobre un objeto de 1 kg de masa, produce una aceleración de 1 m/s^2. A partir de esta definición y de la segunda ley de Newton, es claro que el newton se puede expresar en términos de las siguientes unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo:

$$1\ \text{N} \equiv 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \tag{5.4}$$

◀ Definición de newton

En el sistema inglés, la unidad de fuerza es la **libra** (lb). Una fuerza de 1 lb es la fuerza que, cuando actúa sobre una masa de 1 slug,[2] produce una aceleración de 1 ft/s^2:

$$1\ \text{lb} \equiv 1\ \text{slug} \cdot \text{ft/s}^2 \tag{5.5}$$

Una aproximación conveniente es 1 N ≈ ¼ lb.

EJEMPLO 5.1 Un disco de hockey que acelera

Un disco de hockey que tiene una masa de 0.30 kg se desliza sobre la superficie horizontal sin fricción de una pista de patinaje. Dos bastones de hockey golpean el disco simultáneamente, y ejercen las fuerzas sobre el disco que se muestran en la figura 5.4. La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ tiene una magnitud de 0.5 N y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ tiene una magnitud de 8.0 N. Determine tanto la magnitud como la dirección de la aceleración del disco.

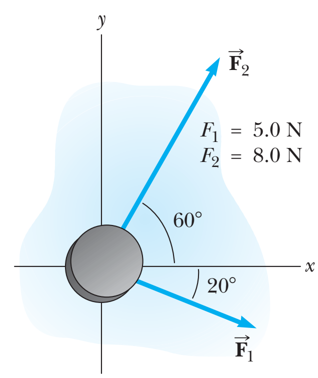


Figura 5.4 (Ejemplo 5.1) Un disco de hockey que se mueve sobre una superficie sin fricción está sujeto a dos fuerzas, $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 5.4. Use su experiencia en suma vectorial del capítulo 3 y prediga la dirección aproximada del vector de fuerza neta sobre el disco. La aceleración del disco estará en la misma dirección.

Categorizar Puesto que es posible determinar una fuerza neta y se quiere una aceleración, este problema se clasifica como uno que se puede resolver aplicando la segunda ley de Newton.

[2] El *slug* es la unidad de masa en el sistema usual estadounidense y es la contraparte de la unidad del SI de *kilogramo* en dicho sistema. Puesto que la mayoría de los cálculos en el estudio de la mecánica clásica están en unidades del SI, el slug se usa rara vez en este texto.

Analizar Encuentre la componente de la fuerza neta que actúa sobre el disco en la dirección x:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20°) + F_2 \cos 60°$$
$$= (5.0 \text{ N})(0.940) + (8.0 \text{ N})(0.500) = 8.7 \text{ N}$$

Encuentre la componente de la fuerza neta que actúa sobre el disco en la dirección y:

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \text{ sen}(-20°) + F_2 \text{ sen } 60°$$
$$= (5.0 \text{ N})(-0.342) + (8.0 \text{ N})(0.866) = 5.2 \text{ N}$$

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes (ecuación 5.3) para encontrar las componentes x y y de la aceleración del disco:

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

Encuentre la magnitud de la aceleración:

$$a = \sqrt{(29 \text{ m/s}^2)^2 + (17 \text{ m/s}^2)^2} = \boxed{34 \text{ m/s}^2}$$

Localice la dirección de la aceleración en relación con el eje positivo x:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = \boxed{30°}$$

Finalizar Los vectores de la figura 5.4 se pueden sumar gráficamente para verificar lo razonable de la respuesta. Puesto que el vector aceleración es a lo largo de la dirección de la fuerza resultante, un dibujo que muestra el vector fuerza resultante ayuda a comprobar la validez de la respuesta. (¡Inténtelo!)

¿Qué pasaría si? Suponga que tres bastones de hockey golpean el disco simultáneamente, y dos de ellos ejercen las fuerzas que se muestran en la figura 5.4. El resultado de las tres fuerzas es que el disco de hockey *no* muestra aceleración. ¿Cuáles deben ser las componentes de la tercera fuerza?

Respuesta Si hay aceleración cero, la fuerza neta que actúa sobre el disco debe ser cero. En consecuencia, las tres fuerzas se deben cancelar. Se encontraron las componentes de la combinación de las primeras dos fuerzas. Las componentes de la tercera fuerza deben ser de igual magnitud y signo opuesto de modo que todas las componentes sumen cero. Por lo tanto, $F_{3x} = -8.7$ N, $F_{3y} = -5.2$ N.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.4

"Peso de un objeto"

Es familiar la frase cotidiana "el peso de un objeto". Sin embargo, el peso no es una propiedad inherente de un objeto; más bien, es una medida de la fuerza gravitacional entre el objeto y la Tierra (u otro planeta). Por lo tanto, el peso es una propiedad de un *sistema* de artículos: el objeto y la Tierra.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.5

El kilogramo no es una unidad de peso

Es posible que haya visto la "conversión" 1 kg = 2.2 lb. A pesar de las afirmaciones populares de peso expresadas en kilogramos, el kilogramo no es una unidad de *peso*, es una unidad de *masa*. El enunciado de conversión no es una igualdad; es una *equivalencia* que es válida sólo en la superficie de la Tierra.

5.5 Fuerza gravitacional y peso

Todos los objetos son atraídos hacia la Tierra. La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre un objeto se llama **fuerza gravitacional** $\vec{\mathbf{F}}_g$. Esta fuerza se dirige hacia el centro de la Tierra[3] y su magnitud se llama **peso** del objeto.

En la sección 2.6 se vio que un objeto en caída libre experimenta una aceleración $\vec{\mathbf{g}}$ que actúa hacia el centro de la Tierra. Al aplicar la segunda ley de Newton $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ a un objeto en caída libre de masa m, con $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$ y $\sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_g$ se obtiene

$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$$

Por lo tanto, el peso de un objeto, al definirse como la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_g$ es igual a mg:

$$F_g = mg \qquad \textbf{(5.6)}$$

Puesto que depende de g, el peso varía con la ubicación geográfica. Dado que g disminuye a medida que crece la distancia al centro de la Tierra, los objetos pesan menos a mayores altitudes que a nivel del mar. Por ejemplo, un bloque de ladrillos de 1 000 kg utilizado en la construcción del Empire State en Nueva York pesaba 9 800 N a nivel de la calle, pero pesaba alrededor de 1 N menos cuando se levantó del nivel de la acera hasta lo alto del edificio. Como otro ejemplo, suponga que un estudiante tiene una masa de 70.0 kg. El peso del estudiante en una ubicación donde $g = 9.80$ m/s^2 es 686 N (aproximadamente 150 lb). Sin embargo, en lo alto de una montaña, donde $g = 9.77$ m/s^2, el

[3] Este enunciado ignora que la distribución de masa de la Tierra no es perfectamente esférica.

peso del estudiante sólo es 684 N. En tal caso, si quiere perder peso sin someterse a dieta, ¡ascienda una montaña o pésese a 30 000 ft durante el vuelo de un avión!

La ecuación 5.6 cuantifica la fuerza gravitacional sobre el objeto, pero advierta que esta ecuación no requiere que el objeto se mueva. Incluso para un objeto fijo o para un objeto sobre el que actúan varias fuerzas, la ecuación 5.6 se puede aplicar para calcular la magnitud de la fuerza gravitacional. El resultado es un cambio sutil en la interpretación de m en la ecuación. La masa m en la ecuación 5.6 establece la intensidad de la atracción gravitacional entre el objeto y la Tierra. Este papel es por completo diferente del descrito antes para la masa: medir la resistencia al cambio en movimiento como respuesta a una fuerza externa. Por ende, la m en la ecuación 5.6 se llama **masa gravitacional**. Aun cuando esta cantidad sea diferente en comportamiento de la masa inercial, una de las conclusiones experimentales de la dinámica newtoniana es que la masa gravitacional y la masa inercial tienen el mismo valor.

Aunque esta discusión se enfocó en la fuerza gravitacional sobre un objeto debida a la Tierra, el concepto generalmente es válido en cualquier planeta. El valor de g variará de un planeta a otro, pero la magnitud de la fuerza gravitacional siempre será conocida por el valor de mg.

NASA

La unidad de sustentación de vida que lleva en la espalda el astronauta Edwin Aldrin pesaba 300 lb en la Tierra. Durante su entrenamiento, usó una mochila de 50 lb. Aunque esta estrategia simuló efectivamente el peso reducido que la unidad tendría en la Luna, no imitó correctamente la masa invariable. Fue difícil acelerar la unidad (acaso al saltar o dar vuelta súbitamente) en la Luna como en la Tierra.

Pregunta rápida 5.4 Suponga que habla por un teléfono interplanetario a un amigo que vive en la Luna. Él le dice que acaba de ganar un newton de oro en un concurso. Con excitación, ¡usted le dice que entró a la versión terrícola del mismo concurso y que también ganó un newton de oro! ¿Quién es más rico? a) Usted. b) Su amigo. c) Ambos son igualmente ricos.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.2 **¿Cuánto pesa en un elevador?**

Es muy que probable que usted haya estado en un elevador que acelera hacia arriba mientras se mueve a pisos superiores. En este caso, se siente más pesado. De hecho, si se para en una báscula en ese momento, la báscula mide una fuerza que tiene una magnitud mayor que su peso. Por lo tanto, tiene evidencia sensorial y medida que lo lleva a creer que es más pesado en esta situación. ¿*Es usted* más pesado?

SOLUCIÓN

No; su peso no cambia. Sus experiencias se deben al hecho de que está en un marco de referencia no inercial. Para proporcionar la aceleración ascendente, el suelo o la báscula deben ejercer sobre sus pies una fuerza hacia arriba que sea mayor en magnitud que su peso. Esta fuerza más grande que siente es la que interpreta como sentirse más pesado. La báscula lee esta fuerza ascendente, no su peso, y por eso su lectura aumenta.

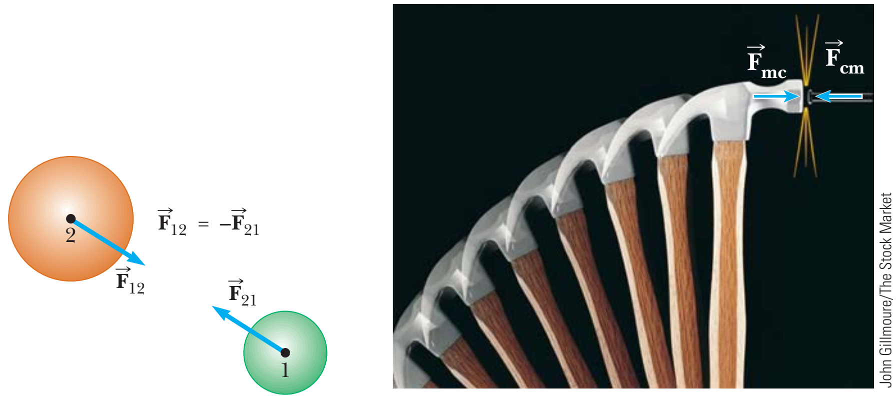
5.6 Tercera ley de Newton

Si usted presiona contra una esquina de este libro con la yema de los dedos, el libro lo empuja de vuelta y forma una pequeña marca en su piel. Si empuja más fuerte, el libro hace lo mismo y la marca en su piel es un poco más profunda. Esta simple actividad ilustra que las fuerzas son *interacciones* entre dos objetos: cuando su dedo empuja sobre el libro, el libro empuja de vuelta sobre su dedo. Este importante principio se conoce como **tercera ley de Newton**:

◄ Tercera ley de Newton

> Si dos objetos interactúan, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1:
>
> $$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21} \quad \textbf{(5.7)}$$

Cuando sea importante designar fuerzas como interacciones entre dos objetos, se usará esta notación de subíndices, donde $\vec{\mathbf{F}}_{ab}$ significa "la fuerza que se ejerce *por* a *sobre* b": la tercera ley se ilustra en la figura 5.5a. La fuerza que el objeto 1 ejerce sobre el objeto 2 se llama popularmente *fuerza de acción*, y la fuerza del objeto 2 sobre el objeto 1 se llama



a) b)

Figura 5.5 Tercera ley de Newton. a) La fuerza $\vec{F}_{12}$ que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{F}_{21}$ que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1. b) La fuerza $\vec{F}_{mc}$ que ejerce el martillo sobre el clavo es igual en magnitud y opuesta a la fuerza $\vec{F}_{cm}$ que ejerce el clavo sobre el martillo.

fuerza de reacción. Estos términos en cursivas no son términos científicos; además, cualquier fuerza se puede etiquetar como fuerza de acción o reacción. Estos términos se usarán por conveniencia. **En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos *diferentes* y deben ser del mismo tipo (gravitacional, eléctrica, etcétera).** Por ejemplo, la fuerza que actúa sobre un proyectil en caída libre es la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre el proyectil $\vec{F}_g = \vec{F}_{Tp}$ (T = Tierra, p = proyectil), y la magnitud de esta fuerza es mg. La reacción a esta fuerza es la fuerza gravitacional que ejerce el proyectil sobre la Tierra $\vec{F}_{pE} = -\vec{F}_{Tp}$. La fuerza de reacción $\vec{F}_{pT}$ debe acelerar a la Tierra hacia el proyectil tal como la fuerza de acción $\vec{F}_{Tp}$ acelera al proyectil hacia la Tierra. No obstante, puesto que la Tierra tiene una masa tan grande, su aceleración debida a esta fuerza de reacción es despreciablemente pequeña.

Otro ejemplo de la tercera ley de Newton se muestra en la figura 5.5b. La fuerza $\vec{F}_{mc}$ que ejerce el martillo sobre el clavo es igual en magnitud y opuesta a la fuerza $\vec{F}_{cm}$ que ejerce el clavo sobre el martillo. Esta última fuerza detiene el movimiento hacia adelante del martillo cuando golpea el clavo.

Considere un monitor de computadora en reposo sobre una mesa, como en la figura 5.6a. La fuerza de reacción a la fuerza gravitacional $\vec{F}_g = \vec{F}_{Tm}$ sobre el monitor es la fuerza $\vec{F}_{mT} = -\vec{F}_{Tm}$ que ejerce el monitor sobre la Tierra. El monitor no acelera porque lo sostiene la mesa. La mesa ejerce sobre el monitor una fuerza hacia arriba $\vec{n} = \vec{F}_{mm}$ llamada **fuerza normal**.[4] Esta fuerza, que evita que el monitor caiga a través de la mesa, puede tener cualquier valor necesario, hasta el punto de romper la mesa. Puesto que el monitor tiene aceleración cero, la segunda ley de Newton aplicada al monitor produce $\sum \vec{F} = \vec{n} + m\vec{g} = 0$, de modo que $n\hat{j} - mg\hat{j} = 0$, o $n = mg$. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional sobre el monitor, de modo que la fuerza neta sobre el monitor es cero. La fuerza de reacción a $\vec{n}$ es la fuerza que ejerce el monitor hacia abajo sobre la mesa, $\vec{F}_{mm} = -\vec{F}_{mm} = -\vec{n}$.

Fuerza normal ▶

Observe que las fuerzas que actúan sobre el monitor son $\vec{F}_g$ y $\vec{n}$, como se muestra en la figura 5.6b. Las dos fuerzas $\vec{F}_{mT}$ y $\vec{F}_{mm}$ se ejercen sobre objetos distintos del monitor.

La figura 5.6 ilustra un paso de suma importancia en la resolución de problemas que involucran fuerzas. La figura 5.6a muestra muchas de las fuerzas actuantes en la situación: las que actúan sobre el monitor, una que actúa sobre la mesa y otra que actúa sobre la Tierra. La figura 5.6b, en contraste, muestra sólo las fuerzas que actúan sobre *un objeto*, el monitor. Esta importante representación pictórica de la figura 5.6b se llama **diagrama de cuerpo libre**. Cuando se analiza un objeto sujeto a fuerzas, se tiene interés en la fuerza neta que actúa sobre un objeto, que se representarán como partícula. En consecuencia, un diagrama de cuerpo libre ayuda a aislar sólo aquellas fuerzas sobre el objeto y elimina

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.6

n* no siempre es igual a *mg

En la situación que se muestra en la figura 5.6 y en muchas otras, se encuentra que $n = mg$ (la fuerza normal tiene la misma magnitud que la fuerza gravitacional). Sin embargo, este resultado generalmente *no* es cierto. Si un objeto está en un plano inclinado, si hay fuerzas aplicadas con componentes verticales o si hay una aceleración vertical del sistema, por lo tanto $n \neq mg$. *Siempre* aplique la segunda ley de Newton para encontrar la relación entre n y mg.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.7

Tercera ley de Newton

Recuerde que las fuerzas de acción y reacción de la tercera ley de Newton actúan sobre objetos *diferentes*. Por ejemplo, en la figura 5.6, $\vec{n} = \vec{F}_{mm} = -m\vec{g} = -\vec{F}_{Tm}$. Las fuerzas $\vec{n}$ y $m\vec{g}$ son iguales en magnitud y opuestas en dirección, pero no representan un par acción-reacción porque ambas fuerzas actúan sobre el *mismo* objeto, el monitor.

[4] *Normal* en este contexto significa *perpendicular*.

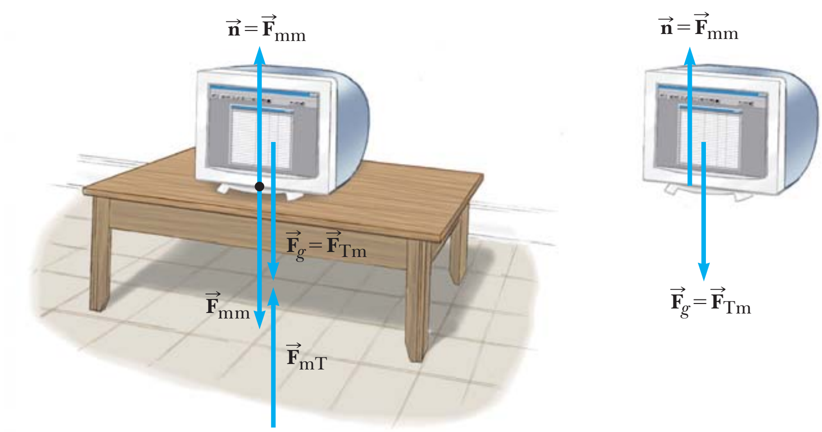


Figura 5.6 a) Cuando un monitor de computadora está en reposo sobre una mesa, las fuerzas que actúan sobre el monitor son la fuerza normal $\vec{n}$ y la fuerza gravitacional $\vec{F}_g$. La reacción a $\vec{n}$ es la fuerza $\vec{F}_{mm}$ que ejerce el monitor sobre la mesa. La reacción a $\vec{F}_g$ es la fuerza $\vec{F}_{Tm}$ que ejerce el monitor sobre la Tierra. b) Diagrama de cuerpo libre para el monitor.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.8
Diagrama de cuerpo libre

La etapa *más importante* en la resolución de un problema que utiliza las leyes de Newton es dibujar un bosquejo adecuado, el diagrama de cuerpo libre. Asegúrese de dibujar sólo aquellas fuerzas que actúan sobre el objeto que aísla. Dibuje *todas* las fuerzas que actúan sobre el objeto, incluida cualesquier fuerza de campo, como la fuerza gravitacional.

las otras fuerzas del análisis. Es posible simplificar este diagrama todavía más al representar el objeto (como el monitor) como una partícula al dibujar simplemente un punto.

Pregunta rápida 5.5 **i)** Si una mosca choca contra el parabrisas de un autobús moviéndose rápidamente, ¿cuál de los dos experimenta una fuerza de impacto con mayor magnitud? a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma fuerza. **ii)** ¿Cuál de los dos experimenta mayor aceleración? a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma aceleración.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.3 **Tú me empujas y yo te empujo**

Un hombre grande y un niño pequeño están de pie, uno frente al otro sobre hielo sin fricción. Juntan sus manos y se empujan mutuamente de modo que se separan.

A) ¿Quién se aleja con mayor rapidez?

SOLUCIÓN

Esta situación es similar a la que se vio en la pregunta rápida 5.5. De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza que ejerce el hombre sobre el niño y la fuerza que ejerce el niño sobre el hombre son un par de fuerzas de la tercera ley, de modo que deben ser iguales en magnitud. (Una báscula colocada entre sus manos leería lo mismo, sin importar de cuál lado esté.) En consecuencia, el niño, que tiene la masa más pequeña, experimenta mayor aceleración. Ambos individuos aceleran durante la misma cantidad de tiempo, pero la mayor aceleración del niño en este intervalo de tiempo resulta en que su movimiento de alejamiento de la interacción es con mayor rapidez.

B) ¿Quién se aleja más mientras sus manos están en contacto?

SOLUCIÓN

Puesto que el niño tiene la mayor aceleración y en consecuencia la mayor velocidad promedio, se aleja más que el hombre durante el intervalo de tiempo mientras que sus manos están en contacto.

5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton

En esta sección se discuten dos modelos de análisis para resolver problemas en que los objetos están en equilibrio ($\vec{a} = 0$) o aceleran a lo largo de una línea recta bajo la acción de fuerzas externas constantes. Recuerde que, **cuando las leyes de Newton se aplican a un objeto, se tiene interés sólo en las fuerzas externas que actúan sobre el objeto**. Si se representan los objetos como partículas, no necesita preocuparse por el movimiento rota-

Los escaladores en reposo están en equilibrio y para su seguridad dependen de las fuerzas de tensión sobre las cuerdas.

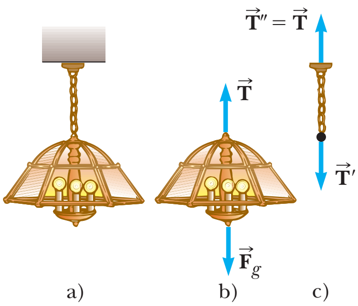


Figura 5.7 a) Una lámpara suspendida del techo mediante una cadena de masa despreciable. b) Las fuerzas que actúan sobre la lámpara son la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$ y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cadena. c) Las fuerzas que actúan sobre la cadena son la fuerza $\vec{\mathbf{T}}'$ que ejerce la lámpara y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}''$ que ejerce el techo.

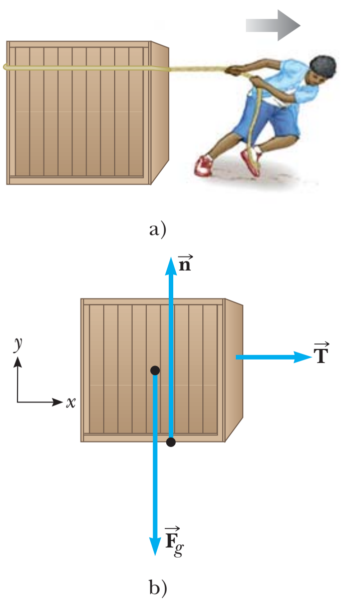


Figura 5.8 a) Una caja que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre que representa las fuerzas externas que actúan sobre la caja.

cional. Por ahora, también se desprecian los efectos de la fricción en aquellos problemas que involucran movimiento, que es equivalente a afirmar que la superficie *no tiene fricción*. (La fuerza de fricción se discute en la sección 5.8.)

Por lo general se ignora la masa de cualquier soga, cuerda o cable involucrado. En esta aproximación, la magnitud de la fuerza que ejerce cualquier elemento de la soga sobre el elemento adyacente es la misma para todos los elementos a lo largo de la soga. En los enunciados de problema, los términos sinónimos *ligero* o *de masa despreciable* se usan para indicar que una masa se ignorará cuando trabaje los problemas. Cuando una soga unida a un objeto jala sobre el objeto, la soga ejerce una fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ sobre el objeto en una dirección que se aleja del objeto, paralela a la soga. La magnitud T de dicha fuerza se llama **tensión** en la soga. Puesto que es la magnitud de una cantidad vectorial, la tensión es una cantidad escalar.

Partícula en equilibrio

Si la aceleración de un objeto representado como partícula es cero, el objeto se considera con el modelo de **partícula en equilibrio**. En este modelo, la fuerza neta sobre el objeto es cero:

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = 0 \tag{5.8}$$

Considere una lámpara suspendida de una cadena ligera unida al techo, como en la figura 5.7a. El diagrama de cuerpo libre para la lámpara (figura 5.7b) muestra que las fuerzas que actúan sobre la lámpara son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_g$ y la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cadena. Puesto que no hay fuerzas en la dirección x, $\sum F_x = 0$ no proporciona información útil. La condición $\sum F_y = 0$ produce

$$\sum F_y = T - F_g = 0 \quad \text{o} \quad T = F_g$$

De nuevo, advierta que $\vec{\mathbf{T}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_g$ *no* son un par acción–reacción porque actúan sobre el mismo objeto, la lámpara. La fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{T}}$ es $\vec{\mathbf{T}}'$, la fuerza hacia abajo que ejerce la lámpara sobre la cadena, como se muestra en la figura 5.7c. Dado que la cadena es una partícula en equilibrio, el techo debe ejercer sobre la cadena una fuerza $\vec{\mathbf{T}}''$ que es igual en magnitud a la magnitud de $\vec{\mathbf{T}}'$ y apunta en la dirección opuesta.

Partícula bajo una fuerza neta

Si un objeto experimenta una aceleración, su movimiento se puede analizar con el modelo de **partícula bajo una fuerza neta**. La ecuación apropiada para este modelo es la segunda ley de Newton, ecuación 5.2. Considere una caja que se jala hacia la derecha sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura 5.8a. Suponga que quiere encontrar la aceleración de la caja y la fuerza que el suelo ejerce sobre ella. Las fuerzas que actúan sobre la caja se ilustran en el diagrama de cuerpo libre de la figura 5.8b. Note que la fuerza horizontal $\vec{\mathbf{T}}$ que se aplica a la caja actúa a través de la soga. La magnitud de $\vec{\mathbf{T}}$ es igual a la tensión en la soga. Además de la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$, el diagrama de cuerpo libre para la caja incluye la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$ y la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ que ejerce el suelo sobre la caja.

Ahora se puede aplicar la segunda ley de Newton en forma de componentes para la caja. La única fuerza que actúa en la dirección x es $\vec{\mathbf{T}}$. Al aplicar $\sum F_x = ma_x$ al movimiento horizontal se obtiene

$$\sum F_x = T = ma_x \quad \text{o} \quad a_x = \frac{T}{m}$$

En la dirección y no se presenta aceleración porque la caja sólo se mueve horizontalmente. En consecuencia, se usa el modelo de partícula en equilibrio en la dirección y. Al aplicar la componente y de la ecuación 5.8 se produce

$$\sum F_y = n + (-F_g) = 0 \quad \text{o} \quad n = F_g$$

Esto es, la fuerza normal tiene la misma magnitud que la fuerza gravitacional pero actúa en la dirección opuesta.

Si $\vec{\mathbf{T}}$ es una fuerza constante, la aceleración $a_x = T/m$ también es constante. Por tanto, la caja también se representa como una partícula bajo aceleración constante en la dirección x, y se puede aplicar la ecuación de cinemática del capítulo 2 para obtener la posición x y velocidad v_x de la caja como funciones del tiempo.

En la situación recién descrita, la magnitud de la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ es igual a la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_g$, pero esto no siempre es el caso. Por ejemplo, suponga que un libro se encuentra sobre una mesa y usted empuja hacia abajo sobre el libro con una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$, como en la figura 5.9. Ya que el libro está en reposo y debido a eso no acelera, $\Sigma F_y = 0$, lo que da $n - F_g - F = 0$ o $n = F_g + F$. En esta situación, la fuerza normal es *mayor* que la fuerza gravitacional. Más adelante se presentan otros ejemplos en los que $n \neq F_g$.

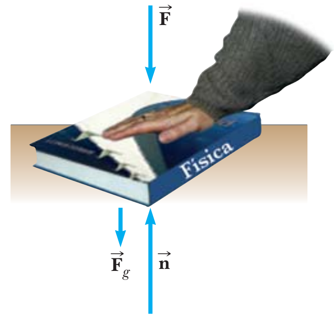


Figura 5.9 Cuando una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ empuja verticalmente hacia abajo sobre otro objeto, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ sobre el objeto es mayor que la fuerza gravitacional: $n = F_g + F$.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — Aplicación de las leyes de Newton

Se propone el procedimiento que sigue cuando se relaciona con problemas que involucran leyes de Newton:

1. *Conceptualizar.* Dibuje un diagrama simple y nítido del sistema. El diagrama ayuda a constituir la representación mental. Para cada objeto en el sistema establecer ejes coordenados convenientes.
2. *Categorizar.* Si un componente de aceleración para un objeto es cero, el objeto se representa como una partícula en equilibrio en esta dirección y $\Sigma F = 0$. Si no, el objeto se representa como una partícula bajo una fuerza neta en esta dirección y $\Sigma F = ma$.
3. *Analizar.* Aísle el objeto cuyo movimiento se analizará. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para este objeto. Para sistemas que contengan más de un objeto, dibuje *por separado* diagramas de cuerpo libre para cada objeto. En el diagrama de cuerpo libre *no* incluya fuerzas que el objeto ejerce sobre su entorno.

   Encuentre las componentes de las fuerzas a lo largo de los ejes coordenados. Aplique el modelo apropiado de la etapa Categorizar para cada dirección. Compruebe sus dimensiones para asegurarse de que todos los términos tienen unidades de fuerza.

   Resuelva las ecuaciones por componentes para las incógnitas. Recuerde que debe tener tantas ecuaciones independientes como incógnitas para obtener una solución completa.
4. *Finalizar.* Confirme que sus resultados sean consistentes con el diagrama de cuerpo libre. También compruebe las predicciones de sus soluciones para valores extremos de las variables. Al hacerlo, con frecuencia puede detectar errores en sus resultados.

EJEMPLO 5.4 Un semáforo en reposo

Un semáforo que pesa 122 N cuelga de un cable unido a otros dos cables sostenidos a un soporte como en la figura 5.10a. Los cables superiores forman ángulos de 37.0° y 53.0° con la horizontal. Estos cables superiores no son tan fuertes como el cable vertical y se romperán si la tensión en ellos supera los 100 N. ¿El semáforo permanecerá colgado en esta situación, o alguno de los cables se romperá?

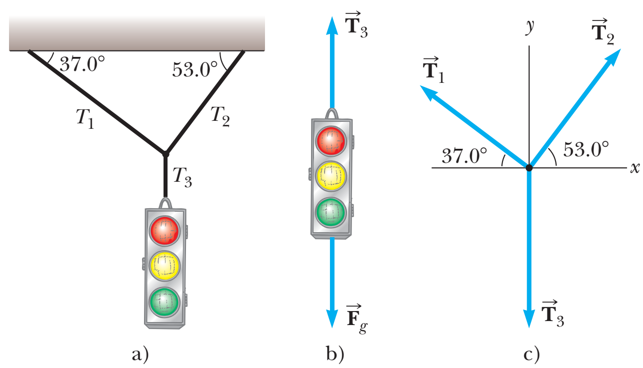


Figura 5.10 (Ejemplo 5.4) a) Un semáforo suspendido por cables. b) Diagrama de cuerpo libre del semáforo. c) Diagrama de cuerpo libre del nudo donde se juntan los tres cables.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Examine el dibujo de la figura 5.10a. Suponga que los cables no se rompen y que nada se mueve.

Categorizar Si nada se mueve, ninguna parte del sistema acelera. Ahora puede representar el semáforo como una partícula en equilibrio sobre la que se ejerce una fuerza neta de cero. De igual modo, la fuerza neta sobre el nudo (figura 5.10c) es cero.

Analizar Construya dos diagramas de cuerpo libre: uno para el semáforo, que se muestra en la figura 5.10b, y otro para el nudo que mantiene juntos los tres cables, que se muestra en la figura 5.10c. Este nudo es un objeto conveniente a elegir porque todas las fuerzas de interés actúan a lo largo de líneas que pasan a través del nudo.

Aplique la ecuación 5.8 para el semáforo en la dirección *y*:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad T_3 - F_g = 0$$

$$T_3 = F_g = 122 \text{ N}$$

Elija los ejes coordenados como se muestra en la figura 5.10c y descomponer en sus componentes las fuerzas que actúan en el nudo:

Fuerza	Componente *x*	Componente *y*
$\vec{\mathbf{T}}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \text{ sen } 37.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \text{ sen } 53.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_3$	0	-122 N

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al nudo:

$$1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$$

$$2) \quad \sum F_y = T_1 \text{ sen } 37.0° + T_2 \text{ sen } 53.0° + (-122 \text{ N}) = 0$$

La ecuación 1) muestra que las componentes horizontales de $\vec{\mathbf{T}}_1$ y $\vec{\mathbf{T}}_2$ deben ser iguales en magnitud, y la ecuación 2) indica que la suma de las componentes verticales de $\vec{\mathbf{T}}_1$ y $\vec{\mathbf{T}}_2$ deben equilibrar la fuerza hacia abajo $\vec{\mathbf{T}}_3$, que es igual en magnitud al peso del semáforo.

Resuelva la ecuación 1) para T_2 en términos de T_1:

$$3) \quad T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33T_1$$

Sustituya este valor para T_2 en la ecuación 2):

$$T_1 \text{ sen } 37.0° + (1.33T_1)(\text{sen } 53.0°) - 122 \text{ N} = 0$$

$$T_1 = 73.4 \text{ N}$$

$$T_2 = 1.33T_1 = 97.4 \text{ N}$$

Ambos valores son menores que 100 N (apenas para T_2), de modo que los cables no se romperán.

Finalizar Finalice este problema al imaginar un cambio en el sistema, como el siguiente **¿Qué pasaría si?**

¿Qué pasaría si? Suponga que los dos ángulos de la figura 5.10a son iguales. ¿Cuál sería la correspondencia entre T_1 y T_2?

Respuesta Se puede argumentar a partir de la simetría del problema que las dos tensiones T_1 y T_2 serían iguales entre sí. Matemáticamente, si los ángulos iguales se llaman θ, la ecuación 3) se convierte en

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta}\right) = T_1$$

que también dice que las tensiones son iguales. Sin saber el valor específico de θ, no se pueden encontrar los valores de T_1 y T_2. Sin embargo, las tensiones serán iguales entre sí, sin importar el valor de θ.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.5 Fuerzas entre vagones en un tren

Los vagones de tren se conectan mediante *enganches*, que están bajo tensión conforme la locomotora jala el tren. Imagine que usted está en un tren que aumenta velocidad con aceleración constante. A medida que se mueve a lo largo del tren desde la locomotora hacia el último vagón, midiendo la tensión en cada conjunto de enganches, ¿la tensión aumenta, disminuye o permanece igual? Cuando el ingeniero aplica los frenos, los enganches están bajo compresión. ¿Cómo varía esta fuerza de compresión desde la locomotora hasta el último vagón? (Suponga que sólo se aplican los frenos en las ruedas de la máquina.)

SOLUCIÓN

Conforme el tren aumenta la velocidad, la tensión disminuye desde el frente del tren hasta la parte trasera. El enganche entre la locomotora y el primer vagón debe aplicar suficiente fuerza para acelerar el resto de los vagones. A medida que se mueve a lo largo del tren, cada enganche acelera menos masa detrás de él. El último enganche tiene que acelerar sólo al último vagón y por lo tanto está bajo menos tensión. Cuando se aplican los frenos, la fuerza nuevamente disminuye desde el frente a la parte trasera. El enganche que conecta la locomotora con el primer vagón debe aplicar una gran fuerza para frenar el resto de los vagones, pero el enganche final debe aplicar una fuerza suficientemente grande para frenar sólo al último vagón.

EJEMPLO 5.6 El auto que escapa

Un automóvil de masa m está sobre un camino cubierto con hielo inclinada en un ángulo θ, como en la figura 5.11a.

A) Encuentre la aceleración del automóvil, si supone que la pista no tiene fricción.

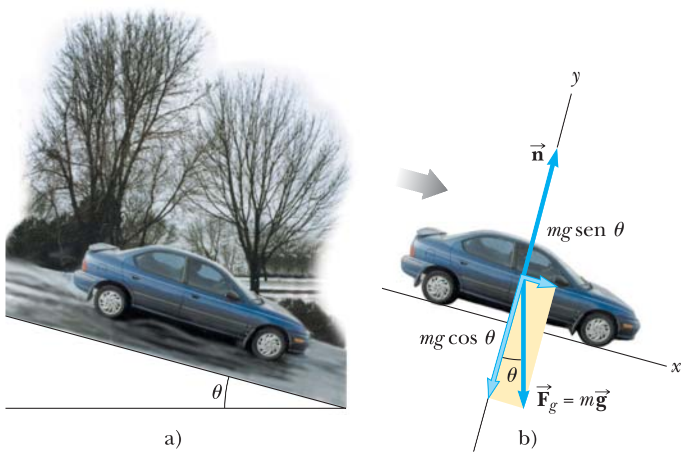


Figura 5.11 (Ejemplo 5.6) a) Un automóvil de masa m sobre un plano inclinado sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre para el automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Use la figura 5.11a para formar ideas de la situación. A partir de la experiencia cotidiana, se sabe que un automóvil sobre un plano inclinado cubierto con hielo acelerará hacia abajo por el plano. (Lo mismo le sucede a un automóvil sin frenos en una colina.)

Categorizar El automóvil se clasifica como una partícula bajo una fuerza neta. Además, este problema pertenece a una categoría de problemas muy común en la que un objeto se mueve bajo la influencia de la gravedad sobre un plano inclinado.

Analizar La figura 5.11b muestra el diagrama de cuerpo libre del automóvil. Las únicas fuerzas que actúan sobre el automóvil son la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ que ejerce el plano inclinado, que actúa perpendicular al plano, y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$, que actúa verticalmente hacia abajo. Para problemas que involucran planos inclinados, es conveniente elegir los ejes coordenados con x a lo largo del plano y y perpendicular a él, como en la figura 5.11b. (Es posible, aunque inconveniente, resolver el problema con ejes horizontal y vertical "normal". Tal vez quiera intentarlo, sólo para practicar.) Con estos ejes, represente la fuerza gravitacional mediante una componente de magnitud mg sen θ a lo largo del eje x positivo y otra de magnitud mg cos θ a lo largo del eje y negativo.

Al aplicar la segunda ley de Newton al automóvil en forma de componentes, y notar que $a_y = 0$:

1) $$\sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta = ma_x$$

2) $$\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

Resuelva la ecuación 1) para a_x:

3) $$a_x = \boxed{g \operatorname{sen} \theta}$$

Finalizar La elección de ejes que resulta en el automóvil se representa como una partícula bajo una fuerza neta en la dirección x y una partícula en equilibrio en la dirección y. Además, ¡la componente aceleración a_x es independiente de la masa del automóvil! Sólo depende del ángulo de inclinación y de g.

De la ecuación 2) se concluye que la componente de $\vec{\mathbf{F}}_g$ perpendicular al plano se equilibra mediante la fuerza normal; esto es, $n = mg\cos\theta$. Esta situación es otro caso en el que la fuerza normal *no* es igual en magnitud al peso del objeto.

B) Considere que el automóvil se libera desde el reposo en lo alto del plano y que la distancia desde la defensa frontal del automóvil hasta el fondo del plano inclinado es d. ¿Cuánto tarda la defensa frontal en llegar al fondo de la colina, y cuál es la rapidez del automóvil cuando llega ahí?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que el automóvil se desliza por la colina y que usa un cronómetro para medir todo el intervalo de tiempo hasta que llega al fondo.

Categorizar Esta parte del problema pertenece a cinemática más que a dinámica, y la ecuación 3) muestra que la aceleración a_x es constante. Por lo tanto, debe clasificar al automóvil en este inciso del problema como una partícula bajo aceleración constante.

Analizar Al definir la posición inicial de la defensa frontal como $x_i = 0$ y su posición final como $x_f = d$, y reconocer que $v_{xi} = 0$, aplique la ecuación 2.16, $x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$:

$$d = \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

Resuelva para t:

$$4) \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \boxed{\sqrt{\frac{2d}{g\,\text{sen}\,\theta}}}$$

Aplique la ecuación 2.17, con $v_{xi} = 0$ para encontrar la velocidad final del automóvil:

$$v_{xf}^{\,2} = 2a_x d$$

$$5) \quad v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \boxed{\sqrt{2gd\,\text{sen}\,\theta}}$$

Finalizar De las ecuaciones 4) y 5) se ve que el tiempo t al que el automóvil alcanza el fondo y su rapidez final v_{xf} son independientes de la masa del automóvil, como lo fue su aceleración. Note que, en este ejemplo, se combinaron técnicas del capítulo 2 con nuevas técnicas de este capítulo. A medida que aprenda más técnicas en capítulos posteriores, este proceso de combinar información proveniente de varias partes del libro ocurrirá con más frecuencia. En estos casos, use la *Estrategia general para resolver problemas* para auxiliarse a identificar qué modelos de análisis necesitará.

¿Qué pasaría si? ¿En qué problema resuelto anteriormente se convierte esta situación si $\theta = 90°$?

Respuesta Imagine que θ va a 90° en la figura 5.11. El plano inclinado se vuelve vertical, ¡y el automóvil es un objeto en caída libre! La ecuación 3) se convierte en

$$a_x = g\,\text{sen}\,\theta = g\,\text{sen}\,90° = g$$

que de hecho es la aceleración de caída libre. (Se encuentra $a_x = g$ en lugar de $a_x = -g$ porque la x positiva se eligió hacia abajo en la figura 5.11.) Note también que la condición $n = mg\cos\theta$ produce $n = mg\cos 90° = 0$. Esto es consistente con el automóvil que cae *junto al* plano vertical, en cuyo caso no hay fuerza de contacto entre el automóvil y el plano.

EJEMPLO 5.7 Un bloque empuja a otro

Dos bloques de masas m_1 y m_2, con $m_1 > m_2$, se colocan en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura 5.12a. Una fuerza horizontal constante $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica a m_1 como se muestra.

A) Encuentre la magnitud de la aceleración del sistema.

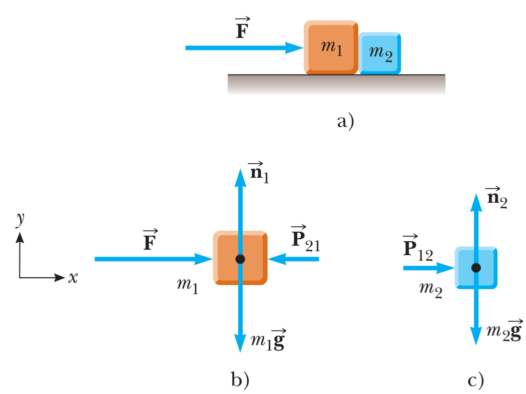


Figura 5.12 (Ejemplo 5.7). a) Se aplica una fuerza se a un bloque de masa m_1, que empuja a un segundo bloque de masa m_2. b) Diagrama de cuerpo libre para m_1. c) Diagrama de cuerpo libre para m_2.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Elabore ideas de la situación mediante la figura 5.12a y observe que ambos bloques deben experimentar la *misma* aceleración porque están en contacto mutuo y permanecen en contacto por todo el movimiento.

Categorizar Este problema se clasifica como una partícula bajo una fuerza neta porque se aplica una fuerza a un sistema de bloques y se busca la aceleración del sistema.

Analizar Primero represente la combinación de los dos bloques como una sola partícula. Aplique la segunda ley de Newton a la combinación:

$$\sum F_x = F = (m_1 + m_2)a_x$$

$$1) \quad a_x = \boxed{\frac{F}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar La aceleración conocida por la ecuación 1) es la misma que la de un solo objeto de masa $m_1 + m_2$ y sometida a la misma fuerza.

B) Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La fuerza de contacto es interna al sistema de los dos bloques. Por lo tanto, no es posible hallar la fuerza al representar el sistema como un todo (los dos bloques) en una sola partícula.

Categorizar Considere ahora cada uno de los dos bloques de manera individual al clasificar cada uno como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Construya primero un diagrama de cuerpo libre para cada bloque, como se muestra en las figuras 5.12b y 5.12c, donde la fuerza de contacto se denota $\vec{\mathbf{P}}$. A partir de la figura 5.12c se ve que la única fuerza horizontal que actúa sobre m_2 es la fuerza de contacto $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ (la fuerza que ejerce m_1 sobre m_2), que se dirige hacia la derecha.

Aplique la segunda ley de Newton a m_2:

$$2)\quad \sum F_x = P_{12} = m_2 a_x$$

Sustituya el valor de la aceleración a_x que proporciona la ecuación 1) en la ecuación 2):

$$3)\quad P_{12} = m_2 a_x = \boxed{\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)F}$$

Finalizar Este resultado muestra que la fuerza de contacto P_{12} es *menor* que la fuerza aplicada F. La fuerza que se requiere para acelerar el bloque 2 debe ser menor que la fuerza requerida para producir la misma aceleración para el sistema de dos bloques.

Para finalizar, compruebe esta expresión para P_{12} al considerar las fuerzas que actúan sobre m_1, que se muestran en la figura 5.12b. Las fuerzas que actúan horizontales sobre m_1 son la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ hacia la derecha y la fuerza de contacto $\vec{\mathbf{P}}_{21}$ hacia la izquierda (la fuerza que ejerce m_2 sobre m_1). A partir de la tercera ley de Newton, $\vec{\mathbf{P}}_{21}$ es la fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{P}}_{12}$, de modo que $P_{21} = P_{12}$.

Aplique la segunda ley de Newton a m_1:

$$4)\quad \sum F_x = F - P_{21} = F - P_{12} = m_1 a_x$$

Resuelva para P_{12} y sustituya el valor de a_x de la ecuación 1):

$$P_{12} = F - m_1 a_x = F - m_1\left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right) = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)F$$

Este resultado concuerda con la ecuación 3), como debe ser.

¿Qué pasaría si? Imagine que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ en la figura 5.12 se aplica hacia la izquierda en el bloque derecho de masa m_2. ¿La magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ es la misma que cuando la fuerza se aplicó hacia la derecha sobre m_1?

Respuesta Cuando la fuerza se aplica hacia la izquierda sobre m_2, la fuerza de contacto debe acelerar m_1. En la situación original, la fuerza de contacto acelera m_2. Puesto que $m_1 > m_2$, se requiere más fuerza, de modo que la magnitud de $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ es mayor que en la situación original.

EJEMPLO 5.8 Peso de un pescado en un elevador

Una persona pesa un pescado de masa m en una balanza de resorte unida al techo de un elevador, como se ilustra en la figura 5.13.

A) Muestre que, si el elevador acelera ya sea hacia arriba o hacia abajo, la balanza de resorte da una lectura que es diferente del peso del pescado.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La lectura en la balanza se relaciona con la extensión del resorte en la balanza, que depende de la fuerza en el extremo del resorte, como en la figura 5.2. Imagine que el pescado cuelga de una cuerda unida al extremo del resorte. En este caso, la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el resorte es igual a la tensión T en la cuerda.

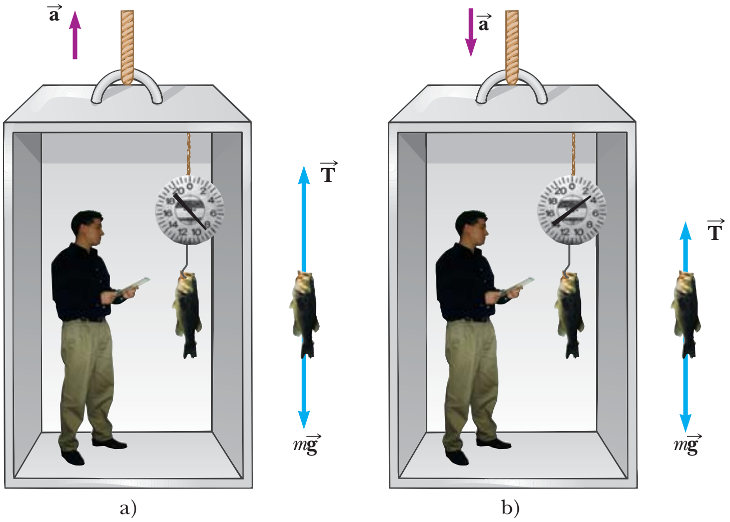


Figura 5.13 (Ejemplo 5.8) Peso aparente contra peso real. a) Cuando el elevador acelera hacia arriba, la lectura en la balanza de resorte proporciona un valor mayor que el peso del pescado. b) Cuando el elevador acelera hacia abajo, la lectura en la balanza de resorte proporciona un valor menor que el peso del pescado.

Por lo tanto, se busca T. La fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ jala hacia abajo en la cuerda y hacia arriba en el pescado.

Categorizar Este problema se clasifica al considerar al pescado como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Inspeccione los diagramas de cuerpo libre para el pescado en la figura 5.13 y advierta que las fuerzas externas que actúan sobre el pescado son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda. Si el elevador está en reposo o moviéndose con velocidad constante, el pescado es una partícula en equilibrio, de modo que $\Sigma F_y = T - F_g = 0$ o $T = F_g = mg$. (Recuerde que el escalar mg es el peso del pescado.)

Ahora suponga que el elevador se mueve con una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ en relación con un observador que está de pie afuera del elevador en un marco inercial (véase la figura 5.13). Ahora el pescado es una partícula bajo una fuerza neta.

Aplique la segunda ley de Newton al pescado:

$$\sum F_y = T - mg = ma_y$$

Resuelva para T:

$$1)\quad T = ma_y + mg = mg\left(\frac{a_y}{g} + 1\right) = F_g\left(\frac{a_y}{g} + 1\right)$$

donde se eligió hacia arriba como la dirección y positiva. Se concluye de la ecuación 1) que la lectura en la balanza de T es mayor que el peso del pescado mg si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia arriba, de modo que a_y es positiva, y que la lectura es menor que mg si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia abajo, de modo que a_y es negativa.

B) Evalúe las lecturas en la balanza para un pescado de 40.0 N si el elevador se traslada con una aceleración $a_y = \pm 2.00\ \text{m/s}^2$.

Evalúe la lectura en la balanza a partir de la ecuación 1) si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia arriba:

$$T = (40.0\ \text{N})\left(\frac{2.00\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2} + 1\right) = \boxed{48.2\ \text{N}}$$

Evalúe la lectura en la balanza a partir de la ecuación 1) si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia abajo:

$$T = (40.0\ \text{N})\left(\frac{-2.00\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2} + 1\right) = \boxed{31.8\ \text{N}}$$

Finalizar Considere esta opinión: si compra un pescado en un elevador, ¡asegúrese de que el pescado se pesa mientras el elevador está en reposo o en aceleración hacia abajo! Además, note que, a partir de la información que se proporciona en este caso, uno no puede determinar la dirección de movimiento del elevador.

¿Qué pasaría si? Suponga que el cable del elevador se rompe y el elevador y su contenido están en caída libre. ¿Qué sucede con la lectura de la balanza?

Respuesta Si el elevador está en caída libre, su aceleración es $a_y = -g$. De la ecuación 1) se ve que la lectura de la balanza de T en este caso es cero; esto es; el pescado *parece* no tener peso.

EJEMPLO 5.9 La máquina de Atwood

Cuando dos objetos de masas distintas cuelgan verticalmente sobre una polea sin fricción de masa despreciable, como en la figura 5.14a, el dispositivo se llama *máquina de Atwood*. Se usa a veces en el laboratorio para calcular el valor de g. Determine la magnitud de la aceleración de dos objetos y la tensión en la cuerda sin peso.

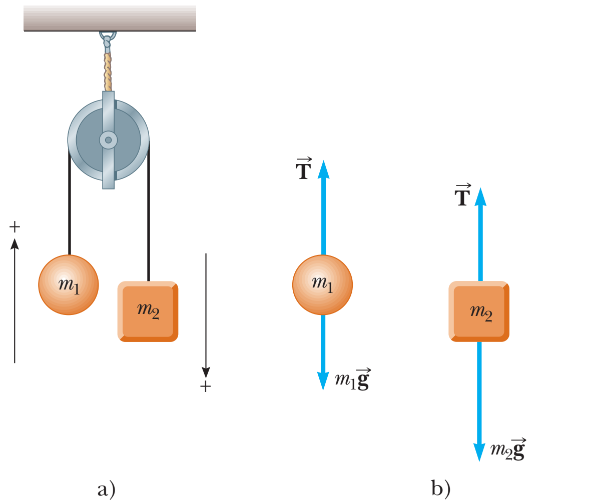


Figura 5.14 (Ejemplo 5.9) La máquina de Atwood. a) Dos objetos conectados mediante una cuerda inextensible sin masa sobre una polea sin fricción. b) Diagramas de cuerpo libre para los dos objetos.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine en acción la situación que se muestra en la figura 5.14a: conforme un objeto se mueve hacia arriba, el otro objeto se mueve hacia abajo. Puesto que los objetos están conectados mediante una cuerda inextensible, sus aceleraciones son de igual magnitud.

Categorizar Los objetos en la máquina de Atwood están sometidos a la fuerza gravitacional, así como a las fuerzas que se ejercen mediante las cuerdas conectadas a ellos. Por lo tanto, este problema se clasifica como uno que involucra dos partículas bajo una fuerza neta.

Analizar En la figura 5.14b se muestran los diagramas de cuerpo libre para los dos objetos. En cada objeto actúan dos fuerzas: la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda y la fuerza gravitacional hacia abajo. En problemas como éste, con una polea se representa sin masa y sin fricción, la tensión en la cuerda sobre ambos lados de la polea es la misma. Si la polea tiene masa o es dependiente de la fricción, las tensiones en cualquier lado no son las mismas y la situación requiere técnicas que se aprenderán en el capítulo 10.

Debe tener mucho cuidado con los signos en problemas como éste. En la figura 5.14a, note que, si el objeto 1 acelera hacia arriba, el objeto 2 acelera hacia abajo. Por lo tanto, por consistencia con los signos, si se define la dirección hacia arriba como positiva para el objeto 1, se debe definir la dirección hacia abajo como positiva para el objeto 2. Con esta convención de signos, ambos objetos aceleran en la misma dirección, que se define por la elección de signo. Además, de acuerdo con esta convención de signos, la componente y de la fuerza neta que se ejerce sobre el objeto 1 es $T - m_1g$, y la componente y de la fuerza neta que se ejerce sobre el objeto 2 es $m_2g - T$.

Aplique la segunda ley de Newton al objeto 1:

$$1)\quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

Ahora al objeto 2:

$$2)\quad \sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

Sume la ecuación 2) con la ecuación 1) y advierta que T se cancela:

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

Resuelva para la aceleración:

$$3)\quad a_y = \boxed{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g}$$

Sustituya la ecuación 3) en la ecuación 1) para encontrar T:

$$4)\quad T = m_1(g + a_y) = \boxed{\left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g}$$

Finalizar La aceleración conocida por la ecuación 3) se interpreta como la relación de la magnitud de la fuerza desequilibrada en el sistema $(m_2 - m_1)g$ a la masa total del sistema $(m_1 + m_2)$, como se espera de la segunda ley de Newton. Note que el signo de la aceleración depende de las masas relativas de los dos objetos.

¿Qué pasaría si? Describa el movimiento del sistema si los objetos tienen masas iguales, es decir, $m_1 = m_2$.

Respuesta Si se tiene la misma masa en ambos lados, el sistema está en equilibrio y no debe acelerar. Matemáticamente, se ve que, si $m_1 = m_2$, la ecuación 3) produce $a_y = 0$.

¿Qué pasaría si? ¿Si una de las masas es mucho más grande que la otra: $m_1 >> m_2$?

Respuesta En el caso en el que una masa es infinitamente mayor que la otra, se puede ignorar el efecto de la masa más pequeña. En tal caso, la masa mayor simplemente debe caer como si la masa más pequeña no estuviese ahí. Es claro que, si $m_1 >> m_2$, la ecuación 3) produce $a_y = -g$.

EJEMPLO 5.10 Aceleración de dos objetos conectados mediante una cuerda

Una bola de masa m_1 y un bloque de masa m_2 se unen mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción de masa despreciable, como en la figura 5.15a. El bloque se encuentra sobre un plano inclinado sin fricción de ángulo θ. Encuentre la magnitud de la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

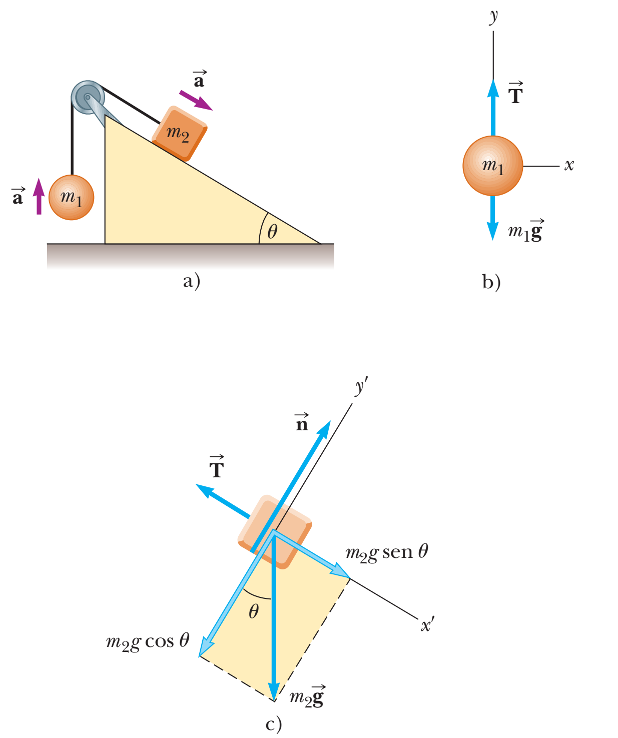


Figura 5.15 (Ejemplo 5.10). a) Dos objetos conectados mediante una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre para la bola. c) Diagrama de cuerpo libre para el bloque. (El plano inclinado no tiene fricción.)

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que los objetos de la figura 5.15 están en movimiento. Si m_2 se mueve hacia abajo del plano, m_1 se mueve hacia arriba. Puesto que los objetos están conectados mediante una cuerda (la cual se supone que no se estira), sus aceleraciones tienen la misma magnitud.

Categorizar Es posible identificar las fuerzas en cada uno de los dos objetos y se busca una aceleración, de modo que los objetos se clasifican como partículas bajo una fuerza neta.

Analizar Considere los diagramas de cuerpo libre que se muestran en las figuras 5.15b y 5.15c.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la bola, y elija la dirección hacia arriba como positiva:

$$1)\quad \sum F_x = 0$$

$$2)\quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

Para que la bola acelere hacia arriba, es necesario que $T > m_1 g$. En la ecuación 2), sustituya a_y con a porque la aceleración sólo tiene un componente y.

Para el bloque es conveniente elegir el eje x' positivo a lo largo del plano inclinado, como en la figura 5.15c. Por consistencia con la elección para la bola, se elige la dirección positiva hacia abajo en el plano.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes al bloque:

$$3)\quad \sum F_{x'} = m_2 g \operatorname{sen} \theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$4)\quad \sum F_{y'} = n - m_2 g \cos \theta = 0$$

En la ecuación 3), sustituya $a_{x'}$ con a porque los dos objetos tienen aceleraciones de igual magnitud a.

Resuelva la ecuación 2) para T:

$$5)\quad T = m_1(g + a)$$

Sustituya esta expresión para T en la ecuación 3):

$$m_2 g \operatorname{sen} \theta - m_1(g + a) = m_2 a$$

Resuelva para a:

$$6)\quad a = \boxed{\frac{m_2 g \operatorname{sen} \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}}$$

Sustituya esta expresión para a en la ecuación 5) para encontrar T:

$$7)\quad T = \boxed{\frac{m_1 m_2 g\,(\operatorname{sen} \theta + 1)}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar El bloque acelera hacia abajo en el plano sólo si m_2 sen $\theta > m_1$. Si $m_1 > m_2$ sen θ, la aceleración es hacia arriba del plano para el bloque y hacia abajo para la bola. Note también que el resultado para la aceleración, ecuación 6), se puede interpretar como la magnitud de la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema bola–bloque dividido entre la masa total del sistema; este resultado es consistente con la segunda ley de Newton.

¿Qué pasaría si? ¿Qué ocurre en esta situación si $\theta = 90°$?

Respuesta Si $\theta = 90°$, el plano inclinado se vuelve vertical y no hay interacción entre su superficie y m_2. En consecuencia, este problema se convierte en la máquina de Atwood del ejemplo 5.9. Si en las ecuaciones 6) y 7) se deja que $\theta \rightarrow 90°$, ¡ello hace que se reduzcan a las ecuaciones 3) y 4) del ejemplo 5.9!

¿Qué pasaría si? ¿Y si $m_1 = 0$?

Respuesta Si $m_1 = 0$, en tal caso m_2 simplemente se desliza hacia abajo por el plano sin interactuar con m_1 a través de la cuerda. En consecuencia, este problema se convierte en el problema del automóvil que se desliza en el ejemplo 5.6. Si en la ecuación 6) se deja que $m_1 \rightarrow 0$, ¡ello causa que se reduzca a la ecuación 3) del ejemplo 5.6!

5.8 Fuerzas de fricción

Cuando un objeto está en movimiento ya sea sobre una superficie o en un medio viscoso como aire o agua, existe resistencia al movimiento porque el objeto interactúa con su entorno. A tal resistencia se le llama **fuerza de fricción**. Las fuerzas de fricción son muy importantes en la vida cotidiana. Permiten que uno camine o corra y son necesarias para el movimiento de los vehículos con ruedas.

Imagine que trabaja en su jardín y llena un bote de basura con desechos de hojas. Luego intenta arrastrar el bote a través de la superficie de concreto de su patio, como en la figura 5.16a. Esta superficie es *real*, no una superficie idealizada sin fricción.

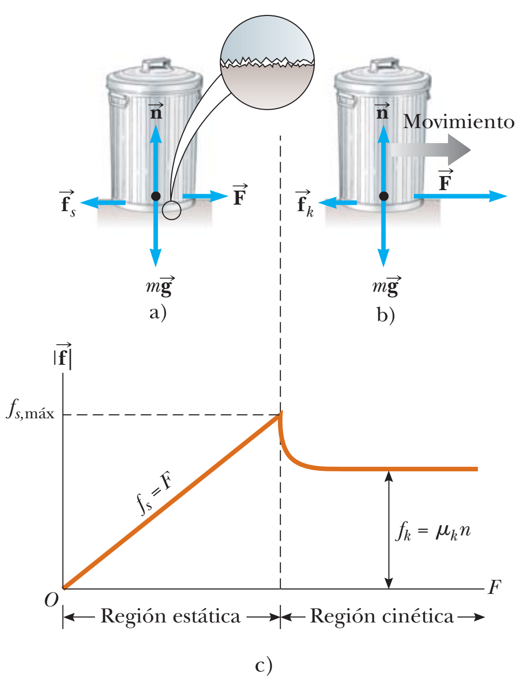


Figura 5.16 Cuando jala un bote de basura, la dirección de la fuerza de fricción $\vec{f}$ entre el bote y una superficie rugosa es opuesta a la dirección de la fuerza aplicada $\vec{F}$. Puesto que ambas superficies son rugosas, el contacto sólo se realiza en algunos puntos, como se ilustra en la vista "amplificada". a) Para pequeñas fuerzas aplicadas, la magnitud de la fuerza de fricción estática es igual a la magnitud de la fuerza aplicada. b) Cuando la magnitud de la fuerza aplicada supera la magnitud de la fuerza máxima de fricción estática, el bote de basura queda libre. La fuerza aplicada ahora es mayor que la fuerza de fricción cinética y el bote puede acelerar hacia la derecha. c) Gráfica de fuerza de fricción en función de la fuerza aplicada. Note que $f_{s,\text{máx}} > f_k$.

Si se aplica una fuerza horizontal externa $\vec{\mathbf{F}}$ al bote de basura, que actúa hacia la derecha, el bote de basura permanece fijo cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es pequeña. La fuerza sobre el bote de basura que contraataca $\vec{\mathbf{F}}$ y evita que se mueva actúa hacia la izquierda y se llama **fuerza de fricción estática** $\vec{\mathbf{f}}_s$. En tanto el bote de basura no se mueva, $f_s = F$. Por lo tanto, si $\vec{\mathbf{F}}$ aumenta, $\vec{\mathbf{f}}_s$ también aumenta. Del mismo modo, si $\vec{\mathbf{F}}$ disminuye, $\vec{\mathbf{f}}_s$ también disminuye. Los experimentos muestran que la fuerza de fricción surge de la naturaleza de las dos superficies: debido a su rugosidad, el contacto se realiza sólo en unas cuantas posiciones donde se tocan los picos del material, como se muestra en la vista amplificada de la superficie en la figura 5.16a.

Fuerza de fricción estática ▶

En dichas posiciones, la fuerza de fricción surge en parte porque un pico físicamente bloquea el movimiento de un pico de la superficie opuesta y en parte por el enlace químico ("punto de soldadura") de picos opuestos conforme entran en contacto. Aunque los detalles de la fricción son muy complejos al nivel atómico, esta fuerza involucra, a final de cuentas, una interacción eléctrica entre átomos o moléculas.

Si se aumenta la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}$ como en la figura 5.16b, el bote de basura al final se desliza. Cuando el bote de basura está a punto de deslizarse, f_s tiene su valor máximo $f_{s,\text{máx}}$, como se muestra en la figura 5.16c. Cuando F supera $f_{s,\text{máx}}$, el bote de basura se mueve y acelera hacia la derecha. A la fuerza de fricción para un objeto en movimiento se le llama **fuerza de fricción cinética** $\vec{\mathbf{f}}_k$. Cuando el bote de basura está en movimiento, la fuerza de fricción cinética en el bote es menor que $f_{s,\text{máx}}$ (figura 5.16c). La fuerza neta $F - f_k$ en la dirección x produce una aceleración hacia la derecha, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Si $F = f_k$, la aceleración es cero y el bote de basura se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ se elimina del bote en movimiento, la fuerza de fricción $\vec{\mathbf{f}}_k$ que actúa hacia la izquierda proporciona una aceleración del bote de basura en la dirección $-x$ y al final lo lleva al reposo, lo que, de nuevo, es consistente con la segunda ley de Newton.

Fuerza de fricción cinética ▶

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.9

El signo igual se usa en situaciones limitadas

En la ecuación 5.9 el signo igual se usa *sólo* en caso de que las superficies estén a punto de liberarse y comiencen a deslizarse. No caiga en la trampa común de usar $f_s = \mu_s n$ en *cualquier* situación estática.

En términos experimentales, se encuentra que, a una buena aproximación, tanto $f_{s,\text{máx}}$ como f_k son proporcionales a la magnitud de la fuerza normal que se ejerce sobre un objeto por la superficie. Las siguientes descripciones de la fuerza de fricción están en función de las observaciones experimentales y sirven como el modelo que usará para fuerzas de fricción en resolución de problemas:

- La magnitud de la fuerza de fricción estática entre cualesquiera dos superficies cualesquiera en contacto tiene los valores

$$f_s \leq \mu_s n \tag{5.9}$$

  donde la constante adimensional μ_s se llama **coeficiente de fricción estática** y n es la magnitud de la fuerza normal que ejerce una superficie sobre la otra. La igualdad en la ecuación 5.9 se cumple cuando las superficies están a punto de deslizarse, esto es, cuando $f_s = f_{s,\text{máx}} \equiv \mu_s n$. Esta situación se llama *movimiento inminente*. La desigualdad se cumple cuando las superficies no están a punto de deslizarse.
- La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa entre dos superficies es

$$f_k = \mu_k n \tag{5.10}$$

  donde μ_k se llama **coeficiente de fricción cinética**. Aunque el coeficiente de fricción cinética varía con la rapidez, por lo general en este texto se despreciará cualquiera de tales variaciones.
- Los valores de μ_k y μ_s dependen de la naturaleza de las superficies, pero μ_k por lo general es menor que μ_s. El intervalo de los valores típicos fluctúan de 0.03 a 1.0. La tabla 5.1 indica algunos valores reportados.
- La dirección de la fuerza de fricción sobre un objeto es paralela a la superficie con la que el objeto está en contacto y opuesta al movimiento real (fricción cinética) o al movimiento inminente (fricción estática) del objeto en relación con la superficie.
- Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies. Es de esperar que al colocar un objeto en el lado que tiene más área aumente la fuerza de fricción. Aunque este método proporciona más puntos de contacto como en la figura 5.16a, el peso del objeto se dispersa sobre un área más

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.10

Ecuaciones de fricción

Las ecuaciones 5.9 y 5.10 *no* son ecuaciones vectoriales. Son correspondencias entre las *magnitudes* de los vectores que representan las fuerzas de fricción y normal. Puesto que las fuerzas de fricción y normal son mutuamente perpendiculares, los vectores no se pueden relacionar mediante una constante multiplicativa.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.11

La dirección de la fuerza de fricción

En ocasiones se hace un enunciado incorrecto acerca de la fuerza de fricción entre un objeto y una superficie ("la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente") en lugar de la frase correcta: "la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente *en relación con la superficie*".

TABLA 5.1

Coeficientes de fricción

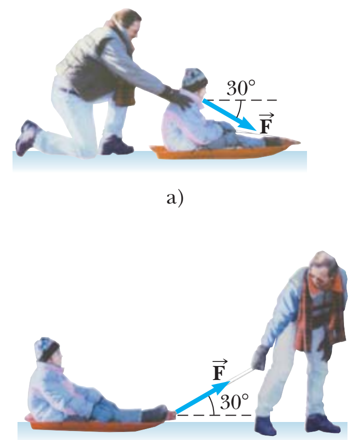
	μ_s	μ_k
Hule sobre concreto	1.0	0.8
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.4
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Madera sobre madera	0.25–0.5	0.2
Madera encerada sobre nieve húmeda	0.14	0.1
Madera encerada sobre nieve seca	—	0.04
Metal sobre metal (lubricado)	0.15	0.06
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Articulación sinovial en humanos	0.01	0.003

Nota: Todos los valores son aproximados. En algunos casos el coeficiente de fricción puede superar 1.0.

grande y los puntos individuales no se oprimen tan estrechamente entre sí. Ya que estos efectos se compensan, aproximadamente, uno con otro, la fuerza de fricción es independiente del área.

Pregunta rápida 5.6 Usted presiona con su mano su libro de física plano contra una pared vertical. ¿Cuál es la dirección de la fuerza de fricción que ejerce la pared sobre el libro? a) hacia abajo, b) hacia arriba, c) afuera desde la pared, d) hacia dentro de la pared.

Pregunta rápida 5.7 Usted juega con su hija en la nieve. Ella se sienta sobre un trineo y le pide que la deslice sobre un campo horizontal plano. Usted tiene la opción de a) empujarla desde atrás al aplicar una fuerza hacia abajo sobre sus hombros a 30° bajo la horizontal (figura 5.17a) o b) unir una cuerda al frente del trineo y jalar con una fuerza a 30° sobre la horizontal (figura 5.17b). ¿Cuál sería más fácil para usted y por qué?



b)

Figura 5.17 (Pregunta rápida 5.7) Un padre desliza a su hija sobre un trineo mediante a) empujar sobre sus hombros o b) jalar con una cuerda.

EJEMPLO 5.11 Determinación experimental de μ_s y μ_k

El siguiente es un método simple de medir coeficientes de fricción. Suponga que se coloca un bloque sobre una superficie rugosa inclinada en relación con la horizontal, como se muestra en la figura 5.18. El ángulo de inclinación aumenta hasta que el bloque comienza a moverse. Demuestre que puede obtener μ_s al medir el ángulo crítico θ_c al que comienza a ocurrir este deslizamiento.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere el diagrama de cuerpo libre en la figura 5.18 e imagine que el bloque tiende a deslizarse por el plano debido a la fuerza gravitacional. Para simular la situación, coloque una moneda sobre la cubierta de este libro e incline el libro hasta que la moneda comience a deslizarse.

Categorizar El bloque está sometido a diferentes fuerzas. Puesto que el plano se eleva al ángulo en que el bloque está listo para comenzar a moverse pero no se mueve, el bloque se clasifica como una partícula en equilibrio.

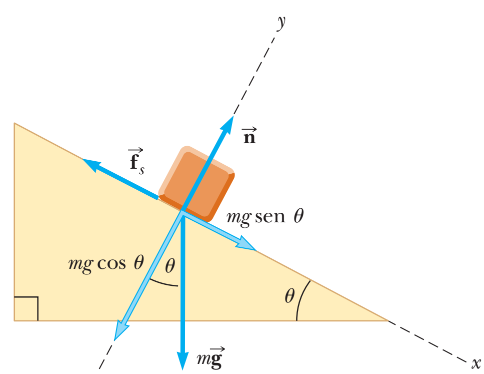


Figura 5.18 (Ejemplo 5.11) Las fuerzas externas que se ejercen sobre un bloque que se encuentra sobre un plano inclinado rugoso son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción $\mathbf{f}_s$. Por conveniencia, la fuerza gravitacional se descompone en una componente mg sen θ a lo largo del plano y una componente $mg \cos \theta$ perpendicular al plano.

Analizar Las fuerzas que actúan en el bloque son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción estática $\vec{\mathbf{f}}_s$. Se elige x paralelo al plano y y perpendicular a él.

Aplique la ecuación 5.8 al bloque:

$$1)\quad \sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta - f_s = 0$$

$$2)\quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

Sustituya $mg = n/\cos \theta$ de la ecuación 2) en la ecuación 1):

$$3)\quad f_s = mg \operatorname{sen} \theta = \left(\frac{n}{\cos \theta}\right) \operatorname{sen} \theta = n \tan \theta$$

Cuando el ángulo de inclinación aumenta hasta que el bloque está a punto de deslizarse, la fuerza de fricción estática alcanza su valor máximo $\mu_s n$. El ángulo θ en esta situación es el ángulo crítico θ_c. Haga estas sustituciones en la ecuación 3):

$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

$$\mu_s = \tan \theta_c$$

Por ejemplo, si el bloque apenas se desliza en $\theta_c = 20.0°$, se encuentra que $\mu_s = \tan 20.0° = 0.364$.

Finalizar Una vez que el bloque comienza a moverse en $\theta \geq \theta_c$, acelera hacia abajo por el plano y la fuerza de fricción es $f_k = \mu_k n$. Sin embargo, si θ se reduce a un valor menor que θ_c, puede ser posible encontrar un ángulo θ'_c tal que el bloque se mueve hacia abajo por el plano con rapidez constante de nuevo como una partícula en equilibrio ($a_x = 0$). En este caso, use las ecuaciones 1) y 2) con f_s en lugar de f_k para encontrar μ_k: $\mu_k = \tan \theta'_c$, donde $\theta'_c < \theta_c$.

EJEMPLO 5.12 Disco de hockey deslizante

A un disco de hockey sobre un estanque congelado se le da una rapidez inicial de 20.0 m/s. Si el disco siempre permanece sobre el hielo y se desliza 115 m antes de llegar al reposo, determine el coeficiente de fricción cinética entre el disco y el hielo.

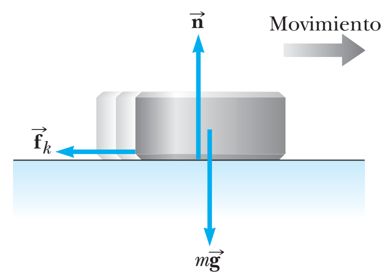


Figura 5.19 (Ejemplo 5.12) Después de que al disco se le da una velocidad inicial hacia la derecha, las únicas fuerzas externas que actúan sobre él son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción cinética $\vec{\mathbf{f}}_k$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que el disco de la figura 5.19 se desliza hacia la derecha y al final llega al reposo debido a la fuerza de fricción cinética.

Categorizar Las fuerzas que actúan sobre el disco se identifican en la figura 5.19, pero el texto del problema proporciona variables cinemáticas. Por lo tanto, el problema se clasifica en dos formas. Primero, el problema involucra una partícula bajo una fuerza neta: la fricción cinética ocasiona que el disco acelere. Y, ya que la fuerza de fricción cinética se representa como independiente de la rapidez, la aceleración del disco es constante. Así que este problema también se clasifica como una partícula bajo aceleración constante.

Analizar Primero, encuentre la aceleración algebraicamente en términos del coeficiente de fricción cinética, con la segunda ley de Newton. Una vez que conozca la aceleración del disco y la distancia que recorre, encuentre las ecuaciones de cinemática para encontrar el valor numérico del coeficiente de fricción cinética.

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta en la dirección x del disco:

$$1)\quad \sum F_x = -f_k = ma_x$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio en la dirección y del disco:

$$2)\quad \sum F_y = n - mg = 0$$

Sustituya $n = mg$ de la ecuación 2) y $f_k = \mu_k n$ en la ecuación 1):

$$-\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x$$

$$a_x = -\mu_k g$$

El signo negativo significa que la aceleración es hacia la izquierda en la figura 5.19. Ya que la velocidad del disco es hacia la derecha, el disco frena. La aceleración es independiente de la masa del disco y es constante porque se supone que μ_k permanece constante.

Aplique el modelo de partícula bajo aceleración constante al disco, con la ecuación 2.17, $v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$, con $x_i = 0$ y $v_f = 0$:

$$0 = v_{xi}^2 + 2a_x x_f = v_{xi}^2 - 2\mu_k g x_f$$

$$\mu_k = \frac{v_{xi}^2}{2gx_f}$$

$$\mu_k = \frac{(20.0 \text{ m/s})^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)(115 \text{ m})} = \boxed{0.117}$$

Finalizar Observe que μ_k es adimensional, cual debe ser, y que tiene un valor menor, consistente con un objeto que se desliza en hielo.

EJEMPLO 5.13 Aceleración de dos objetos conectados cuando la fricción está presente

Un bloque de masa m_1 sobre una superficie horizontal rugosa se conecta a una bola de masa m_2 mediante una cuerda ligera sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura 5.20a. Al bloque se aplica una fuerza de magnitud F en un ángulo θ con la horizontal como se muestra, y el bloque se desliza hacia la derecha. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_k. Determine la magnitud de la aceleración de los dos objetos.

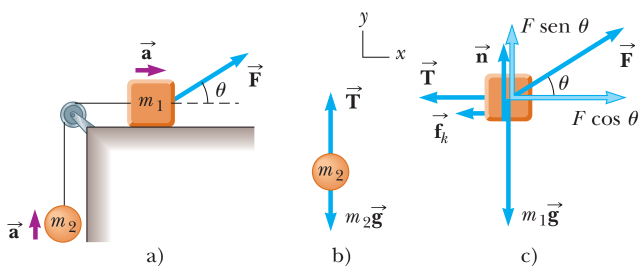


Figura 5.20 (Ejemplo 5.13) a) La fuerza externa $\vec{\mathbf{F}}$ aplicada como se muestra puede hacer que el bloque acelere hacia la derecha. b) y c) Diagramas de cuerpo libre que suponen que el bloque acelera hacia la derecha y la bola acelera hacia arriba. La magnitud de la fuerza de fricción cinética en este caso está dada por $f_k = \mu_k n = \mu_k (m_1 g - F \text{ sen } \theta)$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine lo que ocurre conforme se aplica $\vec{\mathbf{F}}$ al bloque. Si supone que $\vec{\mathbf{F}}$ no es suficientemente grande como para levantar el bloque, éste se desliza hacia la derecha y la bola sube.

Categorizar Se pueden identificar las fuerzas y se quiere una aceleración, así que este problema se clasifica como dos partículas bajo una fuerza neta, la bola y el bloque.

Analizar Primero dibuje diagramas de cuerpo libre para los dos objetos, como se muestra en las figuras 5.20b y 5.20c. La fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ tiene componentes x y y $F \cos \theta$ y $F \text{ sen } \theta$, respectivamente. Ya que los dos objetos están conectados, se pueden igualar las magnitudes de la componente x de la aceleración del bloque y la componente y de la aceleración de la bola y llamar a ambas a. Suponga que el movimiento del bloque es hacia la derecha.

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta al bloque en la dirección horizontal:

$$1) \quad \sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$2) \quad \sum F_y = n + F \text{ sen } \theta - m_1 g = 0$$

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta a la bola en la dirección vertical:

$$3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

Resuelva la ecuación 2) para n:

$$n = m_1g - F \operatorname{sen} \theta$$

Sustituya n en $f_k = \mu_k n$ de la ecuación 5.10:

$$4) \quad f_k = \mu_k(m_1g - F \operatorname{sen} \theta)$$

Sustituya la ecuación 4) y el valor de T de la ecuación 3) en la ecuación 1):

$$F \cos \theta - \mu_k(m_1g - F \operatorname{sen} \theta) - m_2(a + g) = m_1a$$

Resuelva para a:

$$5) \quad a = \boxed{\frac{F(\cos \theta + \mu_k \operatorname{sen} \theta) - (m_2 + \mu_k m_1)g}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar La aceleración del bloque puede ser hacia la derecha o hacia la izquierda, depende del signo del numerador en la ecuación 5). Si el movimiento es hacia la izquierda, se debe invertir el signo de f_k en la ecuación 1) porque la fuerza de fricción cinética se debe oponer al movimiento del bloque en relación con la superficie. En este caso, el valor de a es el mismo que en la ecuación 5), con los dos signos más en el numerador cambiados a signos menos.

Resumen

DEFINICIONES

Un **marco de referencia inercial** es un marco en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración cero. Cualquier marco que se mueva con velocidad constante en relación con un marco inercial también es un marco inercial.

La **fuerza** se define como **aquello que causa un cambio en el movimiento de un objeto.**

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **primera ley de Newton** establece que es posible encontrar un marco inercial en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración cero o, de manera equivalente, en ausencia de una fuerza externa, cuando se observa desde un marco inercial, un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento uniforme en línea recta mantiene dicho movimiento.

La **segunda ley de Newton** afirma que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa.

La **tercera ley de Newton** postula que, si dos objetos interactúan, la fuerza que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1.

La **fuerza gravitacional** que se ejerce sobre un objeto es igual al producto de su masa (una cantidad escalar) y la aceleración de caída libre: $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$.

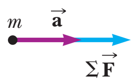
El **peso** de un objeto es la magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre el objeto.

La **máxima fuerza de fricción estática** $\vec{\mathbf{f}}_{s,\text{máx}}$ entre un objeto y una superficie es proporcional a la fuerza normal que actúa sobre el objeto. En general, $f_s \leq \mu_s n$, donde μ_s es el **coeficiente de fricción estática** y n es la magnitud de la fuerza normal. Cuando un objeto se desliza sobre una superficie, la magnitud de la **fuerza de fricción cinética** $\vec{\mathbf{f}}_k$ está dada por $f_k = \mu_k n$, donde μ_k es el **coeficiente de fricción cinética**. La dirección de la fuerza de fricción es opuesta a la dirección del movimiento o movimiento inminente del objeto en relación con la superficie.

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

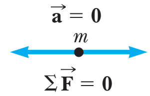
Partícula bajo fuerza neta Si una partícula de masa m experimenta una fuerza neta distinta de cero, su aceleración se relaciona con la fuerza neta mediante la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad (5.2)$$



Partícula en equilibrio Si una partícula mantiene una velocidad constante (de modo que $\vec{\mathbf{a}} = 0$), que podría incluir una velocidad de cero, las fuerzas sobre la partícula se equilibran y la segunda ley de Newton se reduce a

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = 0 \qquad (5.8)$$



Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Una bola se sostiene en la mano de una persona. a) Identifique todas las fuerzas externas que actúan sobre la bola y la reacción a cada una. b) Si la bola se suelta, ¿qué fuerza se ejerce sobre ella mientras cae? Identifique la fuerza de reacción en este caso. (Ignore la resistencia del aire.)
2. Si un automóvil viaja hacia el oeste con una rapidez constante de 20 m/s, ¿cuál es la fuerza resultante que actúa sobre él?
3. **O** Un experimento se realiza sobre un disco en una mesa de hockey de aire, donde la fricción es despreciable. Se aplica una fuerza horizontal constante al disco y se mide su aceleración. Ahora el mismo disco se transporta hacia el espacio exterior, donde tanto la fricción como la gravedad son despreciables. Al disco se le aplica la misma fuerza constante (a través de una balanza de resorte que estira la misma cantidad) y se mide la aceleración del disco (en relación con las estrellas distantes). ¿Cuál es la aceleración del disco en el espacio exterior? a) un poco mayor que su aceleración en la Tierra, b) la misma que su aceleración en la Tierra, c) menor que su aceleración en la Tierra, d) infinita porque ni la fricción ni la gravedad la restringen, e) muy grande porque la aceleración es inversamente proporcional al peso y el peso del disco es muy pequeño pero no cero.
4. En la película *It Happened One Night* (Columbia Pictures, 1934), Clark Gable está de pie adentro de un autobús estacionado en frente de Claudette Colbert, quien está sentada. De pronto el autobús comienza a moverse hacia adelante y Clark cae en el regazo de Claudette. ¿Por qué ocurrió esto?
5. Sus manos están húmedas y el dispensador de toallas del baño está vacío. ¿Qué hace para quitar las gotas de agua de sus manos? ¿Cómo su acción ejemplifica una de las leyes de Newton? ¿Cuál de ellas?
6. Una pasajera sentada en la parte trasera de un autobús afirma que se lesionó cuando el conductor frenó bruscamente, lo que hizo que una maleta saliera volando hacia ella desde la parte delantera del autobús. Si usted fuese el juez en este caso, ¿qué sentencia haría? ¿Por qué?
7. Un globo esférico de hule inflado con aire se mantiene fijo y su abertura, en el lado oeste, se aprieta firmemente. a) Describa las fuerzas que ejerce el aire sobre secciones del hule. b) Después de que el globo se libera, despega hacia el este y pronto gana mucha rapidez. Explique este movimiento en términos de las fuerzas que ahora actúan sobre el hule. c) Explique el movimiento de un cohete que despega desde su plataforma de lanzamiento.
8. Si usted sostiene una barra metálica horizontal varios centímetros arriba del suelo y la mueve a través del pasto, cada hoja de pasto se dobla en el camino. Si aumenta la rapidez de la barra, cada hoja de pasto se doblará más rápidamente. En tal caso, ¿cómo una podadora rotatoria corta el pasto? ¿Cómo ejerce suficiente fuerza sobre una hoja de pasto para cortarla?
9. Una bola de hule se suelta en el suelo. ¿Qué fuerza hace que la bola rebote?
10. Una niña lanza una bola hacia arriba. Ella dice que la bola se mueve alejándose de su mano porque la bola siente una "fuerza de lanzamiento" hacia arriba así como la fuerza gravitacional. a) ¿La "fuerza de lanzamiento" supera la fuerza gravitacional? ¿Cómo se movería la bola si lo hiciera? b) ¿La "fuerza de lanzamiento" es igual en magnitud a la fuerza gravitacional? Explique. c) ¿Qué intensidad se puede atribuir con precisión a la fuerza de lanzamiento? Explique. d) ¿Por qué la bola se aleja de la mano de la niña?
11. **O** Los alumnos de tercer año están en un lado del patio de la escuela y los de cuarto año están en el otro. Los grupos lanzan bolas de nieve uno a otro. Entre ellos, bolas de nieve de diversas masas se mueven con diferentes velocidades, como se muestra en la figura P5.11. Clasifique las bolas de nieve de la a) a la e) de acuerdo con la magnitud de la fuerza total que se ejerce sobre cada una. Ignore la resistencia del aire. Si dos bolas de nieve se clasifican juntas, aclare el hecho.

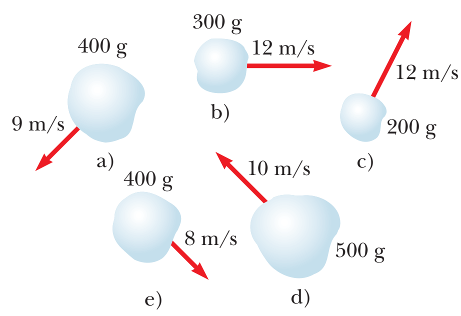


Figura P5.11

12. El alcalde de una ciudad decide despedir a algunos empleados porque no corrigen los obvios pandeos de los cables que sostienen los semáforos de la ciudad. Si fuera abogado, ¿qué defensa daría en favor de los empleados? ¿Qué lado cree que ganaría el caso en la corte?

13. Un segmento de *America's Funniest Home Videos*. Equilibrándose con cuidado, tres chicos avanzan lentamente en la rama horizontal de un árbol sobre un estanque, donde cada uno planea echarse un clavado. El más joven e inteligente de los chicos nota que la rama es apenas suficientemente fuerte como para sostenerlos. Decide saltar recto hacia arriba y aterrizar de nuevo sobre la rama para romperla, lo que hará que los tres caigan juntos en el estanque. Cuando comienza a realizar su plan, ¿en qué momento preciso se rompe la rama? Explique. *Sugerencia:* Pretenda ser el chico inteligente e imite lo que hace en cámara lenta. Si todavía no está seguro, párese en una báscula de baño y repita la sugerencia.

14. Cuando empuja sobre una caja con una fuerza de 200 N en lugar de una fuerza de 50 N, puede sentir que hace un mayor esfuerzo. Cuando una mesa ejerce una fuerza normal hacia arriba de 200 N en lugar de una de magnitud más pequeña, ¿la mesa realmente hace algo de modo diferente?

15. Un levantador de pesas está de pie sobre una báscula. Sube y baja una barra con pesas. ¿Qué ocurre con la lectura de la báscula mientras lo hace? **¿Qué pasaría si?** ¿Qué sucedería si en efecto él es lo suficientemente fuerte para lanzar la barra hacia arriba? ¿Ahora cómo variaría la lectura en la balanza?

16. a) ¿Una fuerza normal puede ser horizontal? b) ¿Una fuerza normal puede dirigirse verticalmente hacia abajo? c) Considere una pelota de tenis en contacto con un suelo fijo y con nada más. ¿La fuerza normal puede ser diferente en magnitud de la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la pelota? d) ¿La fuerza que ejerce el suelo sobre la bola puede ser diferente en magnitud de la fuerza que la bola ejerce sobre el suelo? Explique cada una de sus respuestas.

17. Suponga que un camión cargado con arena acelera a lo largo de una autopista. Si la fuerza impulsora que se ejerce sobre el camión permanece constante, ¿qué ocurre con la aceleración del camión si su remolque tiene una fuga de arena con una rapidez constante a través de un orificio en su fondo?

18. **O** En la figura P5.18, la cuerda B, inextensible, tensa y ligera une el bloque 1 y el bloque 2 de mayor masa. La cuerda A ejerce una fuerza sobre el bloque 1 para hacerlo acelerar hacia adelante. a) ¿Cómo se compara la magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda A sobre el bloque 1, con la magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda B sobre el bloque 2? ¿Es mayor, menor o igual? b) ¿Cómo se compara la aceleración del bloque 1 con la aceleración (si la hay) del bloque 2? c) ¿La cuerda B ejerce una fuerza sobre el bloque 1? Si es así, ¿es hacia adelante o hacia atrás? ¿Es mayor, menor o igual en magnitud a la fuerza que ejerce la cuerda B sobre el bloque 2?

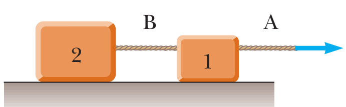


Figura P5.18

19. Identifique los pares acción–reacción en las situaciones siguientes: un hombre da un paso, una bola de nieve golpea a una niña en la espalda, un jugador de beisbol atrapa una bola, una ráfaga de viento golpea una ventana.

20. **O** En una máquina de Atwood, que se ilustra en la figura 5.14, una cuerda ligera que no se estira pasa sobre una polea ligera sin fricción. En un lado, el bloque 1 cuelga de la cuerda vertical. En el otro lado, el bloque 2 de mayor masa cuelga de la cuerda vertical. a) Los bloques se liberan desde el reposo. ¿La magnitud de la aceleración del bloque 2 más pesado es mayor, menor o igual que la aceleración en caída libre g? b) ¿La magnitud de la aceleración del bloque 2 es mayor, menor o igual que la aceleración del bloque 1? c) ¿La magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda sobre el bloque 2 es mayor, menor o igual que la fuerza de la cuerda sobre el bloque 1?

21. Veinte personas participan en un concurso de jalar la cuerda. Los dos equipos de 10 personas están tan igualmente distribuidos que ningún equipo gana. Después del juego, los participantes notan que un automóvil está atorado en el lodo. Unen la soga del juego a la defensa del automóvil y todas las personas jalan la soga. El pesado automóvil apenas se mueve un par de decímetros cuando la soga se rompe. ¿Por qué se rompe en esta situación, pero no cuando las mismas 20 personas jalaban sobre ella durante el juego?

22. **O** En la figura P5.22, una locomotora cae a través de la pared de una estación ferroviaria. Por como lo hizo, ¿qué puede decir acerca de la fuerza que ejerce la locomotora sobre la pared? a) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue mayor que la fuerza que la pared podía ejercer sobre la locomotora. b) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue de igual magnitud que la fuerza que ejerció la pared sobre la locomotora. c) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue menor que la fuerza que ejerció la pared sobre la locomotora. d) No se puede decir que la pared "ejerció" una fuerza; después de todo, se rompió.

Roger Viollet, Mill Valley, CA, University Science Books, 1982

Figura P5.22

23. Un atleta sujeta una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción unida al techo de un gimnasio. Al otro extremo de la cuerda se amarra un saco de arena precisamente igual en peso al atleta. Tanto el saco como el atleta al inicio están en reposo. El atleta escala la cuerda, a veces acelerando y frenando mientras lo hace. ¿Qué ocurre con el saco de arena? Explique.

24. **O** Un pequeño insecto está anidado entre un bloque de 1 kg y un bloque de 2 kg sobre una mesa sin fricción. Sobre cualquier bloque se puede aplicar una fuerza horizontal, como se muestra en la figura P5.24. **i)** ¿En cuál situación ilustrada en la figura, a) o b), el insecto tiene una mejor oportunidad de sobrevivir, o c) no hay diferencia? **ii)** Considere el enunciado "La fuerza que ejerce el bloque más grande sobre el más pequeño es mayor en magnitud que la fuerza que ejerce el bloque más pequeño sobre el mayor". ¿El enunciado es verdadero sólo en la situación a)? ¿Sólo en la situación b)? ¿En c) ambas situaciones o d) en ninguna? **iii)** Considere el enunciado "mientras los bloques se mueven, la fuerza que ejerce el bloque trasero sobre el bloque delantero es mayor que la fuerza que ejerce el bloque delantero sobre el trasero". ¿Este enunciado es verdadero sólo en la situación a), sólo en la situación b), c) en ambas situaciones o d) en ninguna?

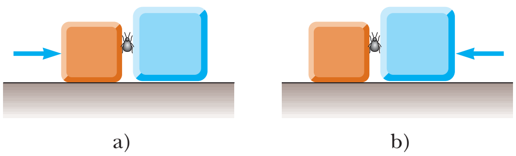


Figura P5.24

25. ¿Un objeto puede ejercer una fuerza sobre sí mismo? Argumente su respuesta.

26. **O** El molesto gerente de una tienda departamental empuja horizontalmente con una fuerza de 200 N de magnitud sobre una caja de camisas. La caja se desliza a través del suelo horizontal con una aceleración hacia adelante. Nada más toca la caja. ¿Qué debe ser verdadero acerca de la magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre la caja (elija una)? a) Es mayor que 200 N. b) Es menor que 200 N. c) Es igual a 200 N. d) Ninguno de estos enunciados necesariamente es verdadero.

27. Un automóvil se mueve hacia adelante lentamente y aumenta su rapidez. Un estudiante afirma "el automóvil ejerce una fuerza sobre sí mismo" o "el motor del automóvil ejerce una fuerza en el automóvil". Argumente que esta idea no puede ser exacta y que la fricción que ejerce el camino es la fuerza propulsora sobre el automóvil. Haga su evidencia y razonamiento tan persuasivo como sea posible. ¿Es fricción estática o cinética? *Sugerencia:* Considere un camino cubierto con grava ligera. Considere una impresión clara de la huella de la llanta sobre un camino de asfalto, obtenida al recubrir la huella con polvo.

28. **O** El conductor de un camión vacío que viaja con gran rapidez aplica los frenos y derrapa hasta detenerse a través de una distancia d. **i)** Si el camión ahora lleva una carga que duplica su masa, ¿cuál será la "distancia de derrape" del camión? a) $4d$, b) $2d$, c) $\sqrt{2}d$, d) d, e) $d/\sqrt{2}$, f) $d/2$, g) $d/4$. **ii)** Si la rapidez inicial del camión vacío se redujera a la mitad, ¿cuál sería la distancia de derrape del camión? Elija de las mismas posibilidades de la a) a la g).

29. **O** Un objeto de masa m se desliza con rapidez v_0 en cierto instante a través de una mesa a nivel, con la que su coeficiente de fricción cinética es μ. Luego se mueve a través de una distancia d y llega al reposo. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones para la rapidez v_0 es razonable (elija una)? a) $v_0 = \sqrt{-2\mu mgd}$, b) $v_0 = \sqrt{2\mu mgd}$, c) $v_0 = \sqrt{-2\mu gd}$, d) $v_0 = \sqrt{2\mu gd}$, e) $v_0 = \sqrt{2gd/\mu}$, f) $v_0 = \sqrt{2\mu md}$, g) $v_0 = \sqrt{2\mu d}$.

30. **O** Un caja permanece fija después de que se coloca sobre una rampa inclinada a un ángulo con la horizontal. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto acerca de la magnitud de la fuerza de fricción que actúa sobre la caja? Elija todos los que sean verdaderos. a) Es mayor que el peso de la caja. b) Es casi igual al peso de la caja. c) Es igual a $\mu_s n$. d) Es mayor que la componente de la fuerza gravitacional que actúa a lo largo de la rampa. e) Es igual la componente de la fuerza gravitacional que actúa a lo largo de la rampa. f) Es menor que la componente de la fuerza gravitacional que actúa hacia abajo de la rampa.

31. Suponga que usted maneja un auto clásico. ¿Por qué debe evitar pisar fuertemente los frenos cuando quiera detenerse en la menor distancia posible? (Muchos automóviles modernos tienen frenos antibloqueo que evitan este problema.)

32. Describa algunos ejemplos en que la fuerza de fricción que se ejerce sobre un objeto está en la dirección de movimiento del objeto.

33. **O** Como se muestra en la figura P5.33, el estudiante A, una niña de 55 kg, se sienta en una silla con patas metálicas, en reposo en el suelo del salón de clase. El estudiante B, un niño de 80 kg, se sienta en una silla idéntica. Ambos estudiantes mantienen sus pies alejados del suelo. Una cuerda corre de las manos de la estudiante A alrededor de una polea ligera hacia las manos del profesor que está de pie en el suelo junto a ella. El eje de baja fricción de la polea se une a una segunda cuerda que sostiene el estudiante B. Todas las cuerdas corren paralelas a las patas de las sillas. a) Si la estudiante A jala sobre su extremo de la cuerda, ¿su silla o la de B se deslizará sobre el suelo? b) Si en vez de ello el profesor jala sobre su extremo de cuerda, ¿cuál silla se desliza? c) Si el estudiante B jala su cuerda, ¿cuál silla se desliza? d) Ahora el profesor ata su extremo de cuerda a la silla de la estudiante A. La estudiante A jala el extremo de cuerda en sus manos. ¿Cuál silla se desliza? (Vern Rockcastle sugirió la idea para esta pregunta.)

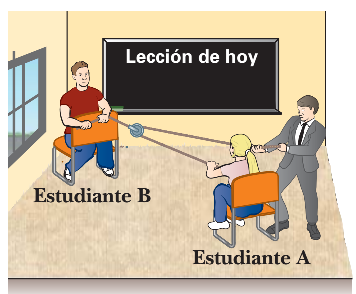


Figura P5.33

Problemas

Secciones de la 5.1 a la 5.6

1. Un objeto de 3.00 kg se somete a una aceleración conocida por $\vec{\mathbf{a}} = (2.00\hat{\mathbf{i}} + 5.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2. Encuentre la fuerza resultante que actúa sobre él y la magnitud de la fuerza resultante.

2. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ aplicada a un objeto de masa m_1 produce una aceleración de 3.00 m/s^2. La misma fuerza aplicada a un segundo objeto de masa m_2 produce una aceleración de 1.00 m/s^2. a) ¿Cuál es el valor de la relación m_1/m_2? b) Si m_1 y m_2 se combinan en un objeto, ¿cuál es su aceleración bajo la acción de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$?

3. Para modelar una nave espacial, el motor de un cohete de juguete se sujeta firmemente a un gran disco que puede deslizar con fricción despreciable sobre una superficie horizontal, que se toma como plano *xy*. El disco de 4.00 kg tiene una velocidad de ($3.00\hat{\mathbf{i}}$ m/s en un instante. Ocho segundos después, su velocidad es $(8.00\hat{\mathbf{i}} + 10.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s. Si supone que el motor de cohete ejerce una fuerza horizontal constante, encuentre a) las componentes de la fuerza y b) su magnitud.

4. La rapidez promedio de una molécula de nitrógeno en el aire es aproximadamente 6.70×10^2 m/s y su masa es 4.68×10^{-26} kg. a) Si una molécula de nitrógeno tarda 3.00×10^{-13} s en golpear una pared y rebotar con la misma rapidez pero moviéndose en la dirección opuesta, ¿cuál es la aceleración promedio de la molécula durante este intervalo de tiempo? b) ¿Qué fuerza promedio ejerce la molécula sobre la pared?

5. Un electrón de 9.11×10^{-31} kg de masa tiene una rapidez inicial de 3.00×10^5 m/s. Viaja en línea recta y su rapidez aumenta a 7.00×10^5 m/s en una distancia de 5.00 cm. Si supone que su aceleración es constante, a) determine la fuerza que se ejerce sobre el electrón y b) compare esta fuerza con el peso del electrón, que se ignoró.

6. Una mujer pesa 120 lb. Determine a) su peso en newtons y b) su masa en kilogramos.

7. La distinción entre masa y peso se descubrió después de que Jean Richer transportara relojes de péndulo de Francia a la Guayana Francesa en 1671. Encontró que sistemáticamente los relojes se mueven más lentos ahí. El efecto se invertía cuando los relojes regresaban a Francia. ¿Cuánto peso perdería usted cuando viajara de París, Francia, donde $g = 9.809\,5$ m/s^2, a Cayena, Guayana Francesa, donde $g = 9.780\,8$ m/s^2?

8. Además de su peso, un objeto de 2.80 kg está sometido a otra fuerza constante. El objeto parte del reposo y en 1.20 s experimenta un desplazamiento de $(4.20\hat{\mathbf{i}} - 3.30\hat{\mathbf{j}})$ m/s, donde la dirección de $\hat{\mathbf{j}}$ es la dirección vertical hacia arriba. Determine la otra fuerza.

9. Dos fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$ actúan sobre un objeto de 5.00 kg. Si toma $F_1 = 20.0$ N y $F_2 = 15.0$ N, encuentre las aceleraciones en a) y b) de la figura P5.9.

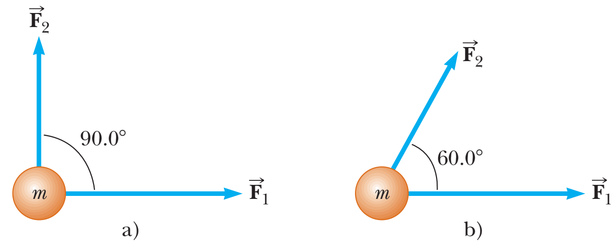


Figura P5.9

10. Se ejercen una o más fuerzas externas sobre cada objeto encerrado en un recuadro con líneas discontinuas en la figura 5.1. Identifique la reacción a cada una de dichas fuerzas.

11. Usted está de pie en el asiento de una silla y luego salta. a) Durante el intervalo de tiempo en el que está en vuelo hacia el suelo, la Tierra se tambalea hacia usted con una aceleración ¿de qué orden de magnitud? En su solución, explique su lógica. Represente a la Tierra como un objeto perfectamente sólido. b) La Tierra se mueve hacia arriba a través de una distancia ¿de qué orden de magnitud?

12. Un ladrillo de masa *M* está sobre una almohadilla de hule de masa *m*. Juntos se deslizan hacia la derecha con velocidad constante sobre un estacionamiento cubierto de hielo. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del ladrillo e identifique cada fuerza que actúa sobre él. b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la almohadilla e identifique cada fuerza que actúa sobre ella. c) Identifique todos los pares de fuerzas acción–reacción en el sistema ladrillo–almohadilla–planeta.

13. Un bloque de 15.0 lb descansa sobre el suelo. a) ¿Qué fuerza ejerce el suelo sobre el bloque? b) Una cuerda se ata al bloque y se mueve verticalmente sobre una polea. El otro extremo de la cuerda se une a un objeto de 10.0 lb que cuelga libre. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el suelo sobre el bloque de 15.0 lb? c) Si se sustituye el objeto de 10.0 lb del inciso b) con un objeto de 20.0 lb, ¿cuál es la fuerza que ejerce el suelo sobre el bloque de 15.0 lb?

14. Tres fuerzas que actúan sobre un objeto se proporcionan por $\vec{\mathbf{F}}_1 = (-2.00\hat{\mathbf{i}} + 2.00\hat{\mathbf{j}})$ N, $\vec{\mathbf{F}}_2 = (5.00\hat{\mathbf{i}} - 3.00\hat{\mathbf{j}})$ N y $\vec{\mathbf{F}}_3$ $(-45.0\,\hat{\mathbf{i}})$ N. El objeto experimenta una aceleración de 3.75 m/s^2 de magnitud. a) ¿Cuál es la dirección de la aceleración? b) ¿Cuál es la masa del objeto? c) Si el objeto inicialmente está en reposo, ¿cuál es su rapidez después de 10.0 s? d) ¿Cuáles son las componentes de velocidad del objeto después de 10.0 s?

Sección 5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton

15. La figura P5.15 muestra un trabajador que empuja un bote, un modo de transporte muy eficiente, a través de un lago tranquilo. Empuja paralelo a la longitud de la pértiga ligera y ejerce sobre el fondo del lago una fuerza de 240 N. Suponga que la pértiga se encuentra en el plano vertical que contiene la quilla del bote. En algún momento, la pértiga forma un ángulo de 35.0° con la vertical y el agua ejerce una fuerza de arrastre horizontal de 47.5 N sobre el bote, opuesta a su velocidad hacia adelante de 0.857 m/s de magnitud. La masa del bote, que incluye su carga y al trabajador es de 370 kg. a) El agua ejerce una fuerza de flotación vertical hacia arriba sobre el bote. Encuentre la magnitud de esta fuerza. b) Modele las fuerzas como constantes en un intervalo corto de tiempo para encontrar la velocidad del bote 0.450 s después del momento descrito.

©Tony Arruza/CORBIS

Figura P5.15

16. Un objeto de 3.00 kg es móvil en un plano, con sus coordenadas x y y conocidas mediante $x = 5t^2 - 1$ y $y = 3t^3 + 2$, donde x y y están en metros y t en segundos. Encuentre la magnitud de la fuerza neta que actúa en este objeto en $t = 2.00$ s.

17. La distancia entre dos postes de teléfono es de 50.0 m. Cuando un ave de 1.00 kg se posa sobre el alambre del teléfono a la mitad entre los postes, el alambre se comba 0.200 m. Dibuje un diagrama de cuerpo libre del ave. ¿Cuánta tensión produce el ave en el alambre? Ignore el peso del alambre.

18. Un tornillo de hierro de 65.0 g de masa cuelga de una cuerda de 35.7 cm de largo. El extremo superior de la cuerda está fijo. Sin tocarlo, un imán atrae el tornillo de modo que permanece fijo, desplazado horizontalmente 28.0 cm a la derecha desde la línea vertical previa de la cuerda. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del tornillo. b) Encuentre la tensión en la cuerda. c) Encuentre la fuerza magnética sobre el tornillo.

19. ● La figura P5.19 muestra las fuerzas horizontales que actúan sobre un bote de vela que se mueve al norte con velocidad constante, visto desde un punto justo arriba de su mástil. A esta rapidez particular, el agua ejerce una fuerza de arrastre de 220 N sobre el casco del bote. a) Elija la dirección x como este y la dirección y como norte. Escriba dos ecuaciones que representen la segunda ley de Newton en componentes. Resuelva las ecuaciones para P (la fuerza que ejerce el viento sobre la vela) y para n (la fuerza que ejerce el agua sobre la quilla). b) Elija la dirección x como 40.0° al noreste y la dirección y como 40.0° al noroeste. Escriba la segunda ley de Newton como dos ecuaciones en la forma componentes y resuelva para n y P. c) Compare sus soluciones. ¿Los resultados concuerdan? ¿Un cálculo es significativamente más sencillo?

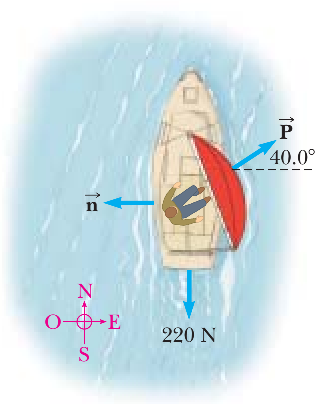


Figura P5.19

20. Un saco de cemento de 325 N de peso cuelga en equilibrio de tres alambres, como se muestra en la figura P5.20. Dos de los alambres forman ángulos $\theta_1 = 60.0°$ y $\theta_2 = 25.0°$ con la horizontal. Si supone que el sistema está en equilibrio, encuentre las tensiones T_1, T_2 y T_3 en los alambres.

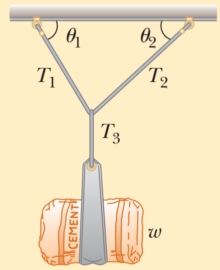


Figura P5.20 Problemas 20 y 21.

21. Un saco de cemento de peso F_g cuelga en equilibrio de tres alambres, como se muestra en la figura P5.20. Dos de los alambres forman ángulos θ_1 y θ_2 con la horizontal. Si supone que el sistema está en equilibrio, demuestre que la tensión en el alambre izquierdo es

$$T_1 = \frac{F_g \cos \theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}$$

22. ● Usted es juez en un torneo infantil de volar papalotes, donde dos niños ganarán premios, uno para la cuerda del papalote que jale con más intensidad y el otro para el que jale con menos intensidad. Para medir las tensiones en las cuerdas, pide prestado a su profesor de física un soporte para colgar contrapeso, algunas pesas ranuradas y un transportador, y aplica el siguiente protocolo, como se ilustra en la figura P5.22. Espera a que un niño tenga bien controlado su papalote, coloca el soporte en la cuerda del papalote aproximadamente a 30 cm de la mano del niño, apila las pesas ranuradas hasta que la sección de cuerda esté horizontal, registra las pesas requeridas y el ángulo entre la horizontal y la cuerda que va al papalote. a) Explique cómo funciona este método. Mientras construye su explicación, imagine que los padres del niño le preguntan acerca de su método, al parecer tienen falsas conjeturas acerca de su habilidad sin evidencias concretas, y su explicación es una oportunidad para darles confianza en su técnica de evaluación. b) Encuentre la tensión de la cuerda si la masa es 132 g y el ángulo de la cuerda del papalote es 46.3°.

Figura P5.22

23. Los sistemas que se muestran en la figura P5.23 están en equilibrio. Si las balanzas de resorte se calibran en newtons, ¿qué lectura indica en cada caso? Ignore las masas de las poleas y cuerdas, y suponga que las poleas y el plano inclinado en el inciso d) no tienen fricción.

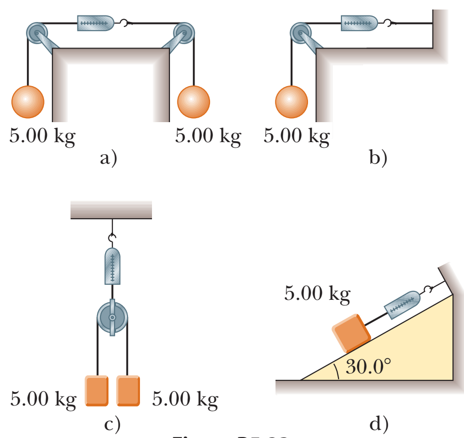


Figura P5.23

24. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de un bloque que se desliza hacia abajo por un plano sin fricción que tiene una inclinación $\theta = 15.0°$. El bloque parte del reposo en lo alto, y la longitud del plano es 2.00 m. Encuentre a) la aceleración del bloque y b) su rapidez cuando llega al fondo del plano inclinado.

25. Se observa que un objeto de 1.00 kg tiene una aceleración de 10.0 m/s² en una dirección a 60.0° al noreste (figura P5.25). La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ que se ejerce sobre el objeto tiene una magnitud de 5.00 N y se dirige al norte. Determine la magnitud y dirección de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ que actúa sobre el objeto.

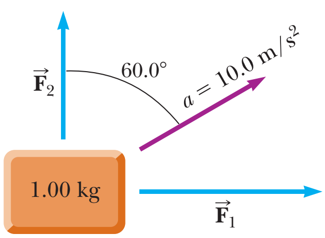


Figura P5.25

26. Un objeto de 5.00 kg colocado sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a una cuerda que pasa sobre una polea y después se une a un objeto colgante de 9.00 kg, como se muestra en la figura P5.26. Dibuje diagramas de cuerpo libre de ambos objetos. Encuentre la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

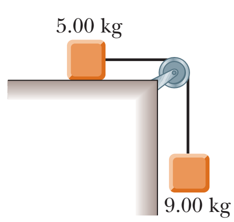


Figura P5.26 Problemas 26 y 41.

27. La figura P5.27 muestra la rapidez del cuerpo de una persona mientras hace unas barras. Suponga que el movimiento es vertical y que la masa del cuerpo de la persona es 64.0 kg. Determine la fuerza que ejerce la barra sobre cuerpo en el tiempo a) cero, b) 0.5 s, c) 1.1 s y d) 1.6 s.

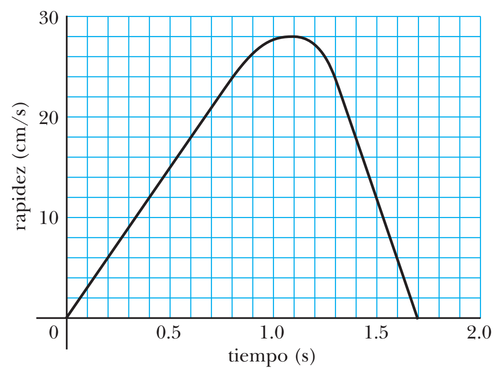


Figura P5.27

28. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura P5.28. Dibuje diagramas de cuerpo libre de ambos objetos. Si supone que el plano no tiene fricción, $m_1 = 2.00$ kg, $m_2 = 6.00$ kg y $\theta = 55.0°$, encuentre a) las aceleraciones de los objetos, b) la tensión en la cuerda y c) la rapidez de cada objeto 2.00 s después de que se liberan desde el reposo.

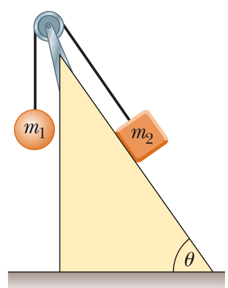


Figura P5.28

29. A un bloque se le da una velocidad inicial de 5.00 m/s hacia arriba de un plano inclinado de 20.0° sin fricción. ¿Hasta donde se desliza el bloque hacia arriba del plano antes de llegar al reposo?

30. En la figura P5.30, el hombre y la plataforma juntos pesan 950 N. La polea se puede modelar sin fricción. Determine cuán fuerte tiene que jalar de la cuerda el hombre para elevarse a sí mismo de manera estable hacia arriba sobre el suelo. (¿O es imposible? Si es así, explique por qué.)

Figura P5.30

31. En el sistema que se muestra en la figura P5.31, una fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}_x$ actúa sobre el objeto de 8.00 kg. La superficie horizontal no tiene fricción. Examine la aceleración del objeto deslizante como una función de F_x. a) ¿Para qué valores de F_x el objeto de 2.00 kg acelera hacia arriba? b) ¿Para qué valores de F_x la tensión en la cuerda es cero? c) Grafique la aceleración del objeto de 8.00 kg en función de F_x. Incluya valores de F_x desde -100 N hasta $+100$ N.

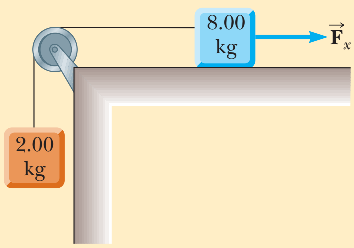


Figura P5.31

32. Un objeto de masa m_1 sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a un objeto de masa m_2 por medio de una polea muy ligera P_1 y una polea fija ligera P_2, como se muestra en la figura P5.32. a) Si a_1 y a_2 son las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, ¿cuál es la relación entre dichas aceleraciones? Exprese b) las tensiones en las cuerdas y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en términos de g y de las masas m_1 y m_2.

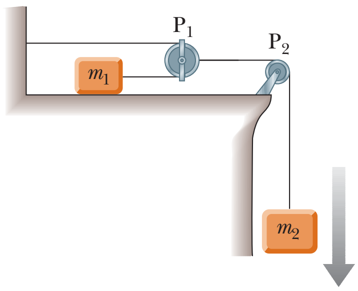


Figura P5.32

33. Un hombre de 72.0 kg está de pie sobre una báscula de resorte en un elevador. A partir del reposo, el elevador asciende y logra su rapidez máxima de 1.20 m/s en 0.800 s. Viaja con esta rapidez constante durante los siguientes 5.00 s. En tal caso el elevador se somete a una aceleración uniforme en la dirección y negativa durante 1.50 s y llega al reposo. ¿Qué registra la báscula a) antes de que el elevador comience a moverse, b) durante los primeros 0.800 s, c) mientras el elevador viaja con rapidez constante y d) durante el intervalo de tiempo que disminuye su velocidad?

34. En la máquina de Atwood que se muestra en la figura 5.14a, $m_1 = 2.00$ kg y $m_2 = 7.00$ kg. Las masas de la polea y la cuerda son despreciables si se les compara. La polea gira sin fricción y la cuerda no se estira. El objeto más ligero se libera con un empujón rápido que lo pone en movimiento a $v_i = 2.40$ m/s hacia abajo. a) ¿Qué distancia descenderá m_1 abajo de su nivel inicial? b) Encuentre la velocidad de m_1 después de 1.80 segundos.

Sección 5.8 Fuerzas de fricción

35. Un automóvil viaja a 50.0 mi/h en una autopista. a) Si el coeficiente de fricción estática entre camino y llantas en un día lluvioso es 0.100, ¿cuál es la distancia mínima en la que el automóvil se detendrá? b) ¿Cuál es la distancia de frenado cuando la superficie está seca y $\mu_s = 0.600$?

36. Un bloque de 25.0 kg al inicio está en reposo sobre una superficie horizontal. Se requiere una fuerza horizontal de 75.0 N para poner al bloque en movimiento, después de la cual se requiere una fuerza horizontal de 60.0 N para mantener al bloque en movimiento con rapidez constante. Hallar los coeficientes de fricción estática y cinética a partir de esta información.

37. Su libro de física de 3.80 kg está junto a usted sobre el asiento horizontal de su automóvil. El coeficiente de fricción estática entre el libro y el asiento es 0.650, y el coeficiente de fricción cinética es 0.550. Suponga que viaja a 72.0 km/h = 20.0 m/s y frena hasta detenerse sobre una distancia de 45.0 m. a) ¿El libro comenzará a deslizarse sobre el asiento? b) ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre el libro en este proceso?

38. ● Antes de 1960, se creía que el máximo coeficiente de fricción estática alcanzable para la llanta de un automóvil era menor que 1. Después, alrededor de 1962, tres compañías desarrollaron, cada una, llantas de carreras con coeficientes de 1.6. Desde aquella ocasión, las llantas se han mejorado, como se ilustra en este problema. De acuerdo con el *Libro de récords Guinness* de 1990, el intervalo de tiempo más rápido para un automóvil con motor de pistones inicialmente en reposo para cubrir una distancia de un cuarto de milla es 4.96 s. Shirley Muldowney estableció este récord en septiembre de 1989. a) Suponga que las llantas traseras levantaron las delanteras del pavimento, como se muestra en la figura P5.38. ¿Qué valor mínimo de μ_s es necesario para lograr el intervalo de tiempo récord? b) Suponga que Muldowney tenía posibilidad de duplicar la potencia de su motor, y mantener otras cosas iguales. ¿Cómo afectaría este cambio al intervalo de tiempo?

Jaime Squire/Allsport/Getty Images


Figura P5.38

39. Un bloque de 3.00 kg parte del reposo en lo alto de un plano inclinado 30.0° y se desliza una distancia de 2.00 m hacia abajo por el plano en 1.50 s. Encuentre a) la magnitud de la aceleración del bloque, b) el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano, c) la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque y d) la rapidez del bloque después de deslizar 2.00 m.

40. Una mujer en un aeropuerto jala su maleta de 20.0 kg con rapidez constante al jalar de una correa en un ángulo θ sobre la horizontal (figura P5.40). Ella jala de la correa con una fuerza de 35.0 N. La fuerza de fricción sobre la maleta es 20.0 N. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la maleta. a) ¿Qué ángulo forma la correa con la horizontal? b) ¿Qué fuerza normal ejerce el suelo sobre la maleta?

Figura P5.40

41. Un objeto suspendido de 9.00 kg se conecta, mediante una cuerda ligera inextensible sobre una polea ligera sin fricción, a un bloque de 5.00 kg que se desliza sobre una mesa plana (figura P5.26). Si toma el coeficiente de fricción cinética como 0.200, encuentre la tensión en la cuerda.

42. Tres objetos se conectan sobre una mesa como se muestra en la figura P5.42. La mesa rugosa tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.350. Los objetos tienen masas de 4.00 kg, 1.00 kg y 2.00 kg, como se muestra, y las poleas no tienen fricción. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada objeto. a) Determine la aceleración de cada objeto y sus direcciones. b) Determine las tensiones en las dos cuerdas.

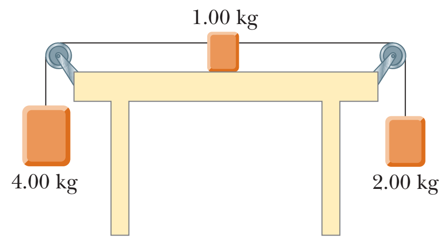


Figura P5.42

43. Dos bloques unidos mediante una cuerda de masa despreciable se arrastran mediante una fuerza horizontal (figura P5.43). Suponga que $F = 68.0$ N, $m_1 = 12.0$ kg, $m_2 = 18.0$ kg y el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es 0.100. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Determine la tensión T y la magnitud de la aceleración del sistema.

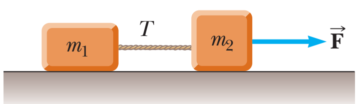


Figura P5.43

44. ● Un bloque de 3.00 kg de masa es empujado contra una pared mediante una fuerza $\vec{\mathbf{P}}$ que forma un ángulo $\theta = 50.0°$ con la horizontal, como se muestra en la figura P5.44. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y la pared es 0.250. a) Determine los valores posibles para la magnitud de $\vec{\mathbf{P}}$ que permiten al bloque permanecer fijo. b) Describa qué sucede si $|\vec{\mathbf{P}}|$ tiene un valor mayor y qué ocurre si es más pequeño. c) Repita los incisos a) y b) suponiendo que la fuerza forma un ángulo $\theta = 13.0°$ con la horizontal.

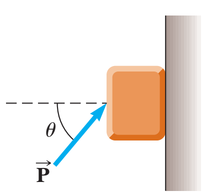


Figura P5.44

45. ● Un bloque de 420 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y la superficie es 0.720, y el coeficiente de fricción cinética es 0.340. Una fuerza de magnitud P empuja el bloque hacia adelante y abajo como se muestra en la figura P5.45. Suponga que la fuerza se aplica a un ángulo de 37.0° bajo la horizontal. a) Encuentre la aceleración del bloque como función de P. b) Si $P = 5.00$ N, encuentre la aceleración y la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque. c) Si $P = 10.0$ N, encuentre la aceleración y la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque. d) De palabra describa cómo depende la aceleración relacionada con P. ¿Existe una aceleración mínima definida para el bloque? Si es así, ¿cuál es? ¿Existe un máximo definido?

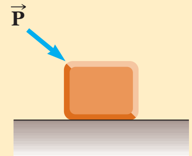


Figura P5.45

46. **Problema de repaso.** Un lado del techo de un edificio se eleva a 37.0°. Un estudiante lanza un frisbee hacia el techo. Golpea con una rapidez de 15.0 m/s, no rebota y luego se desliza en línea recta hacia arriba del plano inclinado. El coeficiente de fricción cinética entre el plástico y el techo es 0.400. El frisbee se desliza 10.0 m hacia arriba del techo hasta su pico, donde entra en caída libre siguiendo una trayectoria parabólica con resistencia de aire despreciable. Determine la altura máxima que el frisbee alcanza arriba del punto donde golpeó al techo.

47. La tabla entre otras dos tablas en la figura P5.47 pesa 95.5 N. Si el coeficiente de fricción entre los tableros es 0.663, ¿cuál debe ser la magnitud de las fuerzas de compresión (supuestas horizontales) que actúan sobre ambos lados del tablero central para evitar que se deslice?

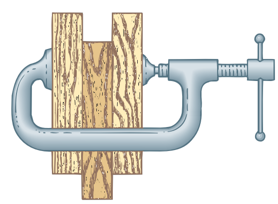


Figura P5.47

48. Un mago jala un mantel de abajo de una taza de 200 g ubicada a 30.0 cm del borde de la mesa. El mantel ejerce una fuerza de fricción de 0.100 N sobre la taza y el mantel se jala con una aceleración constante de 3.00 m/s^2. ¿Cuánto se mueve la taza en relación con la mesa horizontal antes de que el mantel esté completamente afuera debajo de ella? Note que el mantel debe moverse más de 30 cm en relación con la mesa durante el proceso.

49. ● Un paquete de platos (60.0 kg de masa) se asienta en la plataforma de una camioneta pickup con una compuerta abierta. El coeficiente de fricción estática entre el paquete y la plataforma de la camioneta es 0.300, y el coeficiente de fricción cinética es 0.250. a) La camioneta acelera hacia adelante sobre suelo a nivel. ¿Cuál es la aceleración máxima que puede tener la camioneta de modo que el paquete no se deslice en relación con la plataforma de la camioneta? b) Apenas la camioneta supera esta aceleración y enseguida se mueve con aceleración constante, con el paquete deslizándose a lo largo de su plataforma. ¿Cuál es la aceleración del paquete en relación con el suelo? c) El conductor limpia los fragmentos de platos y comienza de nuevo con un paquete idéntico con la camioneta en reposo. La camioneta acelera sobre una colina inclinada a

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

10.0° con la horizontal. ¿Ahora cuál es la aceleración máxima que puede tener la camioneta tal que el paquete no se deslice en relación con la plataforma? d) Cuando la camioneta supera esta aceleración, ¿cuál es la aceleración del paquete en relación con el suelo? e) Para la camioneta estacionada en reposo sobre una colina, ¿cuál es la pendiente máxima que puede tener la colina tal que el paquete no se deslice? f) ¿Alguna pieza de datos es innecesaria para la solución en todas los incisos de este problema? Explique.

Problemas adicionales

50. Las siguientes ecuaciones describen el movimiento de un sistema de dos objetos:

$$+n - (6.50\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)\cos 13.0° = 0$$

$$f_k = 0.360n$$

$$+T + (6.50\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)\text{ sen }13.0° - f_k = (6.50\text{ kg})a$$

$$-T + (3.80\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = (3.80\text{ kg})a$$

a) Resuelva las ecuaciones para a y T. b) Describa una situación a la que se apliquen estas ecuaciones. Dibuje diagramas de cuerpo libre para ambos objetos.

51. Un niño inventivo llamado Niels quiere alcanzar una manzana pendiente en un árbol sin escalar. Sentado en una silla unida a una soga que pasa sobre una polea sin fricción (figura P5.51), Niels jala sobre el extremo suelto de la soga con tal fuerza que la balanza de resorte lee 250 N. El verdadero peso de Niels es 320 N y la silla pesa 160 N. a) Dibuje diagramas de cuerpo libre para Niels y la silla considerada como sistemas separados, y otro diagrama para Niels y la silla considerados como un sistema. b) Muestre que la aceleración del sistema es *hacia arriba* y encuentre su magnitud. c) Encuentre la fuerza que Niels ejerce sobre la silla.

Figura P5.51 Problemas 51 y 52.

52. ● En la situación descrita en el problema 51 y la figura P5.51, las masas de la soga, balanza y polea son despreciables. Los pies de Niels no tocan el suelo. a) Suponga que Niels está momentáneamente en reposo cuando deja de jalar la soga hacia abajo y pasa el extremo de la soga a otro niño, de 440 N de peso, que está de pie en el suelo junto a él. La soga no se rompe. Describa el movimiento resultante. b) En vez de ello, suponga que Niels está momentáneamente en reposo cuando amarra el extremo de la soga a una saliente en forma de gancho resistente que se deriva del tronco del árbol. Explique por qué esta acción puede hacer que la cuerda se rompa.

53. Una fuerza dependiente del tiempo, $\vec{\mathbf{F}} = (8.00\hat{\mathbf{i}} - 4.00t\hat{\mathbf{j}})$ N, donde t está en segundos, se ejerce sobre un objeto de 2.00 kg inicialmente en reposo. a) ¿En qué tiempo el objeto se moverá con una rapidez de 15.0 m/s? b) ¿A qué distancia está el objeto de su posición inicial cuando su rapidez es 15.0 m/s? c) ¿A través de qué desplazamiento total el objeto viajó en este momento?

54. ● Tres bloques están en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura P5.54. A m_1 se le aplica una fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}$. Tome $m_1 = 2.00$ kg, $m_2 = 3.00$ kg, $m_3 = 4.00$ kg y $F = 18.0$ N. Dibuje un diagrama de cuerpo libre por separado para cada bloque y encuentre a) la aceleración de los bloques, b) la fuerza *resultante* sobre cada bloque y c) las magnitudes de las fuerzas de contacto entre los bloques. d) Usted trabaja en un proyecto de construcción. Un colaborador clava cartón–yeso en un lado de un separador ligero y usted está en el lado opuesto, proporcionando "respaldo" al apoyarse contra la pared con su espalda, empujando sobre ella. Cada golpe de martillo hace que su espalda sufra un pinchazo. El supervisor lo ayuda al poner un pesado bloque de madera entre la pared y su espalda. Use la situación analizada en los incisos a), b) y c) como modelo, y explique cómo este cambio funciona para hacer su trabajo más confortable.

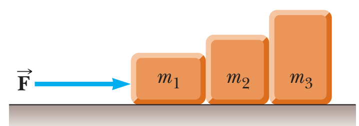


Figura P5.54

55. ● Una soga con masa m_1 se une al borde frontal inferior de un bloque con 4.00 kg de masa. Tanto la soga como el bloque están en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción. La soga no se estira. El extremo libre de la soga se jala con una fuerza horizontal de 12.0 N. a) Encuentre la aceleración del sistema, como dependiente de m_1. b) Encuentre la magnitud de la fuerza que ejerce la soga sobre el bloque, como dependiente de m_1. c) Evalúe la aceleración y la fuerza sobre el bloque para $m_1 = 0.800$ kg. *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil hacer el inciso c) antes que los incisos a) y b).

¿Qué pasaría si? d) ¿Qué ocurre a la fuerza sobre el bloque mientras la masa de la soga crece más allá de todo límite? e) ¿Qué ocurre a la fuerza sobre el bloque conforme la masa de la soga tiende a cero? f) ¿Qué teorema puede establecer acerca de la tensión en una cuerda *ligera* que une un par de objetos en movimiento?

56. Un deslizador de aluminio negro flota sobre una película de aire en una pista de aire de aluminio a nivel. En esencia, el aluminio no siente fuerza en un campo magnético y la resistencia del aire es despreciable. Un imán intenso se une a lo alto del deslizador y forma una masa total de 240 g. Un trozo de chatarra de hierro unido a un tope en la pista atrae al imán con una fuerza de 0.823 N cuando el hierro y el imán están separados 2.50 cm. a) Encuentre la aceleración del deslizador en este instante. b) La chatarra de hierro ahora se une a otro deslizador verde y forma una masa total de 120 g. Encuentre la aceleración de cada deslizador cuando se liberan simultáneamente a 2.50 cm de separación.

57. Un objeto de masa M se mantiene en lugar mediante una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ y un sistema de polea como se muestra en la figura P5.57. Las poleas no tienen masa ni fricción. Encuentre a) la tensión en cada sección de cuerda, T_1, T_2, T_3, T_4 y T_5 y b) la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}$. *Sugerencia:* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada polea.

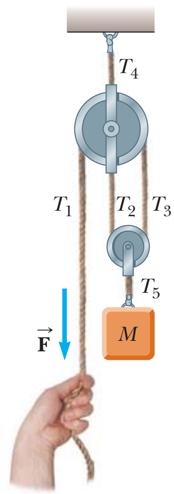


Figura P5.57

58. ● Un bloque de 2.20 kg de masa se acelera a través de una superficie rugosa mediante una cuerda ligera que pasa sobre una pequeña polea, como se muestra en la figura P5.58. La tensión T en la cuerda se mantiene en 10.0 N y la polea está a 0.100 m sobre la cara superior del bloque. El coeficiente de fricción cinética es 0.400. a) Determine la aceleración del bloque cuando $x = 0.400$ m. b) Describa el comportamiento general de la aceleración conforme el bloque se desliza desde una posición donde x es mayor que $x = 0$. c) Encuentre el valor máximo de la aceleración y la posición x para la que ocurre. d) Encuentre el valor de x para el que la aceleración es cero.

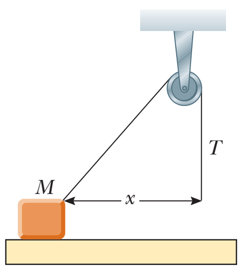


Figura P5.58

59. ● Estudiantes de física universitarios quedaron en primero y segundo lugares en un concurso y están en los muelles, observando cómo descargan sus premios de un contenedor. En un solo cable vertical ligero que no se estira, una grúa levanta un Ferrari de 1 207 kg y, bajo él, un BMW Z8 rojo de 1 461 kg. El Ferrari se mueve hacia arriba con 3.50 m/s de rapidez y 1.25 m/s^2 de aceleración. a) ¿Cómo se comparan la velocidad y la aceleración del BMW con las del Ferrari? b) Encuentre la tensión en el cable entre el BMW y el Ferrari. c) Encuentre la tensión en el cable sobre el Ferrari. d) En el modelo, ¿cuál es la fuerza total que se ejerce sobre la sección de cable entre los autos? ¿Qué velocidad predice para ella 0.01 s en lo sucesivo? Explique el movimiento de esta sección de cable en términos de causa y efecto.

60. Un bloque de aluminio de 2.00 kg y un bloque de cobre de 6.00 kg se conectan mediante una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. Se asientan sobre una superficie de acero, como se muestra en la figura P5.60, donde $\theta = 30.0°$. Cuando se liberan desde el reposo, ¿comenzarán a moverse? Si es así, determine a) su aceleración y b) la tensión en la cuerda. Si no, determine la suma de las magnitudes de las fuerzas de fricción que actúan sobre los bloques.

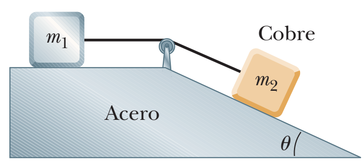


Figura P5.60

61. Una caja de peso F_g es empujada mediante una fuerza $\vec{\mathbf{P}}$ sobre un piso horizontal. a) El coeficiente de fricción estática es μ_s, y $\vec{\mathbf{P}}$ se dirige a un ángulo θ bajo la horizontal. Muestre que el valor mínimo de P que moverá la caja está dado por

$$P = \frac{\mu_s F_g \sec\theta}{1 - \mu_s \tan\theta}$$

b) Encuentre el valor mínimo de P que puede producir movimiento cuando $\mu_s = 0.400$, $F_g = 100$ N y $\theta = 0°$, 15.0°, 30.0°, 45.0° y 60.0°.

62. **Problema de repaso.** Un bloque de masa $m = 2.00$ kg se libera desde el reposo en $h = 0.500$ m sobre la superficie de una mesa, en lo alto de un plano inclinado de $\theta = 30.0°$, como se muestra en la figura P5.62. El plano sin fricción está fijo sobre una mesa de altura $H = 2.00$ m. a) Determine la aceleración del bloque mientras se desliza por el plano. b) ¿Cuál es la velocidad del bloque cuando deja el plano? c) ¿A qué distancia de la mesa el bloque golpeará el suelo? d) ¿Qué intervalo de tiempo transcurre entre la liberación del bloque y su golpe en el suelo? e) ¿La masa del bloque afecta alguno de los cálculos anteriores?

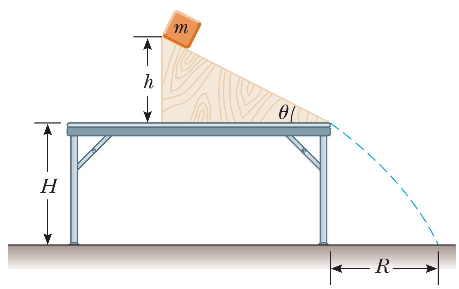


Figura P5.62 Problemas 62 y 68.

63. ● Un cojín neumático de masa m se libera desde el reposo en lo alto de un edificio que tiene altura h. Un viento que sopla a lo largo del lado del edificio ejerce una fuerza horizontal constante de magnitud F sobre el cojín conforme cae, como se muestra en la figura P5.63. El aire no ejerce fuerza vertical. a) Demuestre que la trayectoria del cojín es una línea recta. b) ¿El cojín cae con velocidad constante? Explique. c) Si $m = 1.20$ kg,

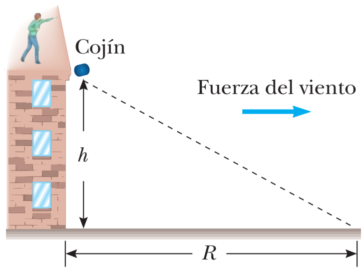


Figura P5.63

$h = 8.00$ m y $F = 2.40$ N, ¿a qué distancia del edificio el cojín golpeará el nivel del suelo? **¿Qué sucedería...?** d) Si el cojín se lanza hacia abajo con una rapidez distinta de cero, desde lo alto del edificio, ¿cuál será la forma de su trayectoria? Explique.

64. A un estudiante se le pide medir la aceleración de un carretón sobre un plano inclinado "sin fricción", como se muestra en la figura 5.11, con el uso de una pista de aire, un cronómetro y una regleta graduada. La altura del plano se mide en 1.774 cm, y la longitud total del plano se mide en $d = 127.1$ cm. Por tanto, el ángulo de inclinación θ se determina a partir de la relación sen $\theta = 1.774/127.1$. El carretón se libera desde el reposo en lo alto del plano y su posición x a lo largo del plano se mide como función del tiempo, donde $x = 0$ se refiere a la posición inicial del automóvil. Para valores x de 10.0 cm, 20.0 cm, 35.0 cm, 50.0 cm, 75.0 cm y 100 cm, los tiempos medidos a los que se alcanzan estas posiciones (promediados sobre cinco corridas) son 1.02 s, 1.53 s, 2.01 s, 2.64 s, 3.30 s y 3.75 s, respectivamente. Construya una gráfica de x contra t^2 y realice a los datos un ajuste lineal por mínimos cuadrados. Determine la aceleración del carretón a partir de la pendiente de esta gráfica y compárela con el valor que obtendría al usar $a = g$ sen θ, donde $g = 9.80$ m/s^2.

65. Una tostadora de 1.30 kg no está conectada. El coeficiente de fricción estática entre la tostadora y un mostrador horizontal es 0.350. Para hacer que la tostadora comience a moverse, usted jala descuidadamente su cordón eléctrico. a) para que la tensión en el cordón sea tan pequeña como sea posible, ¿en qué ángulo sobre la horizontal debe jalar? b) Con este ángulo, ¿qué tan grande debe ser la tensión?

66. ● En la figura P5.66, las poleas y las cuerdas son ligeras, todas las superficies son sin fricción y las cuerdas no se estiran. a) ¿Cómo se compara la aceleración del bloque 1 con la aceleración del bloque 2? Explique su razonamiento. b) La masa del bloque 2 es 1.30 kg. Encuentre su aceleración dependiente de la masa m_1 del bloque 1. c) Evalúe su respuesta para $m_1 = 0.550$ kg. *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil hacer el inciso c) antes que el inciso b). **¿Qué sucedería...?** d) ¿Qué predice el resultado del inciso b) si m_1 es mucho menor que 1.30 kg? e) ¿Qué predice el resultado del inciso b) si m_1 tiende a infinito? f) ¿Cuál es la tensión en la cuerda larga en este último caso? g) ¿Podría anticipar las respuestas d), e) y f) sin hacer primero el inciso b)? Explique.

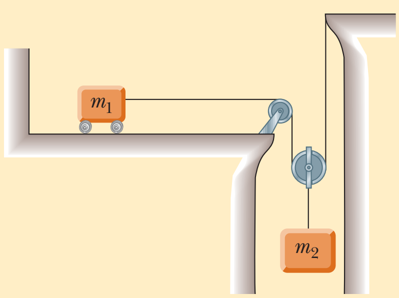


Figura P5.66

67. ¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar al automóvil que se muestra en la figura P5.67 de modo que los bloques permanezcan fijos en relación con el carretón? Suponga que todas las superficies, ruedas y poleas no tienen fricción. Observe que la fuerza que ejerce la cuerda acelera m_1.

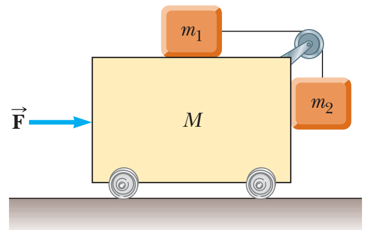


Figura P5.67

68. En la figura P5.62, el plano inclinado tiene masa M y se une a la mesa horizontal fija. El bloque de masa m se coloca cerca del fondo del plano y se libera con un rápido empujón que lo hace deslizar hacia arriba. El bloque se detiene cerca de lo alto del plano, como se muestra en la figura, y luego se desliza hacia abajo de nuevo, siempre sin fricción. Encuentre la fuerza que la mesa ejerce sobre el plano a lo largo de este movimiento.

69. Una van acelera hacia bajo de una colina (figura P5.69), y va desde el reposo a 30.0 m/s en 6.00 s. Durante la aceleración, un juguete ($m = 0.100$ kg) cuelga mediante una cuerda del techo de la van. La aceleración es tal que la cuerda permanece perpendicular al techo. Determine a) el ángulo θ y b) la tensión en la cuerda.

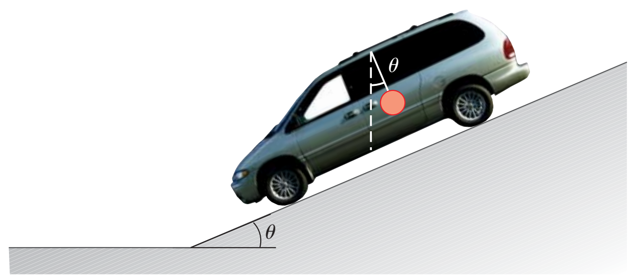


Figura P5.69

70. Un objeto de 8.40 kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado fijo sin fricción. Use una computadora para determinar y tabular la fuerza normal que se ejerce sobre el objeto y su aceleración para una serie de ángulos de inclinación (medidos desde la horizontal) que varían de 0° a 90° en incrementos de 5°. Trace una gráfica de la fuerza normal y la aceleración como funciones del ángulo de inclinación. En los casos límite de 0° y 90°, ¿sus resultados son consistentes con el comportamiento conocido?

71. Un móvil se forma al soportar cuatro mariposas metálicas de igual masa m de una cuerda de longitud L. Los puntos de soporte están igualmente espaciados una distancia ℓ, como se muestra en la figura P5.71. La cuerda forma un ángulo θ_1 con

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

el techo en cada punto final. La sección central de la cuerda es horizontal. a) Encuentre la tensión en cada sección de cuerda en términos de θ_1, m y g. b) Encuentre el ángulo θ_2, en términos de θ_1, que las secciones de cuerda entre las mariposas exteriores y las mariposas interiores forman con la horizontal. c) Demuestre que la distancia D entre los puntos extremos de la cuerda es

$$D = \frac{L}{5}\left(2\cos\theta_1 + 2\cos\left[\tan^{-1}\left(\tfrac{1}{2}\tan\theta_1\right)\right] + 1\right)$$

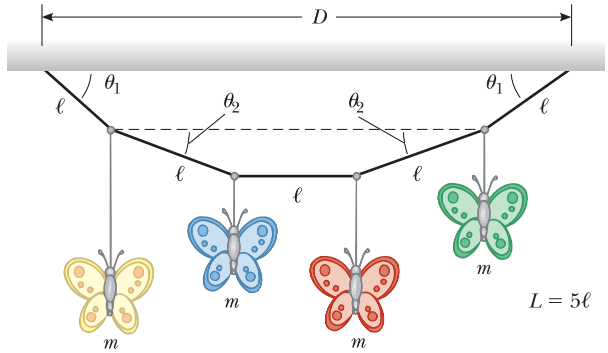


Figura P5.71

Respuestas a las preguntas rápidas

5.1 d). La opción a) es verdadera. La primera ley de Newton dice que el movimiento no requiere fuerza: un objeto en movimiento continúa moviéndose a velocidad constante en ausencia de fuerzas externas. La opción b) también es verdadera. Un objeto fijo puede tener muchas fuerzas actuando sobre él, pero si la suma vectorial de todas estas fuerzas externas es cero, no hay fuerza neta y el objeto permanece fijo.

5.2 a). Si actúa una sola fuerza, esta fuerza constituye la fuerza neta y existe una aceleración de acuerdo con la segunda ley de Newton.

5.3 d). Con el doble de fuerza, el objeto experimentará el doble de aceleración. Puesto que la fuerza es constante, la aceleración es constante, y la rapidez del objeto (que parte del reposo) está dada por $v = at$. Con el doble de aceleración, el objeto llegará a la rapidez v en la mitad de tiempo.

5.4 b). Puesto que el valor de g es más pequeño en la Luna que en la Tierra, se requeriría más masa de oro para representar 1 newton de peso en la Luna. Por lo tanto, su amigo en la Luna es más rico, ¡por un factor aproximado de 6!

5.5 **i)**, c). En concordancia con la tercera ley de Newton, la mosca y el autobús experimentan fuerzas que son iguales en magnitud pero opuestas en dirección. **ii)**, a). Puesto que la mosca tiene una masa mucho muy pequeña, la segunda ley de Newton dice que experimenta una aceleración muy grande. La gran masa del autobús significa que resiste más efectivamente cualquier cambio en su movimiento y muestra una aceleración pequeña.

5.6 b). La fuerza de fricción actúa opuesta a la fuerza gravitacional sobre el libro para mantenerlo en equilibrio. Puesto que la fuerza gravitacional es hacia abajo, la fuerza de fricción debe ser hacia arriba.

5.7 b). Cuando se jala con la soga, hay una componente de su fuerza aplicada que es hacia arriba, lo que reduce la fuerza normal entre el trineo y la nieve. A su vez, la fuerza de fricción entre el trineo y la nieve se reduce, lo que hace que el trineo sea más fácil de mover. Si usted empuja por detrás con una fuerza con un componente hacia abajo, la fuerza normal es mayor, la fuerza de fricción es más grande y el trineo es más difícil de mover.