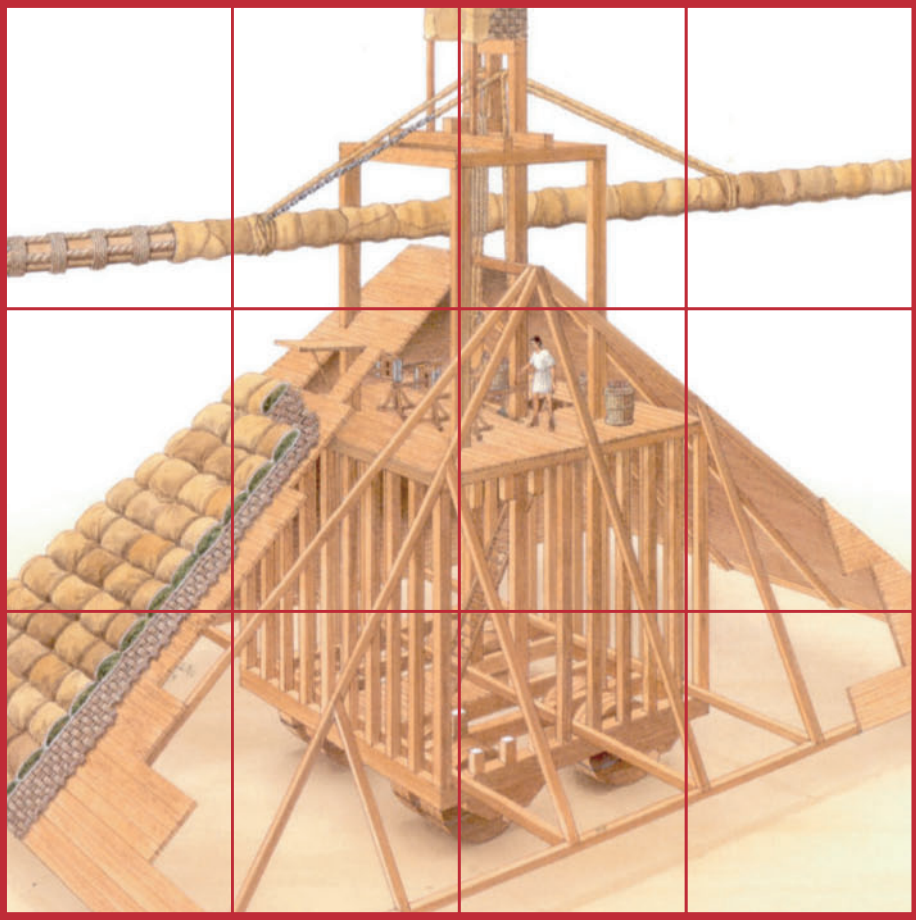
MECÁNICA BÁSICA

Fuerza y Movimiento

Lic. Lorenzo Iparraguirre



Colección: LAS CIENCIAS NATURALES Y LA MATEMÁTICA

ÍNDICE

Capítulo 1
Introducción al estudio de la física 8
• 1.1. Ideas acerca de la ciencia 8
• 1.2. Materia, espacio y tiempo 13
• 1.3. Estados de la materia 19
• 1.4. Unidades, dimensiones y notación 24
Ejercicios 28

Capítulo 2
Posiciones, movimientos y vectores 29
• 2.1. Ideas fundamentales acerca del movimiento y las fuerzas 29
• 2.2. Vectores 36
Ejercicios 49

Capítulo 3
Fuerzas y tensiones mecánicas 53
• 3.1. Ideas básicas sobre las fuerzas 53
• 3.2. Fuerzas de contacto 68
• 3.3. Fuerzas de gravedad 72
Ejercicios 80

Capítulo 4
Principios de la dinámica 85
• 4.1. Movimiento lineal 85
• 4.2. Los principios de la dinámica 91
• 4.3. Interpretación 98
Ejercicios 106

Capítulo 5
Movimientos lineales básicos 111
• 5.1. Discusión general básica 111
• 5.2. Movimientos rectilíneos 114
Ejercicios 127

Capítulo 6
Trabajo y energía 133
• 6.1. Trabajo mecánico 133
• 6.2. Teorema del trabajo y la energía cinética 136
• 6.3. Sistemas con fuerzas conservativas 140
• 6.4. Movimiento de presencia de fuerzas conservativas y no conservativas 146
• 6.5. Conservación de la energía y primer principio de la termodinámica 153

• 6.6. Potencia mecánica 155
Ejercicios 159

Capítulo 7
Dinámica de las rotaciones 165
• 7.1. Generalidades sobre el movimiento de rotación 165
• 7.2. Movimiento de una fuerza con respecto a un eje 167
• 7.3. Leyes de la dinámica de la rotación pura 170
• 7.4. Rotación más traslación 180
Ejercicios 183

Apéndice 1
Notación exponencial y cifras significativas 186

Apéndice 2
Tipos de esfuerzo y tensiones 188

Apéndice 3
Centro de masa 191

Apéndice 4
Movimiento oscilatorio armónico 193

Apéndice 5
El trabajo de las fuerzas interiores 197

Apéndice 6
Principio de conservación de la energía 199
• A6.1. Algunas ideas fundamentales acerca de la energía 199
• A6.2. La revolución industrial y las máquinas de trabajar 201
• A6.3. Ideas acerca del calor 202
• A6.4. La conservación de la energía 204

Apéndice 7
Vectores axiales 206

Apéndice 8
Movimiento orbital 209

Resoluciones, desarrollos y comentarios 211

Capítulo

1

Introducción al estudio de la física

En este capítulo presentaremos algunas ideas fundamentales sobre la forma en que trabaja la Ciencia, revisando especialmente las que se refieren a la física para sugerir una postura con la que abordar su estudio.
Luego pasaremos a una descripción de la materia como primer paso en el estudio del mundo que nos rodea. Desarrollaremos aquí una definición de masa con la que podremos comenzar a trabajar, y una reflexión sobre aspectos macroscópicos y microscópicos de los estados sólido, líquido y gaseoso.
Finalmente, presentaremos el Sistema Internacional de Unidades (SI), y trataremos detalles prácticos relacionados con las unidades, la notación y la escritura de cifras, necesarios para iniciar cualquier tarea que requiera la utilización de cálculos.

1.1. Ideas acerca de la ciencia

A lo largo de este libro de física estudiaremos y revisaremos las ideas fundamentales sobre el movimiento de los cuerpos, un tema que ha sido clave en el desarrollo de la ciencia.

Actualmente, muchas ramas de muchas ciencias están intrincadamente mezcladas e interrelacionadas. Es difícil decir dónde terminan ahora las incumbencias de una ciencia, en particular de la física. Además sería empobrecedor considerar que su principal objeto de estudio es el movimiento de las cosas.

Pero es útil tener en cuenta que muchos de los conceptos que veremos en estas páginas, como los de vector, de trabajo, o de energía, fueron elaborados para resolver problemas, o explicar aspectos de movimientos, y son fundamentales en cualquier rama de la física actual.

Los conceptos fueron *elaborados*, dice el párrafo anterior, y eso es una característica básica de la ciencia: los conceptos *no están en la naturaleza*, no pueden ser hallados observando los fenómenos, sino que son ideas que elaboramos para *interpretar* lo que observamos.

El ser humano tiende por su propia naturaleza a interpretar los sucesos del mundo tratando de entenderlos. Para ello, su mente genera ideas que organiza como *modelos* y *teorías* que le permitan explicar los hechos observados.

Cuando una persona observa un *hecho* de la realidad, es decir cualquier tipo de cosa que suceda, a través de sus sentidos capta *datos*, que constituyen *información*. Luego incorpora esta información a un modelo de una situación que, de manera más o menos consciente, construye. Los modelos son construcciones mentales que se refieren a una parte de la realidad, que se aísla (imaginariamente) del resto, para entenderla.

Podría decirse que frente a un fenómeno observado, la persona sólo puede organizar y manejar sus ideas haciendo una especie de recorte de la realidad, selecciona *todos los elementos que considera relevantes* para entender o explicar ese fenómeno, y descarta el resto.

Al decidir qué es lo que interesa y qué es lo que no, el observador está construyendo un modelo, al que además le impone (consciente o inconscientemente) *leyes y reglas de funcionamiento*, de la manera que él considera que representan mejor a la realidad. Todo este sistema de leyes y reglas que regulan la relación entre las ideas o los conceptos, constituye una teoría (no siempre explícita) que el observador posee y utiliza.

Una parte fundamental de la resolución de cualquier problema, y de la comprensión de cualquier tema, consiste en saber modelizarlo, recortándolo adecuadamente del resto, decidiendo qué es lo relevante y qué no lo es para él. *Este libro propondrá mucha ejercitación con ese tipo de actividades.*

Puede considerarse que cada modelo conforma una teoría particular y que el conjunto de muchos modelos constituye una gran teoría. Generalmente aparecen contradicciones internas en una gran teoría cuando se trata de armonizar modelos de muchas situaciones o hechos particulares. Cada persona busca *coherencia* en su forma pensar las diferentes situaciones, pero la coherencia total es un *ideal* inalcanzable, al que algunos logran aproximarse más y otros menos.

De todos modos, con sus aciertos y contradicciones, son las teorías y los modelos los que permiten organizar los datos que el ser humano recibe continuamente del mundo exterior por vía de sus diferentes sistemas de percepción. Así, los datos no se almacenan de manera caótica o desordenada, sino que se organizan en un *cuerpo de conocimientos* donde poseen significados.

Cada persona organiza continuamente sus percepciones por medio de la modelización y teorización, para disponer de su propio conocimiento y decidir sobre su propia conducta, sin ser necesariamente consciente de gran parte del proceso.

Conocimiento común y conocimiento científico

Así, las personas en su vida cotidiana construyen lo que se denomina *conocimiento común*, o *conocimiento de sentido común*. Este conocimiento aspira a ser racional y objetivo, pero está limitado en sus posibilidades, esencialmente porque en la vida cotidiana es importante la economía de esfuerzos, por lo que el conocimiento común busca *certezas*, y se detiene cuando juzga que las alcanzó en grado suficiente. No se pueden evitar totalmente las incoherencias entre ámbitos muy diferentes en los que deba aplicarse, porque no bastaría toda la vida (ni muchas vidas) para organizar a tal punto el sistema de ideas de cualquier ser humano.

El conocimiento que logra superar estas limitaciones del pensamiento individual cotidiano es el conocimiento *científico*, que se construye *colectivamente* con los llamados procedimientos científicos.

Allí donde el conocimiento común se detiene (porque ha logrado una imagen o modelo suficientemente satisfactorio de algo observado) se inicia el conocimiento científico.

En él, muchas personas cuestionarán cualquier imagen o modelo de manera cada vez más profunda e insistente, hasta encontrar discrepancias que impulsarán la generación de ideas para mejorar la teoría.

Mientras que el conocimiento común trata de que no aparezcan contradicciones o incoherencias, el conocimiento científico provoca por todos los medios posibles que aparezcan para lograr que el cuerpo teórico mejore y avance.

Así, el cuerpo teórico es el *núcleo central de la ciencia*, pero no es independiente de la realidad, sino que sus consecuencias (en cada modelo particular) deben someterse a *contrastación experimental*, es decir, compararse con resultados de experimentos.

La ciencia crece a partir del conocimiento común, pero lo supera y llega a ser una forma diferente de conocimiento. Logra un grado superior de objetividad porque sus enunciados son *impersonales*, y se someten a contrastación experimental: todo enunciado científico debe ser *verificable con independencia del agente*. Los resultados obtenidos por un científico se publican y pasan a ser patrimonio de toda la comunidad.

Los enunciados científicos son públicos e independientes de quien los produce. Una parte importante del sistema científico actual es el sistema de comunicación y circulación del conocimiento.

El conocimiento común se contenta cuando puede explicar los datos que se posee, en cambio, cuando el conocimiento científico ha logrado explicar los datos conocidos, considera que es el momento de predecir los datos que corresponderán a nuevas situaciones que aún no han ocurrido, que habrá que imaginar, y habrá que producir, en experimentos que pongan a prueba las teorías para que avancen.

Así, una teoría nunca estará definitivamente terminada, pero se irá ajustando de manera de dar cuenta de los hechos de un modo cada vez más adecuado.

El conocimiento científico no avanza siempre de manera suave y uniforme. De vez en cuando, muy rara vez pero sucede, todo comienza a andar mal: el cuerpo teórico resulta incapaz de explicar una cantidad cada vez mayor de fenómenos nuevos, y fracasan los intentos de mejorar las teorías. Después de andar un tiempo a los tropiezos se produce una especie de *revolución científica*, y se llega a la necesidad de cambiar radicalmente las nociones más básicas, las que se consideraban más seguras y de las que nadie hubiese dudado.

Si bien esto sucede alguna vez (en las notas 1: idealismo y realismo, y 2: ciencia en crisis y ciencia normal, citamos algunos casos), no es la forma normal en que marcha la ciencia. En los períodos de *ciencia normal*, que constituyen la mayor parte, los científicos no trabajan tratando de destruir la teoría, ni de descubrirle grandes falencias, ni tratando inventar o descubrir grandes leyes y principios nuevos; sino que cada uno trabaja en su campo de interés, a veces un campo reducido, aplicando la teoría que está en marcha y que se considera aceptada por la comunidad científica. Es cierto que continuamente se superan escollos que surgen, pero que no se considera que pongan en peligro el núcleo central. Lo normal es que el trabajo de los científicos consista en aplicar la ciencia conocida y aceptada a los *problemas que deben resolver*. En ese proceso la ciencia avanza enriqueciéndose con los aportes de toda la comunidad científica.

Tanto en la ciencia como en el conocimiento común, gran parte de lo que se descubre depende de las preguntas que se formulen. Aunque todo lo que consideremos válido hoy podrá ser modificado mañana, aún en las etapas de cambios catastróficos necesitamos tener claras las ideas de hoy, para poder hacer preguntas, y entender lo que surja mañana. El conjunto de ideas que la ciencia deseche, *será cuestionado y desechado con las herramientas mismas de la ciencia*.

La ciencia esencialmente resuelve problemas, gran parte del conocimiento surge en respuesta a preguntas y problemas.

En este sentido, digamos que la ciencia afirma sobre sí misma que es más verdadera que cualquier modelo no científico del mundo, porque *tiene incorporados los mecanismos para*:

- probar su pretensión de verdad, sometiéndola a contrastación empírica;
- descubrir sus propios errores y deficiencias, y
- corregir sus propios errores y deficiencias.

Por otra parte, no podemos terminar estos comentarios sin aclarar que todo lo dicho se refiere especialmente a las ciencias llamadas *fácticas*, o *factuales* (de *facto*, que significa *hecho*).

Lo factual o empírico, es lo que nuestras percepciones o aparatos registran como datos o información. Es lo observado y lo medido. Las ciencias factuales son las que se refieren a los hechos, ya sean teóricas o experimentales, ya sean naturales, o sociales, estas ciencias *construyen teorías que se refieren a cosas del mundo*, a hechos. Todos sus enunciados pueden y deben ser contrastados empíricamente para verificarlas. Verificación que, por lo que ya hemos dicho, siempre es provisoria.

Galileo GALILEI (1564-1642), considerado padre del método experimental, o sea, de la ciencia moderna, escribió:

... La Filosofía está escrita en ese gran libro del universo, que está continuamente abierto ante nosotros para que lo observemos. Pero el libro no puede comprenderse sin que antes aprendamos el lenguaje y alfabeto en que está compuesto. Está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto.

Existen también las ciencias formales, como la lógica o la matemática. Éstas son autosuficientes, y no dependen del resultado de experimentos. Podría decirse que estudian la *forma de las ideas*.

Para que se entienda, a modo de ejemplo, un enunciado de una ciencia formal podría ser:

"Si todos los elementos A son azules, y todos los B no lo son, entonces ningún B puede ser A".

Otro enunciado, un poco menos elemental sería (suponiendo que ya se ha definido lo que significa número natural, número par, y el signo ×):

"Si a es un número par, y b es cualquier número natural, entonces a × b es un número par".

Estos ejemplos muestran afirmaciones que no pueden ser contradichas por ningún experimento, y aclaran el papel que puede jugar la matemática en la física. Cuando se elaboran razonamientos para tratar algún tema de física (y de cualquier ciencia factual), se manejan con las reglas de la ciencia formal.

Las ciencias factuales necesitan de las ciencias formales para manipular su núcleo teórico.

En este libro requeriremos de numerosas herramientas de la matemática. Los elementos matemáticos, que son el objeto de conocimiento para los estudiosos de esa ciencia, serán herramientas de uso obligatorio para nosotros, en el estudio de nuestros propios objetos de conocimiento, los conceptos de la física.

Nota 1. Idealismo y realismo

El punto de vista idealista *extremo sostiene que sólo podemos conocer nuestro mundo interior y que la existencia del mundo exterior, independiente del sujeto que conoce, no es una verdad demostrable. El pensamiento platónico (de PLATÓN, 427-347aC) sostiene que el mundo real es el mundo de las ideas, mientras que el mundo exterior es una apariencia no demostrable.*

Esto no significa que los antiguos griegos fuesen delirantes, sino que eran grandes pensadores, capaces de llevar los refinamientos del razonamiento hasta los extremos, aún en contra del sentido común (que también conocían a la perfección). SÓCRATES (469-399aC), de quien PLATÓN fue discípulo, sostenía ideas más parecidas a las de este libro: reconocía que no podía demostrarse *la existencia de una realidad exterior al sujeto, pero apelaba al sentido común para justificar su* creencia *en dicha existencia.*

Dentro del pensamiento científico hay muchas corrientes filosóficas, aunque puede decirse que se acepta mayoritariamente el punto de vista racionalista*, según el cual si existe una realidad exterior al sujeto, es posible llegar a conocer aspectos de esa realidad, y es posible mejorar dicho conocimiento por medio de la investigación científica.*

Nota 2. Ciencia en crisis y ciencia normal

La tarea científica es una aventura apasionante y creativa, con sorpresas esperando en cada recodo del camino.

En ciertas ocasiones, el cuerpo teórico resulta incapaz de explicar una cantidad cada vez mayor de fenómenos nuevos y, aunque fracasen todos los intentos por mejorarlo, no se puede abandonar una teoría hasta tener otra que la reemplace. Así es que, por un tiempo, todo anda mal. El edificio de la ciencia entra en crisis. Se ensayan ideas nuevas, y puede ocurrir que se tengan que cambiar las nociones más básicas, y que se deban pensar nuevas formas de interpretar las cosas.

El filósofo de la ciencia Thomas KHUN (1922-1996) bautizó a esos períodos como de "revolución científica".

Uno de esos períodos, la "revolución copernicana", tuvo mucho que ver con el surgimiento de las teorías que estudiaremos. En esa ocasión, se tuvo que abandonar el modelo geocéntrico (geos: Tierra, centro del universo), adoptado desde hacía más de 15 siglos por la ciencia europea, y reemplazarlo por el heliocéntrico (helios: Sol, centro del universo) de Nicolás COPÉRNICO (1473-1543). Ahora bien, la idea de que la Tierra estaba inmóvil en el centro del universo, era la base de toda una gran teoría según la cual todo el universo había sido creado para la contemplación del hombre, que vivía en un planeta lleno de males e imperfecciones, rodeado de un cielo con cuerpos celestes de naturaleza perfecta, inmutables e incorruptibles. Había una teoría física para lo que sucedía en la Tierra y otra, absolutamente diferente, para los cuerpos celestes.

Las nuevas ideas heliocéntricas obligaron a cambiar todo lo que se consideraba importante. El hombre dejó de verse como el centro de la creación, y se vio arrastrado por el espacio en un cuerpo de la misma naturaleza que los demás astros, que por lo tanto, no debían considerarse diferentes ni perfectos, y estarían sujetos a las mismas leyes y contingencias que los objetos terrestres. No fue fácil esa época para muchos científicos o pensadores. Hoy cuesta comprender la dimensión de las conmociones que producían estas ideas, pero más de uno fue a la hoguera por sostenerlas.

Otra revolución notable tuvo lugar a comienzos del siglo XX. Hubo que cambiar las nociones de espacio y tiempo ("Teoría de la Relatividad") y, a la vez, entender que había átomos, explicar cómo eran, y asumir que los objetos del mundo subatómico no se podían pensar de la misma manera que los macroscópicos ("Teoría Cuántica"). Nadie fue incinerado esta vez, pero los físicos sintieron que todo lo que entendían se había quemado en una hoguera.

Valga como anécdota mencionar que en cierta ocasión el físico alemán Wilhelm WIEN (aprovechando para alardear que Albert EINSTEIN, creador de la teoría de la relatividad, también era alemán) le dijo a Ernest RUTHERFORD (neozelandés que había logrado explicar cómo era el átomo): "lo que sucede es que ustedes, los anglosajones, no pueden comprender la relatividad". A lo que éste respondió: "realmente no, somos demasiado sensatos".

1.2. Materia, espacio y tiempo

Vivimos en un mundo de materia que llamamos *mundo físico*. En el mundo físico *existe la materia*. En él nosotros, que somos de materia, existimos, nos movemos, pensamos y sentimos.

Cuando pensamos elaboramos conceptos, ideas e interpretaciones. Consideramos que las ideas existen, aunque no físicamente. Decimos que existen en un mundo especial, no físico, *el mundo de las ideas*. En ese mundo se encuentran los valores, los conceptos y las teorías, que no tienen existencia física porque carecen de materia.

Podemos imaginar ideas que existan fuera del tiempo, aunque éste transcurre mientras las imaginamos porque somos de materia. Como todo lo material, estamos sujetos al transcurso del tiempo.

"El tiempo sólo es tardanza de lo que está por venir."
Martín Fierro

La física no intenta definir qué es el tiempo, pero sí medir como transcurre, y definir unidades y métodos para hacerlo correctamente. En cada situación física que analicemos deberemos considerar el tiempo, aunque no nos interesaremos en las especulaciones filosóficas sobre su naturaleza. En general, deberemos distinguir cuando hablamos de un *instante de tiempo*, que indica cuándo ocurrió un suceso, de cuando hablamos de un *intervalo de tiempo* transcurrido desde un instante que se considera inicial, hasta otro que se considera final.

En el nivel en que desarrollaremos los temas de este libro, nos será útil y suficiente, la idea más simple, según la cual el espacio se concibe como un escenario en el cual transcurre el tiempo de manera uniforme, mientras la materia evoluciona, se mueve, o se transforma de muy diversas maneras.

Proponemos recorrer algunas ideas acerca de cómo está constituida la materia para entender, un poco, el origen de tanta diversidad en las formas que adopta.

La materia está formada por átomos

Los filósofos de la Grecia antigua, en un plano meramente especulativo, enunciaron que la materia estaba formada por partículas indivisibles: *átomos* (en griego). Esta concepción, debida esencialmente a DEMÓCRITO (siglo V aC.), posteriormente fue abandonada y reemplazada por las ideas de ARISTÓTELES (384-322 aC.), según las cuales el mundo material se explicaba por la existencia de *cuatro elementos* fundamentales: *tierra, aire, fuego y agua*, capaces por sí solos de dar cuenta de todo lo existente. Estos elementos estaban sometidos a la acción de dos *fuerzas*: la *gravedad*: "tendencia de la tierra y del agua a hundirse", y la *ligereza*: "tendencia del aire y el fuego a ascender". La materia era considerada de naturaleza continua, y por lo tanto no existía un límite físico que impidiera dividir un trozo de cualquier material en porciones cada vez menores hasta el infinito.

Muchos siglos después, los iniciadores de la química moderna llegaron a conclusiones

similares a las de los primitivos filósofos griegos, pero sobre la base de una serie de observaciones experimentales. Robert BOYLE (1626-1691) supo aprovechar la información acumulada por los alquimistas e interpretarla fuera del contexto mágico de la Alquimia. Mediante experimentos hábilmente diagramados, que interpretó muy cuidadosamente, pudo desarrollar un cuerpo conceptual lo suficientemente poderoso para oponerse a las ideas aristotélicas ampliamente difundidas en su época y aceptadas oficialmente como la expresión definitiva de una única verdad.

Luego de los trabajos de BOYLE, y gracias a un cúmulo de investigaciones (algunas realizadas por él y muchas por otros científicos, entre ellos LAVOISIER) John DALTON (1766-1844) enunció en 1808 su famosa *teoría atómica*, piedra fundamental de la química moderna. Se inició entonces la gran aventura de descifrar los enigmas atómicos, aventura que está lejos de haber concluido.

Ideas elementales actuales sobre el átomo

En una descripción elemental podemos decir que el átomo está constituido por protones y neutrones agrupados apretadamente en un núcleo, y electrones que por su rápido movimiento alrededor del mismo configuran una *nube* (o *corteza*) electrónica. Esta nube constituye lo que, de alguna manera, se considera su "cuerpo".

Los protones son partículas con carga eléctrica positiva, que agrupados con los neutrones, denominados así precisamente por ser neutros, hacen que en el núcleo del átomo esté la carga positiva. Los electrones son las partículas negativas del átomo, retenidas por la atracción eléctrica del núcleo.

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de electrones y protones, y aquí nos interesaremos sólo en una de sus leyes básicas: las partículas con carga de signo opuesto se atraen y las del mismo signo se repelen. Esta propiedad no basta para entender el funcionamiento de cualquier aparato eléctrico moderno, pero sí para entender que el núcleo del átomo atrae y mantiene "cautivos" a sus electrones, y que ésa es la razón primera que fundamenta la existencia de los átomos y de la materia tal como la conocemos.

Cada electrón tiene exactamente tanta carga como un protón, pero de signo opuesto. De manera que el átomo logra la neutralidad eléctrica rodeándose de tantos electrones en la nube o corteza negativa, como protones haya en el núcleo.[1]

El núcleo condensa en una región inimaginablemente pequeña (un punto, comparado con el átomo) casi toda la masa de éste, distribuida entre neutrones y protones, ambos de

[1] De la misma manera que lo hace cada átomo, los grupos de átomos, ya sean moléculas o cuerpos macroscópicos, logran la neutralidad eléctrica cuando el número total de sus electrones iguala al número total de los protones de sus núcleos. Mientras un átomo o grupo de átomos no ha logrado la neutralidad, tiene carga eléctrica de algún signo, y se denomina ion (negativo si hay electrones de más, y positivo en caso contrario). La carga de un ion se manifiesta con fuerzas eléctricas atractivas para las partículas de signo contrario, y repulsivas para las del mismo signo. Éste es el mecanismo por el cual la materia tiende a la electroneutralidad.

masas casi iguales. La carga positiva de este núcleo mantiene un cuerpo negativo constituido por los livianos electrones a su alrededor en un movimiento rapidísimo, también inimaginable. Las nubes electrónicas de los átomos vecinos son las partes que entran en "contacto", por llamarlo de alguna manera, cuando los átomos vecinos se aproximan, y tienen cierto grado de estructura que determina las uniones químicas que pueden ocurrir entre ellos.

Los electrones, protones y neutrones de un átomo son iguales a los correspondientes electrones, protones y neutrones de otro. Las diferentes propiedades químicas de los elementos se deben a las diferentes estructuras de sus nubes electrónicas, y no a que sus partículas constituyentes difieran en algo.

Los neutrones son necesarios en el núcleo para mantener unidos los protones entre sí, por medio de la llamada "fuerza nuclear", a pesar de las fuerzas eléctricas repulsivas entre ellos, que a tan cortas distancias se hacen intensísimas. Contribuyen a la masa del núcleo pero no a las fuerzas eléctricas, y en consecuencia no influyen sobre la nube electrónica, ni sobre las propiedades químicas del átomo.

La estructura del núcleo no es afectada por fenómenos mecánicos, térmicos, ni químicos, ya que los golpes o vibraciones sólo producen leves tensiones o deformaciones de las nubes electrónicas que unen los átomos entre sí, las altas temperaturas corresponden, en lo microscópico, simplemente a vibraciones mecánicas de los átomos y moléculas, y las reacciones químicas implican modificaciones un poco más profundas de la estructura de las nubes electrónicas, pero de ninguna manera llegan al núcleo. Los fenómenos que afectan al núcleo se denominan "radiactivos", nombre derivado de la "actividad del radio", primer elemento radiactivo que se aisló e identificó. En estos fenómenos, que no vamos a estudiar, núcleos inestables estallan lanzando partículas con altísima energía, que pueden viajar a través de la materia atravesando miles y miles de nubes electrónicas hasta chocar con algún núcleo, y afectarlo de muchas maneras.

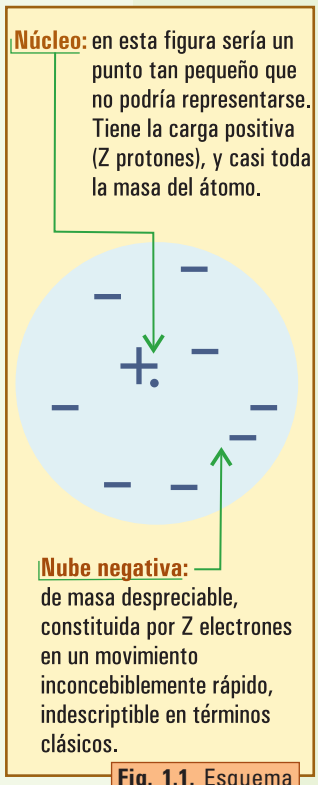


Fig. 1.1. Esquema del átomo, mostrando la distribución de las cargas eléctricas.

Como la estructura del núcleo es absolutamente inalterable para todos los fenómenos usuales (mecánicos, térmicos, eléctricos, y químicos), también es inalterable el número de protones que contiene el núcleo. Dado que de ese número depende la nube electrónica, y de ella las uniones químicas, resulta un número fundamental para el átomo, que se designa como *número atómico*, y se representa con "Z" en todos los textos. Cuando en 1913 se lo pudo determinar para cada elemento químico, se encontró que era el número por el cual ya en 1869 Dimitri MENDELEEV había ordenado los elementos en la "Tabla de Propiedades Periódicas de los Elementos Químicos", o "Tabla Periódica".

Hasta ahora se han descripto 109 elementos químicos diferentes. Noventa y uno[2] de

[2] **Si ordenamos a los elementos por su número atómico, podemos decir que en la naturaleza se encontraron desde el elemento 1 (hidrógeno), hasta el 92 (uranio). Los elementos tecnecio (43) y promecio (61) sólo se hallaron en el Sol. Hace muy poco se detectaron trazas del elemento número 94, plutonio, en rocas del sur de California, con lo que se llega al número de 91 elementos naturales en la Tierra. Por otra parte, artificialmente se logró producir los elementos "transuránidos", desde el número atómico 93 hasta el 110, con excepción del 108 que aún no ha sido detectado. Esto hace el total de los 109 elementos químicos conocidos.**

ellos se identificaron como constituyentes de la atmósfera, la corteza terrestre, los océanos y la biosfera, y tienen distribución *universal*. El resto se sintetizó en el laboratorio, aunque también se detectaron algunos de ellos en otras regiones del Universo. Protones, neutrones y electrones con las mismas características se unen según las mismas leyes aquí y en todas partes, para formar todo lo material que podemos observar a nuestro alrededor y hasta los confines del Cosmos, incluidos nosotros mismos.

Una molécula es un grupo eléctricamente neutro de átomos ligados entre sí por fuerzas atractivas. Es la partícula más pequeña de sustancia que posee las propiedades químicas de dicha sustancia.

En un intervalo restringido de temperaturas, limitado a algunos lugares relativamente tranquilos y fríos del Cosmos como las regiones planetarias de nuestro Sistema Solar, o las nubes gaseosas interestelares, los átomos son muy estables y pueden agruparse formando **moléculas**.

Para que exista una molécula, los átomos que la constituyen deben estar unidos por fuerzas más intensas que las que actúan entre ellos y los átomos de las moléculas vecinas. También se dan casos de moléculas de un solo átomo, y casos en los cuales el término molécula no tiene sentido.

La mayoría de las 109 clases de átomos disponibles en nuestro planeta se combinan entre sí dando lugar a la formación de varios millones de moléculas diferentes. Veamos algunos ejemplos:

- los gases nobles, como el helio y el argón, están formados por átomos no ligados, es decir moléculas *monoatómicas*;
- los *átomos de oxígeno* pueden agruparse de a dos, formando las *moléculas de gas oxígeno* O_2, imprescindible para las formas superiores de vida; o de a tres O_3 formando el gas tóxico *ozono*;
- los átomos de oxígeno pueden unirse casi con todos los demás, formando una enorme variedad de sustancias minerales (inorgánicas) y orgánicas. Tal vez la más importante de todas sea el agua H_2O. Las moléculas más complejas pueden tener muchos átomos, miles de átomos, como en el caso de las proteínas y otras *macromoléculas*;
- otras veces los átomos tienden a ordenarse en redes tridimensionales donde todos están unidos entre sí, como ocurre en los metales. En estos casos no tiene lugar el término "molécula".

Las moléculas pueden transformarse en otras moléculas a través de *reacciones* o *transformaciones químicas*. En estos procesos los átomos transitan de molécula en molécula sin "gastarse" nunca: son indivisibles e inmutables -al menos a las temperaturas relativamente bajas que encontramos en la Tierra y en cualquier ambiente planetario tranquilo.

Las transformaciones químicas se limitan simplemente a "desarmar" moléculas para "armar" otras nuevas. Los átomos se intercambian entre posiciones claves, y se conservan absolutamente inalterados los núcleos atómicos de los cuales, a través de su capacidad para actuar sobre la corteza electrónica, depende la identidad de cada elemento químico.

Nota 3. Somos polvo de estrellas

Cada bocanada de aire que ingresa a nuestros pulmones contiene, además de otros gases, aproximadamente 3×10^{21} moléculas de oxígeno (O_2), o sea 6×10^{21} átomos del elemento oxígeno. Esas moléculas se formaron por fotosíntesis en cualquier célula con clorofila: en las hojas de un árbol vecino, en el mar, en la Amazonia o en el césped del jardín, hace muchos años o recientemente. Pero los átomos que las forman son más antiguos que la Tierra misma, se encontraban ya presentes en la nube primigenia de gas y de polvo que dio origen a nuestro Sistema Solar. Combinados alternativamente con la mayoría de los otros elementos químicos, nuestros átomos de oxígeno formaron parte de minerales, del agua, de las sustancias de la vida. Estuvieron en el fondo del mar y en las erupciones volcánicas; en los helechos gigantes del período Carbonífero y en la sangre caliente de los dinosaurios. La "historia" de estos átomos sin duda ha sido muy variada. Tal vez de los bosques pasaron al humo de las chimeneas, y con el tiempo se incorporaron a los nuevos materiales sintetizados por el hombre, para continuar luego con sus ciclos naturales. Durante los miles de millones de años transcurridos nada cambió en el corazón de estos átomos de oxígeno, que ahora se aprontan a salir de nuestros pulmones en las moléculas de dióxido de carbono y vapor de agua, dispuestos a seguir su ronda planetaria hasta que se apague el Sol.

Masa

Consideremos un sistema constituido por la mezcla de 4 gramos de gas hidrógeno (moléculas H_2) y 32 gramos de gas oxígeno (moléculas O_2). Este sistema está contenido en un recipiente cerrado adecuado (en este momento no interesa justificar estos números).

Si hacemos saltar una chispa, podemos provocar que estos gases reaccionen según:

$$2\,H_2 + O_2 \rightarrow 2\,H_2O$$

Que significa que cada dos moléculas H_2 se combinan con una O_2 para dar dos moléculas H_2O. Es decir, luego de la explosión, que es precisamente lo que ocurre en este caso y, suponiendo que el recipiente resiste y que controlamos adecuadamente algunas condiciones, habrá aproximadamente 36 gramos de agua, y prácticamente nada de gas oxígeno ni de gas hidrógeno. Observamos que en el sistema no se han conservado las cantidades de ninguna sustancia, a pesar de lo cual, guiados por la idea fundamental de la *conservación de la materia*, consideramos que, si el recipiente estuvo adecuadamente cerrado, no debe haber cambiado la cantidad total de materia que contiene.

Consideramos que la materia que está en un sistema sólo puede desaparecer de él yéndose a través de la frontera que lo delimita, y necesariamente continuará existiendo en otro sistema. Mientras un sistema se mantenga *aislado*, en el sentido de que nada pueda ingresar ni salir a través de sus fronteras, su cantidad de materia debe permanecer constante.

Ahora bien, la balanza nos permite verificar que inicialmente había 36 gramos de ciertas sustancias y luego de la reacción química sigue habiendo 36 gramos de otras sustancias. Este resultado nos sugiere que lo que marca la balanza, es decir la cantidad de gramos

de cualquier sistema sin indicación de la sustancia, puede ser una adecuada indicación de la cantidad de materia. Esta cantidad es la denominada masa del sistema.

Nota 4. Persiguiendo la idea de masa

Isaac NEWTON (1642-1727), a quien mencionaremos a menudo por ser inspirador y prácticamente "padre" de gran parte de lo que hay en este libro, consideraba que la materialidad se asociaba con "aquello que mide la balanza: la masa".

Pero había otras opiniones distintas: René DESCARTES (1596-1650) científico-filósofo inspirador de la filosofía "cartesiana", célebre por su obra "El Discurso del Método" y por la frase "pienso, luego existo", consideraba (erróneamente) que el volumen era la magnitud que mide la cantidad de materia. Jerarquizaba así, el valor de ciertos conceptos que se presentan como verdaderos a priori al entendimiento humano.

Este desacuerdo entre científicos de enorme prestigio desconcertaba a los químicos del siglo XVII, quienes hallaban diversos argumentos tanto en favor como en contra de ambas concepciones. Algunos experimentos que ahora parecen indicadores decisivos de la veracidad de tal o cual hipótesis o teoría, no lo eran en ese momento, ya que la masa podía no considerarse un indicador fundamental de cantidad de materia.

Antoine-Laurent de LAVOISIER (1743-1794), a través de una paciente y rigurosa investigación, pudo establecer que en cualquier reacción química la cantidad total en gramos de los ingredientes o reactivos es igual a la cantidad total en gramos de productos. En "Traite elementaire de chimie", París, 1789, escribió:

«Podemos establecer como un incuestionable axioma que, en todas las operaciones del arte y la naturaleza, nada es creado; una cantidad igual de materia existe tanto antes como después del experimento.»

Este enunciado de LAVOISIER dio origen a la célebre frase "en la naturaleza nada se pierde ni se crea, todo se transforma". Actualmente es una ley absolutamente universal que expresa la conservación de la masa en todo sistema aislado.

Unidad de Masa
La unidad de masa en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el kilogramo. Un kilogramo se define como la masa de un decímetro cúbico de agua pura a 4ºC de temperatura y 1 atmósfera de presión, o bien como la masa del cuerpo de platino-iridio construido a tal efecto, denominado "kilogramo patrón".[3]

La definición completa del concepto de masa requiere del uso de conceptos de dinámica (lo desarrollaremos en el capítulo correspondiente), por ahora nos será útil la siguiente definición.

Para determinar de forma práctica la masa de un sistema se utiliza una balanza (en alguno de sus varios tipos), instrumento que permite determinaciones de mucha precisión. Se dice que la balanza es para pesar **los objetos** porque recurre al peso de los mismos, *tanto para determinar su masa como para determinar su peso*.

El peso expresa la acción del campo gravitatorio del planeta en el que vivimos sobre cada cuerpo. Al intentar sostener cualquier cuerpo, detectamos la acción hacia abajo de una fuerza llamada *fuerza peso* o *fuerza gravitatoria*. Es importante entender que la facultad "tener materia", que es la que se cuantifica con la masa (en kg), *no es la misma* que la facultad de *pesar*, que requiere, para existir y tener sentido, de la acción del campo gravitatorio del planeta en el que estamos. Debemos tener en claro que *tiene que ser posible definir y medir la masa de un sistema sin recurrir al concepto de peso*; la masa tiene que ser concebible, por ejemplo, para todas las cosas que flotan en una cabina espacial sin ninguna sensación de peso.

[3]El "kilogramo patrón" se construyó para representar de manera lo más exacta posible la masa del kilogramo de agua en las condiciones establecidas. Actualmente se ha definido que, de registrarse alguna diferencia, se considera la unidad de masa representada exactamente por el kilogramo patrón.

Nota 5. Masa y peso: conceptos distintos

El concepto de masa: cantidad de materia*, y el de* peso*:* fuerza con la que el cuerpo parece querer ir hacia abajo*, son* absolutamente distintos. *Sin embargo, sus valores son estrictamente proporcionales y estamos profundamente habituados a esta proporcionalidad: siempre hemos podido saltar o tirar piedras operando en nuestra mente sin diferenciar peso y masa. Posiblemente por ello, es que fácilmente se confunden estos conceptos tan distintos. Tal vez* el asunto de diferencia entre la masa y el peso no se aclarará en la primera oportunidad*, habrá que hacer un considerable esfuerzo para interpretarlo mejor. Por ahora pensemos en un viaje espacial, muy lejos de cualquier planeta, en ausencia de gravedad, y tratemos de imaginar cómo sería o cómo se sentiría allí, tener masa, y* no tener peso.

1.3. Estados de la materia

La clasificación más típica y simple de la materia está dada según tres estados: **sólido, líquido, y gaseoso**, de los que, desde el punto de vista *macroscópico*, y en forma simplificada, podemos decir:

- **estado sólido:** caracterizado por la *rigidez*. Condición de mantener forma y tamaño propios;
- **estado líquido:** caracterizado por la *fluidez*. Condición de mantener el volumen al cambiar de recipiente, es decir sólo volumen propio;
- **estado gaseoso:** caracterizado por la *tendencia a la expansión indefinida*. No tiene forma ni volumen propios, fluye y se expande hasta encontrar paredes que lo contengan.

Aunque no todas las transiciones de un estado a otro son posibles para todas las sustancias, *la mayoría de las sustancias puras* pueden pasar de uno de estos tres estados a cualquier otro si se varían adecuadamente la presión y la temperatura. Los nombres de las posibles transiciones son los que se indican en la figura 1.2.

Desde el punto de vista microscópico, describimos la materia a partir de un modelo en el que se la considera compuesta por partículas como átomos, moléculas, etc., con determinadas formas de interacción entre ellas que explican su comportamiento macroscópico. Todas las propiedades macroscópicas de la materia en sus diferentes estados deben tener explicación en el nivel microscópico.

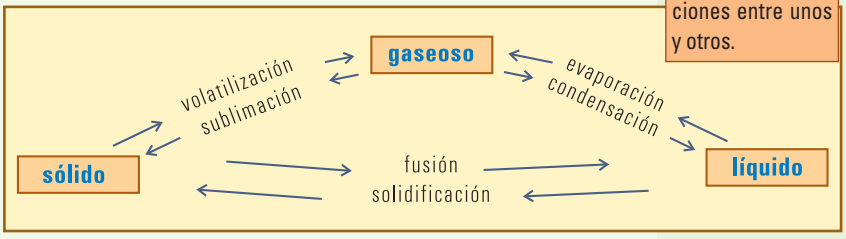


Fig. 1.2. Estados de la materia, y nombres de las transiciones entre unos y otros.

Los sólidos

Desde el punto de vista del significado de las palabras, un cuerpo es sólido si es rígido, o sea si

todas sus dimensiones son fijas e inalterables (abreviadamente diremos que tiene forma fija).

No obstante, no existe el cuerpo totalmente rígido. Todo cuerpo se deforma en alguna medida bajo la acción de fuerzas, aunque lo haga imperceptiblemente. Un cuerpo se considera más sólido cuanto menos posible es deformarlo.

Hay que distinguir dos modalidades opuestas para una deformación: deformación elástica y deformación plástica.

- **Elasticidad:** propiedad por la cual un cuerpo, si es deformado por la acción de fuerzas, *recupera su forma original* cuando las fuerzas se suspenden.
- **Plasticidad:** propiedad en virtud de la cual los cuerpos, luego de ser deformados al suspenderse las fuerzas no recuperan su antigua forma, y adoptan la nueva total y definitivamente.

Aceptando que todo cuerpo es deformable en mayor o menor grado bajo la acción de fuerzas, la elasticidad sería la forma propia de deformarse de un "verdadero" sólido, mientras que la plasticidad, de manifestarse en alto grado, sería descalificativo para un sólido, puesto que conspiraría contra la propiedad de "tener forma propia".

Nota 6. Elasticidad o deformidad

La elasticidad perfecta es un ideal inalcanzable, a pesar de lo ello existen materiales que se comportan muy bien de manera elástica mientras la deformación no supere determinados límites.

Muchos mecanismos de uso cotidiano logran un comportamiento elástico recurriendo a resortes y láminas de acero templado. Ahora bien, el acero templado, como material, es elástico en alto grado (según la definición que hemos considerado) tanto en un resorte muy fácil de estirar, como en un bloque macizo muy rígido, porque en ambos casos recupera su forma luego de una deformación.

La goma (y los materiales parecidos), en cambio, aparentemente es muy elástica porque es blanda, fácilmente deformable, y parece volver siempre a su forma original. Pero si se mide con precisión *se encuentra que la goma en general tiene una elasticidad pobre, en cuanto al grado en que puede recuperar su forma.*

En la vida práctica se dice que el resorte y la bandita de goma son elásticos, pero el bloque rígido de acero no. Esto sólo refleja parcialmente el concepto de elasticidad, es aceptable en la vida cotidiana, pero no en un ámbito técnico.

Desde el punto de vista microscópico, la elasticidad de los sólidos se relaciona con la elasticidad que tienen las uniones entre las partículas que los constituyen. Sin indagar en los detalles de tales uniones, es claro que debemos atribuir a cada partícula una cierta libertad de movimiento en torno de su posición "de equilibrio". Por otra parte, el hecho de que (dentro de ciertas limitaciones) los cuerpos sólidos tienen una forma definida, a la cual vuelven luego de una deformación, se puede explicar suponiendo que los átomos o partículas elementales ocupan cada una un sitio determinado. Esto es estrictamente cierto en los **sólidos cristalinos**.

Según la forma de acomodarse los átomos o moléculas constituyentes, los sólidos se clasifican en **cristalinos y amorfos.**

En un **sólido cristalino** las partículas (átomos, moléculas o iones) se distribuyen según un

arreglo regular, periódico, al que llamamos red cristalina (Fig. 1.3). Se puede considerar al sólido como formado por una sucesión de celdas vecinas todas iguales que comparten caras, aristas o vértices repitiéndose indefinidamente en tres dimensiones. La **celda unitaria** es la estructura geométrica mínima que se repite para generar todo el cristal.

Son ejemplos de sólidos cristalinos metales como el cobre y la plata, el azúcar común, el cuarzo, la mica.

Cada partícula tiene la posibilidad de vibrar de diversas maneras en torno a su **posición de equilibrio**, que es el sitio que le corresponde en la red. Estas vibraciones tienen que ver con los fenómenos térmicos: se intensifican cuando aumenta la temperatura, y viceversa.

Algunos cristales, al ser golpeados o tensionados se rompen según determinadas direcciones de menor resistencia, resultando caras perfectamente planas, con ángulos bien definidos característicos de cada *sistema* de cristalización. La mica es el caso más notable: parece estar subdividida en láminas muy delgadas, pero en realidad se "exfolia", subdividiéndose en láminas correspondientes a planos atómicos de poca cohesión.

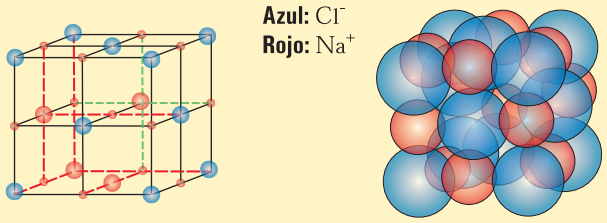


Fig. 1.3. Dos representaciones de una celda unidad de los cristales que constituyen la sal común, o cloruro de sodio (ClNa). A la izquierda se ha dibujado una pequeña esferita en cada "sitio de red", es decir en el lugar aproximado de cada núcleo atómico. A la derecha se ha representado aproximadamente la corteza electrónica de cada ion, sugiriendo que estos iones se aproximan hasta que las cortezas entran en cierto grado de contacto.

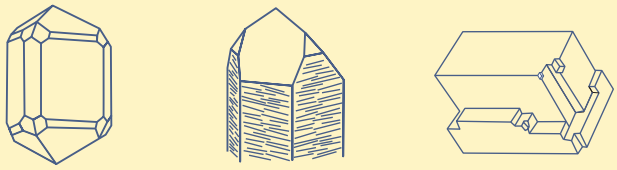


Fig. 1.4. Ejemplos típicos de cristales naturales. Los dos de la izquierda ilustran casos de crecimiento preferencial de determinados planos atómicos durante la solidificación. La calcita, a la derecha, es un mineral que al ser golpeado se rompe solamente en tres direcciones planas, revelando una estructura cristalina con planos de menor cohesión.

A diferencia de lo que ocurre en los sólidos cristalinos, las moléculas en los **sólidos amorfos** están distribuidas al azar, y no es posible definir una **red**. Son sólidos amorfos los vidrios, la goma y muchos plásticos como el polietileno. Líquidos muy viscosos como la glicerina o el azufre líquido forman sólidos amorfos cuando son enfriados muy rápidamente.

Nota 7. Los amorfos, ¿sólidos o líquidos?

En un sólido amorfo ***no hay un punto de fusión****, sino que cuando se lo calienta, la transición sólido-líquido se produce gradualmente, hay un intervalo de temperaturas en el que se ablanda gradualmente aumentando su fluidez.*

Los materiales amorfos tienen la rigidez de los sólidos, pero desde ciertos puntos de vista se parecen a los líquidos. Por ejemplo: cuando se enfría un vidrio en estado líquido, éste se va endureciendo gradualmente hasta llegar aparentemente al estado sólido; pero al no haber punto de fusión definido, podemos pensar que en realidad nunca se llega al estado "verdaderamente" sólido, sino a un estado de líquido tan viscoso que parece sólido. *Muestra de ello es que se ha encontrado que vitreaux de catedrales que datan de la Edad Media presentan un aumento de su espesor en su extremo inferior, atribuido, justamente, a la fluencia del vidrio ocurrida en cientos de años.*

Para simplificar, digamos que en el rango de temperaturas en el que cada cuerpo mantenga una aceptable rigidez, lo seguiremos llamando sólido.

Es importante notar, por otra parte, que no cualquier cuerpo que se comporta como sólido puede pasar al estado líquido. Ciertamente nadie esperaría ver derretirse a una madera.

Es claro que la materia puede organizarse en estructuras muy complejas, como por ejemplo en algunos productos animales o vegetales, con comportamientos muy variados. El pasaje sólido liquido, con la descripción típica que haremos, siempre tiene sentido para las sustancias puras, con todas moléculas iguales.

Los líquidos

Los líquidos se caracterizan por su fluidez y su incompresibilidad. La fluidez es la capacidad de un sistema para deformarse continua e indefinidamente, que puede imaginarse como el deslizamiento de unas partes con respecto a otras. Por otra parte la incomprensibilidad es la capacidad para resistir esfuerzos tendientes a disminuir el volumen del sistema, o la capacidad para mantener el volumen en general.

Por estas propiedades es que los líquidos *conservan el volumen* frente a operaciones simples tales como cambiarlos de recipiente. No tienen forma, pero sí volumen propios.

Desde el punto de vista microscópico todo esto se explica si las moléculas del líquido: **no están rígidamente unidas entre sí** (pueden desplazarse unas con respecto a otras), pero en promedio están **imposibilitadas** tanto de **acercarse** como de **alejarse** apreciablemente.

La *proximidad promedio entre las moléculas de los líquidos* es tal que:

- si se intenta aproximarlas más aparecen notables fuerzas repulsivas, que se traducen en la propiedad macroscópica de *incompresibilidad*;
- si se intenta alejarlas más se entra en la zona de predominio de las fuerzas atractivas, responsables de la *cohesión* o *adherencia* de las moléculas entre sí, y también de la *tensión superficial*.

De manera que, a diferencia de lo que sucede en los sólidos, las moléculas del líquido no ocupan posiciones fijas sino que **tienen movilidad**. Podemos pensar que la transición sólido líquido (fusión) ocurre cuando las vibraciones de cada átomo o molécula se hacen demasiado intensos como para que éste sea retenido en un lugar definido. *Cada átomo o molécula viaja caóticamente por el líquido sin que los demás lo puedan retener en ningún lugar fijo, y sin poder*

Nota 8. Una idea equivocada sobre sólidos y líquidos

En los líquidos las moléculas no están sensiblemente más separadas entre sí que en los sólidos, contrariamente a la difundida y errónea creencia de que en la fusión las moléculas se separan considerablemente. La experiencia muestra que cualquier cuerpo mantiene aproximadamente su volumen en el cambio sólido-líquido, lo que indica que la separación promedio entre moléculas no cambia apreciablemente cuando un sólido se funde (y además hay comportamientos anómalos, como el del hielo, cuyo el volumen disminuye levemente al fundirse).

alejarse de ellos: cambia continuamente de vecinos, pero siempre está rodeado de vecinos cercanos.

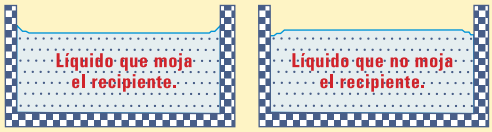


Fig. 1.5. Distinto comportamiento de dos líquidos en contacto con la pared de un recipiente.

La condición de fluido hace que, por acción de la gravedad, la superficie libre de los líquidos en recipientes estáticos sea perfectamente horizontal, excepto en las proximidades de las paredes del recipiente. Allí compite la atracción entre sí de las moléculas del líquido, con la atracción entre moléculas de líquido y moléculas de las paredes (**adherencia**). Como resultado de esta competencia, la superficie libre se redondea hacia arriba cuando el líquido moja el recipiente y hacia abajo si no lo moja (Fig. 1.5). Los líquidos generalmente mojan las paredes de los recipientes que los contienen, pero eso no siempre sucede: el agua no **moja** las plumas de los patos, el mercurio no moja al vidrio ni a muchas otras sustancias, etcétera.

La apariencia de la superficie libre del líquido es *como si hubiera una membrana* con una **tensión superficial** que tendiera siempre a alisar y **redondear** las formas: pequeñas cantidades de líquido forman gotas, y éstas tienden a la forma esférica. Por efecto de la misma tensión superficial, las gotas tienden a no fragmentarse, y si entran en contacto, tienden a reunirse en gotas mayores.

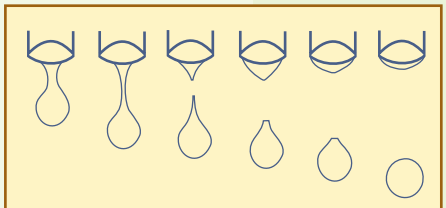


Fig. 1.6. Etapas en el proceso de desprenderse una gota. Se desprende cuando su peso supera la fuerza resultante de la tensión superficial. Inmediatamente la tensión superficial redondea las formas, y por ello la gota que cae es aproximadamente esférica. La popular forma de "lágrima" existe mientras la gota cuelga, y luego,... sólo en nuestra imaginación.

Los gases

Los gases se caracterizan por su tendencia a la expansión y al enrarecimiento ilimitado. Como los líquidos, son fluidos pero, a diferencia de ellos, se expanden hasta donde algo se los impida. Si se abre el recipiente que contiene un gas éste escapa y continúa expandiéndose. Aún si en el exterior hay otro gas, continúa la expansión, mezclándose uno con el otro. Un gas en un recipiente puede ser comprimido hasta volúmenes muy inferiores al inicial, manifiestando una **gran compresibilidad**.

El modelo más simple actualmente aceptado (el "**modelo cinético**" propuesto por Daniel BERNOULLI en 1738) supone al gas constituido por un gran número de partículas de dimensiones despreciables comparadas con la separación entre ellas. Estas partículas, que son las moléculas, se consideran esferas rígidas que no interactúan excepto cuando chocan entre sí y con las paredes del recipiente que las contiene.

La idea de que las partículas del gas están muy separadas en relación con sus dimensiones puede explicar la gran compresibilidad de los gases; y la idea de que viajan a gran velocidad y sin atracciones mutuas apreciables explica la tendencia a la expansión ilimitada (hubo modelos, luego desechados, que explicaban esta tendencia sobre la base de la idea de una *repulsión* entre las partículas).

1.4. Unidades, dimensiones y notación

Como hemos dicho al comienzo, la física es una ciencia experimental. Todas sus teorías se apoyan en verificaciones experimentales. De manera que uno de los pilares de esta ciencia es el constituido por los procedimientos y teorías sobre la **medición** y aquí, para poder avanzar, debemos iniciarnos en las ideas más básicas.

Todas las cosas que se pueden medir (en general pensamos en propiedades de cuerpos) se denominan **magnitudes físicas**.

El valor de una magnitud física se determina mediante un proceso de medición, ya sea directamente, o bien por medio de cálculos a partir de otras magnitudes que a su vez se miden.

Medir una magnitud implica directa o indirectamente una **comparación con algún patrón de referencia**. Este patrón se denomina **unidad** de la magnitud. Como resultado de una medición obtenemos un número que se llama valor de la magnitud, que expresa el número de veces que la unidad está contenida en la magnitud medida. Como esta unidad es arbitraria, es necesario agregar un símbolo al valor numérico para indicar qué unidad se utilizó.

El tipo o naturaleza de la magnitud que se mide se denomina **dimensión**. Así por ejemplo, si se mide la distancia entre dos puntos y se encuentra que vale 5 metros, se dice que *es una longitud*, o equivalentemente, que su *dimensión* es longitud.

De la misma manera, si a las 11 horas se registró una presión atmosférica de 950 hPa, y una temperatura de 24 °C, se puede decir que: 11 horas tiene dimensión de tiempo, 950 hPa tiene dimensión de presión y 24 °C tiene dimensión de temperatura.

En todos los casos la unidad determina cuál es la dimensión, sin que ambos conceptos sean sinónimos, ya que para cada dimensión siempre hay muchas unidades. Así, hora, minuto, segundo, mes o año, son unidades para la dimensión tiempo, y metro, pie, pulgada, o legua, son unidades para la dimensión longitud, etcétera.

Sistema Internacional de Unidades

pie inglés: **30,48 cm**
pie romano: **29,5 cm**
pie de Burgos: **27,61 cm**
pie de París: **32,48 cm**
pie de Madrid: **28,10 cm**
pie de arquitecto (China): **32,28 cm**

Durante la Revolución Francesa, entre 1789 y 1799, el gobierno de Francia emprendió el diseño de un sistema de unidades con fundamentación científica, para unificar las unidades existentes, que eran arbitrarias en tamaño y diferentes de una ciudad a otra. Por ejemplo, mencionamos algunas variantes de la unidad de longitud denominada *pie*.

Estas unidades no eran decimales. Por ejemplo: 3 pies constituyen 1 yarda, el pie tiene 12 pulgadas, y la pulgada se subdivide en medios, cuartos, octavos, dieciséis avos, etc. (esto aún existe sin cambios, como puede comprobarse tratando de comprar tornillos en una ferretería). Otra complicación es que las unidades de superficie o volumen no son derivadas

de las de longitud. Por ejemplo: la unidad de volumen actual para líquidos en EEUU es el galón internacional (hay otros galones, como el imperial, y también hubo otros), que se define como el volumen contenido en un cilindro de 7 pulgadas de diámetro y 6 de alto, o sea 230,90706 (que se redondea a 231) pulgadas cúbicas. Es decir, no fue pensado como múltiplo ni de la pulgada cúbica, ni del pie cúbico, ni de nada: fue definido *arbitrariamente*.

Después de una ardua tarea se pudo elaborar el sistema métrico decimal: métrico por el nombre de la unidad de longitud, *metro*, que se definió sobre la base de un patrón absolutamente universal (el tamaño de la Tierra -que hubo que medir, como parte de la tarea-), y decimal porque todos los múltiplos y submúltiplos se definían con potencias de diez. Además, como unidades fundamentales se definió el kilogramo para la masa, y el segundo para el tiempo, por lo que durante mucho tiempo este sistema se conoció como "MKS" (por *metro-kilogramo-segundo*).

El sistema no se impuso de manera inmediata, ni siquiera en Francia, porque además de los inconvenientes propios de la tarea, había muchos intereses encontrados. En 1795 se adoptó oficialmente en Francia, pero luego hubo regresiones por diversos motivos, y convivió un tiempo con las viejas unidades. Se convirtió en obligatorio en toda Francia el 1 de enero de 1840. Luego, en 1875, delegados de 17 países, incluido Estados Unidos de América firmaron el Tratado del Metro en París (aunque actualmente en EEUU, en la vida práctica se siguen utilizando las viejas unidades). Con diversas contingencias el sistema métrico se fue imponiendo mientras las definiciones de sus unidades también evolucionaban hacia patrones más precisos y más fácilmente reproducibles en cualquier laboratorio.

En 1948 comenzó otra gran fase evolutiva del sistema métrico. Luego de estudios y consultas llevados a cabo por el Comité Internacional de Pesas y Medidas, se ultimaron detalles del Sistema Internacional de Unidades (SI), que a partir del año 1960 fue adoptado por la mayoría de los países. En nuestro país se instituyó en 1972 el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) que adoptó el SI.

El SI consta de 7 unidades fundamentales y 2 unidades suplementarias. A partir de ellas, a través de productos o cocientes se obtienen las magnitudes derivadas. La tabla 1.1 muestra las unidades fundamentales del SI.

Tabla 1.1. Unidades fundamentales del Sistema Internacional

DIMENSIÓN O CANTIDAD FÍSICA	NOMBRE DE LA UNIDAD	SIMBOLO
longitud (L)	metro	m
tiempo (T)	segundo	s
masa (M)	kilogramo	kg
temperatura	kelvin	K
intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad luminosa	candela	cd

El SI estableció algunas normas referidas a los nombre de unidades y la forma de escribirlas:

- toda unidad tiene un nombre y un símbolo. No se escribe punto al final del símbolo;
- el nombre de una unidad se escribe con minúscula, aunque sea un nombre de persona;
- para denotar múltiplos o submúltiplos, se escribe el símbolo del prefijo correspondiente delante de la unidad (ver Tabla 1.2);
- los símbolos de las unidades mantienen para el plural la misma forma del singular.

- entre los símbolos de las unidades que se multiplican, puede o no colocarse punto. Por ejemplo: $A \times s$, o bien As;
- para indicar la división de una unidad por otra se puede utilizar la barra de división, oblicua u horizontal, o bien exponentes negativos. Por ejemplo:

$$A/s \text{ , o bien } \frac{A}{s} \text{ , o bien } A \times s^{-1}$$

Nota 9. Aunque usted no lo crea

Estados Unidos de América, la gran potencia científica, signataria del Tratado de Metro en 1875, sigue utilizando las antiguas unidades inglesas.

Así es que el 23 de septiembre de 1999, el "Mars Climate Orbiter" se perdió durante una maniobra de entrada en órbita controlada desde el Jet Propulsion Laboratory (JPL) en la Tierra, y se supone que terminó estrellándose contra la superficie de Marte. Según la explicación oficial, la causa fue que el software en el JPL calculaba el impulso en unidades SI (newton × segundo), mientras que la Lockheed Martin Astronautics, que construyó el Orbiter, lo hacía con unidades inglesas (libras × segundo)!

• Prefijos para múltiplos y submúltiplos

Los múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI con sus correspondientes símbolos son los que figuran en la tabla 1.2.

Algunas reglas del empleo de los prefijos en el SI son las siguientes:

- el símbolo del prefijo se escribe sin dejar espacio entre él y el símbolo de la unidad;
- el conjunto constituido por el símbolo de un prefijo agregado al símbolo de una unidad, es un nuevo símbolo inseparable (símbolo de un múltiplo o submúltiplo de esa unidad);
- no deben usarse prefijos compuestos, es decir formados por la yuxtaposición de varios prefijos. Por ejemplo: 1 Gs y no 1 Mks.

El caso de la unidad de masa, kilogramo, es especial, pues ya contiene un prefijo, y para él también vale esta regla: no se admite el uso de doble prefijo, y por lo tanto los prefijos de la tabla 1.2, en el caso de la masa, deben ser utilizados con el gramo (símbolo g) y no con el kilogramo. Ejemplos: 10^6 kg es 1 Gg, y no 1 Mkg .

- Nunca se emplea un prefijo solo que no esté aplicado a alguna unidad.

El Comité Internacional de

TABLA 1.2. NOTACIÓN - PREFIJOS Y SUS SÍMBOLOS

FRACCIÓN	PREFIJO	SÍMBOLO	MÚLTIPLO	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{-1}	deci	d	10^{1}	deca	da
10^{-2}	centi	c	10^{2}	hecto	h
10^{-3}	mili	m	10^{3}	kilo	k
10^{-6}	micro	μ	10^{6}	mega	M
10^{-9}	nano	n	10^{9}	giga	G
10^{-12}	pico	p	10^{12}	tera	T
10^{-15}	femto	f	10^{15}	peta	P
10^{-18}	atto	a	10^{18}	exa	E

Pesas y Medidas acepta que se sigan usando ciertas unidades aunque no pertenecen al SI, como por ejemplo, el minuto (1 min = 60 s), el litro (1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3), la tonelada métrica (1 t_m = 10^3 kg); mientras que desaconseja el uso de otras, como por ejemplo, el micrón (1μ = 1μm), el kilogramo fuerza (1kgf = 9,8kg × m × s^{-2}).

Se aconseja ampliar las nociones referidas al manejo de las potencias de 10 y la escritura de cantidades de acuerdo con los procedimientos científicos, con la lectura del **Apéndice 1.**

• Análisis dimensional

Muchas veces surgen dudas sobre la corrección de una expresión, que pueden disiparse rápidamente procediendo al análisis dimensional. Éste consiste en el análisis de las dimensiones de todos los factores intervinientes en una expresión y, de las operaciones entre ellos. La noción fundamental que se aplica es:

En una expresión matemática no pueden sumarse ni igualarse términos de distintas dimensiones.

El análisis dimensional no requiere trabajar con las unidades (aunque puede hacerse con ellas), sino con símbolos para las dimensiones. En particular para los temas de mecánica es suficiente con las dimensiones longitud (L), masa (M), y tiempo (T).

• Ejemplo

Supongamos que necesitamos responder la siguiente pregunta: ¿es dimensionalmente correcta la expresión *distancia* = $v_0\,t + F\,t^2/m^2$, para calcular la distancia recorrida por un cuerpo de masa *m*, luego de que se le aplique una fuerza *F* durante un tiempo *t*, siendo que el cuerpo inicialmente viajaba con velocidad v_0 ?

• Desarrollo

La pregunta también podría estar hecha con valores y unidades concretos de *m*, *t*, *F*, y v_0 . No obstante, para el análisis dimensional no es necesario conocer valores ni unidades, sino sólo las dimensiones de cada factor. En este caso, tomaremos como dato la siguiente indicación de las dimensiones intervinientes en este ejemplo, expresadas en función de las dimensiones de las cantidades fundamentales del SI:

VARIABLE MENCIONADA EN LA EXPRESIÓN QUE SE ANALIZA	NOMBRE DE LA DIMENSIÓN	EXPRESIÓN EN SÍMBOLOS DE DIMENSIONES FUNDAMENTALES
distancia	longitud	L
t	tiempo	T
v_0	velocidad	$L / T = L \,.\, T^{-1}$
m	masa	M
F	fuerza	$L \,.\, M/T^2 = L \,.\, M \,.\, T^{-2}$

• Procedamos ahora al análisis dimensional:

$$\overset{?}{distancia} = v_0 t + \frac{F t^2}{m^2}$$

$$L \overset{?}{=} \frac{L}{T} T + \frac{\frac{LM}{T^2} T^2}{M^2}$$

$$L = L + L/M$$

Surge claramente que la expresión **no puede ser correcta** -más precisamente- el segundo término del miembro derecho es dimensionalmente incorrecto.

EJERCICIOS DEL CAPÍTULO 1.

▲ Ejercicio 1.1.

Alguien debe calcular la velocidad con que se propaga una onda transversal en una cuerda tensa de masa m y longitud L, y recuerda que sólo depende de la densidad lineal de masa μ (μ=m/L= masa por unidad de longitud) de la cuerda y de la fuerza F que la mantiene tensa. Además recuerda aproximadamente el aspecto de la expresión correspondiente, y como no ha estudiado de una manera muy reflexiva, no puede decidirse entre las posibilidades siguientes:

$$v = \sqrt{\mu F} \qquad v = \sqrt{\frac{F+\mu}{m}} \qquad v = \sqrt{\frac{\mu}{F}} \qquad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad v = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Teniendo en cuenta que en el SI la fuerza se mide en newton (N), la cual es una unidad derivada que se expresa en unidades fundamentales como: $1N = 1\ kg \times m \times s^{-2}$, efectúe un análisis dimensional para determinar cuál o cuáles de las expresiones podrían ser correctas.

▲ Ejercicio 1.2

Un recipiente abierto contiene aire a presión ambiente, presión cuyo valor, según el servicio meteorológico, es 934 hPa (Pa es el símbolo del *pascal*, unidad SI de presión). El recipiente se tapa y luego se calienta hasta que la presión aumenta 1.000 veces. Eligiendo el prefijo adecuado, exprese correctamente el valor de la presión final, con tres cifras significativas y sin potencias de diez, de dos maneras diferentes.

Posiciones, movimientos y vectores

Capítulo 2

La teoría actual que trata las fuerzas y los movimientos en la escala concerniente a la vida diaria es la *Dinámica Clásica*, cuyos tres principios fundamentales:

- **Principio de Inercia,**
- **Principio de Masa,**
- **Principio de Acción y Reacción,**

fueron enunciados en 1687 por Isaac NEWTON en su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ("Principios Matemáticos de Filosofía Natural"). Antes de esa teoría no era posible explicar completamente de manera satisfactoria detalles finos de ningún movimiento. Después de ella el estudio de los movimientos y la física en general, se desarrollaron vertiginosamente.

Esos tres principios definen el concepto de fuerza, el de masa, y *a la vez toda la dinámica*, y la comprensión completa de uno de ellos *no es posible sin la de los otros*, y obviamente la de todo junto sólo es posible para un experto. Pero el experto, antes de ser experto es aprendiz, y no puede aprehender todos los conceptos juntos, sino que debe construirlos gradualmente en su mente. Para lograr eso estamos planteando la elaboración gradual de los conceptos en un proceso cualitativo que no pretende, ni podría, ser riguroso desde el comienzo.

En este capítulo trataremos de motivarnos con planteos que sirvieron de motivación a NEWTON y a sus precursores, y en este proceso cualitativo llegaremos a enunciar el Principio de Inercia, desprendido de los otros, con la intención de preparar el terreno para la construcción conceptual de principiantes que sólo llegarán a expertos avanzando gradualmente en los capítulos.

Aprovecharemos además para presentar el concepto físico-matemático de ***vector***, concepto que no existía en la época de NEWTON pero que se desarrolló para aplicar su teoría, y que ahora es la base imprescindible para cualquier estudio de movimientos (y para muchos otros campos de la física).

2.1. Ideas fundamentales acerca del movimiento y las fuerzas

Introducción a un problema milenario

En la figura 2.1 se reproduce un grabado tomado de la correspondencia de René DESCAR-

TES -célebre pensador del siglo XVII que ya hemos mencionado; en él se ilustra un experimento propuesto por el padre Marin MERSENNE (1588-1648), estudioso de la época: « **Retomberatil?** » pregunta la leyenda de la parte superior, es decir: **¿volverá la bala (a la boca del cañón, al caer)?**

El sentido fundamental de la pregunta tenía que ver con las discusiones de la época acerca de la movilidad o inmovilidad de la Tierra, y podríamos decir que era el siguiente:

Suponiendo que el cañón pudiera alinearse verticalmente con toda exactitud, y que la bala luego de su ascenso cayera exactamente en la boca del cañón, (en ausencia de viento y haciendo todas las consideraciones simplificatorias que fuesen necesarias): ¿probaría eso la inmovilidad de la Tierra ? ¿Por qué? ¿O acaso deberíamos esperar su caída exactamente en la boca del cañón, tanto si la Tierra se moviera como si estuviera inmóvil?

O bien dicho de otra manera:

Suponiendo que la Tierra se estuviese moviendo, viajando a gran velocidad por el espacio, por ejemplo hacia la derecha, ¿deberíamos esperar que la bala caiga exactamente (o al menos casi exactamente) en el punto de partida? ¿O acaso debemos esperar que se adelante o que se atrase en el sentido del movimiento de la Tierra? Si ese fuera el caso, ¿dónde deberíamos esperar su caída, adelante o atrás del punto de partida? ¿Por qué?

Fig. 2.1. Un cañón dispara verticalmente y queda planteada una duda que puede considerarse clásica: suponiendo que la Tierra viaja a gran velocidad, ¿dónde debe esperarse que caiga un proyectil que se dispara en dirección exactamente vertical?

Ni DESCARTES ni MERSENNE (ni nadie antes de la obra de NEWTON en 1687) disponían de los elementos conceptuales necesarios para tratar este problema en forma completa.

Nosotros aquí no intentaremos desarrollar la cuestión en forma completa, sino sólo tratar de que nos sirva de motivación y guía para plantear algunas nociones fundamentales.

Nos interesa por ejemplo que el lector se pregunte en qué se parece este problema al que se plantea para responder las siguientes cuestiones:

- si un pasajero de un tren que viaja suavemente a gran velocidad deja caer una naranja, ¿Dónde cae ésta? ¿Influye en ello el movimiento del tren? ¿Cae justo debajo del punto en el que fue soltada? ¿O cae más adelante? ¿O más atrás?;
- ¿y si este pasajero saca la mano por la ventanilla y suelta la naranja fuera del tren? ¿Es lo mismo que dentro? ¿Qué diferencias hay?;
- una plomada (del tipo de albañil) utilizada dentro de este rápido tren, ¿debería indicar exactamente la vertical? ¿o debería colgar hacia atrás de la vertical? ¿o quizás hacia adelante?

La comparación con lo que sucedería fuera del tren tiene la intención de obligar a considerar los efectos de la presencia del aire, y a distinguirlos de los efectos del movimiento. Si no se logra

separar conceptualmente el efecto del aire no se puede llegar a una comprensión clara de estos fenómenos.

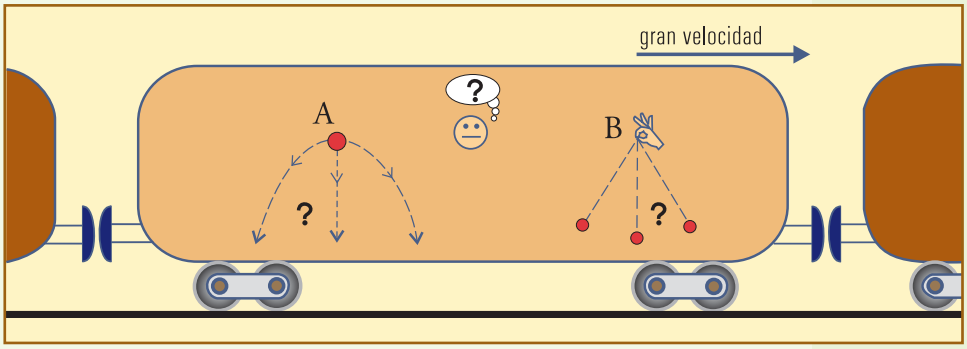


Fig. 2.2. Imaginemos el interior de un vagón de tren viajando muy rápida y suavemente. ¿Según cuál de las trayectorias mostradas pensamos que caería una naranja que un pasajero soltase en A? ¿Cómo colgaría en B un péndulo en reposo?

Nota 1. Imaginar la Tierra viajando en el vacío

El asunto del aire fue uno de los problemas que debió superar la ciencia medieval: si no es posible imaginar el vacío, si no se tiene la idea de que la Tierra tiene una delgada cubierta de aire que viaja con ella, y de que más allá no hay nada, entonces es necesario imaginar que los planetas se mueven dentro de un medio material, aire digamos, y en este caso -y éste era el caso de la ciencia medieval- estar en un planeta en movimiento se debía parecer mucho a sacar la cabeza por una ventanilla de un tren en movimiento.

Decir que el aire pudiera estar pegado a la Tierra y por encima de él no haber nada, contradecía abiertamente todas las ideas de la época acerca de las propiedades del aire (y también contradice las ideas intuitivas actuales, a menos que hagamos intervenir una compleja serie de conceptos e informaciones acerca de la gravedad, de las dimensiones de los cuerpos celestes etc.).

Ahora vamos a ensayar una respuesta a la cuestión para poder elaborar algunas ideas fundamentales.

Ensayo de respuesta

Como somos personas del siglo XXI, acostumbrados a los transportes veloces y más o menos suaves, y también a la idea de que viajamos velozmente por el espacio llevados por nuestro planeta sin sentir absolutamente nada por ello, podemos sin mucha dificultad situarnos mentalmente dentro del tren, con mucha información que no tenían en la Edad Media.

Podemos pensar: si viajo en un tren ideal, tan suave en su marcha que no puedo sentir ni el más mínimo ruido ni vibración, ¿cómo puedo darme cuenta de que estamos viajando? ¿Podré darme cuenta haciendo experimentos, tratando de caminar o de pararme en un solo pie, o necesariamente deberé mirar por la ventanilla?

Si miro por la ventanilla veo pasar el paisaje hacia atrás, pero haciendo cualquier cosa, haga lo que haga, no siento nada diferente de cuando hago lo mismo en una habitación sobre tierra firme.

Eso es lo que ocurre en la Tierra cuando veo todos los días salir y ponerse el Sol, la Luna,

las estrellas, etc. La vista nos dice que, o todo el Universo gira en torno nuestro hacia el oeste, o nosotros estamos girando hacia el este. Pero nosotros nos sentimos quietos. La sensaciones tienen que ver con el movimiento, con la fuerza que debemos hacer para mantenernos en una posición u otra, con el equilibrio. Sobre esta cuestión las sensaciones nos pueden decir lo mismo que los experimentos con proyectiles, péndulos y cuerpos que caen: esto es, NADA.

Inmediatamente podemos elaborar un razonamiento de sentido común: "esto es como estar quietos, por lo tanto, estamos quietos".

En este punto el conocimiento común se detiene, ha llegado a una conclusión, y pone fin al asunto. Y en este punto comienza a trabajar el conocimiento científico, diciendo: "ah sí, ¿y todo el universo gira alrededor nuestro? ¿qué cosa tan especial tiene este planeta que no tienen los otros?" – Ahora es mucho más fácil hacer este razonamiento que en la época de Galileo o COPÉRNICO, por supuesto.

Y entonces la ciencia, en este caso la física, elabora una idea básica: el movimiento es relativo. El pasajero del tren que se siente en reposo, ESTÁ EN REPOSO, con respecto al tren, mientras el paisaje viaja hacia atrás, con respecto al tren. Y el que está en el camino viéndolo pasar, TAMBIÉN ESTÁ EN REPOSO, con respecto al paisaje, mientras el tren viaja hacia delante (con respecto al paisaje).

Y aquí el trabajo de la ciencia COMIENZA. A continuación la física debe elaborar toda la teoría capaz de explicar cómo cada experimento tiene sentido independientemente de que los actores se consideren en reposo o en movimiento.

Y ese es el tema de este libro. Ahora vamos a capitalizar estas ideas básicas.

Tres ideas fundamentales

• 1.- El movimiento es relativo

Desde el punto de vista de la física, el movimiento de un cuerpo es algo que no adquiere pleno sentido en sí mismo, sino que debe describirse necesariamente en relación con otros cuerpos.

En física diremos que **un cuerpo se mueve cuando cambia de posición**.

La **posición** de un cuerpo se define con respecto a otros cuerpos, o con respecto a un **sistema de referencia**.

El sistema de referencia puede ser un conjunto de cuerpos de referencia, o una construcción abstracta definida con respecto a algún conjunto determinado de cuerpos.

Cuando hablamos de cómo se mueve un cuerpo sin mencionar con respecto a qué referencia, es claro que tenemos en mente, implícitamente, algún "fondo fijo" con respecto al cual decimos que el cuerpo en cuestión se mueve. Ese fondo fijo constituye el sistema de referencia con respecto al cual la idea de movimiento adquiere sentido. Saber

explicitar este sistema de referencia permite evitar muchas confusiones.

QUIÉN SE MUEVE, CÓMO SE MUEVE, ES UNA CUESTIÓN DE PUNTOS DE REFERENCIA.

Puede ilustrarse esta afirmación con infinidad de ejemplos:

- un cuerpo puede estar inmóvil en el interior de un vehículo, mientras el vehículo viaja. En este caso el cuerpo está inmóvil con respecto al vehículo, y en movimiento con respecto a los objetos del exterior;
- cualquier cuerpo que veamos inmóvil, en el mejor sentido de la palabra inmóvil, está compartiendo el movimiento de nuestro planeta con respecto a los demás astros;
- cualquier cuerpo que veamos moverse podría ser considerado inmóvil con respecto a otro cuerpo que acompañase adecuadamente su movimiento;
- etcétera.

De manera que la física no dictamina que la Tierra está realmente inmóvil, ni que está realmente en movimiento.
Pero dictamina que la afirmación de que la Tierra está inmóvil, y que lo que contradiga eso es falso, carece de sentido.
Y dictamina que la Tierra no es distinta de los demás planetas en cuanto a las características de su movimiento.
También dictamina que para entender los movimientos no es lo mismo elegir cualquier sistema de referencia: los movimientos de los planetas no se entienden si se toma la Tierra como referencia inmóvil, y se entienden muy bien si se toma al Sol como referencia (aproximadamente) inmóvil.

2.- Las **fuerzas** expresan acciones mecánicas entre cuerpos

Las **fuerzas** son los entes que expresan **cómo, con qué intensidad y qué orientación, un cuerpo empuja o tira de otro**, es decir que aparecen como resultado de interacciones entre cuerpos. Se da el nombre de *interacciones mecánicas* a las interacciones que se manifiestan por medio de fuerzas de un cuerpo sobre otro, y hablaremos extensamente de ellas en los próximos capítulos.

Es claro que los conceptos movimiento y fuerza, según como han sido presentados, son *absolutamente distintos*:

- las fuerzas son acciones sobre un cuerpo que resultan de su interacción con otros, que pueden producir su deformación, y que influyen sobre su movimiento.
- el hecho de moverse un cuerpo, como ya dijimos, es relativo, **depende de lo que se toma de referencia**, de manera que **no puede implicar por sí solo la existencia o no de fuerzas**.

No obstante estos conceptos se confunden fácilmente en la práctica, ya que estamos acostumbrados a que siempre es necesaria la aplicación de una fuerza para iniciar un movimiento. Pero debe recordarse que la aplicación de una fuerza también puede ser necesaria para detener un cuerpo en movimiento.

3.- Los cuerpos tienen Inercia

¿Por qué podría esperar Galileo que la bala no caiga detrás del cañón si la Tierra avanza (pensando, para simplificar, en un avance horizontal)? ¿Y por qué podríamos esperar nosotros que la naranja que cae dentro del tren acompañe exactamente al pasajero, y choque contra el piso en el punto justo debajo del punto donde inició su caída? ¿O que el hilo de la plomada dentro del rápido tren no necesite inclinarse absolutamente nada hacia delante para arrastrar al plomo con la gran velocidad de aquél?

Entre 1600 y 1610, Galileo GALILEI había establecido la **conservación de la velocidad en el sentido horizontal** de los proyectiles, y esto sirvió de base para que DESCARTES enunciara en 1629 dos axiomas que se consideran válidos aún hoy. Estos axiomas de DESCARTES son:

1. un cuerpo mantiene su estado de reposo o de movimiento;

2. el movimiento natural es rectilíneo.

Alrededor de cincuenta años después NEWTON enunció el **Principio de Inercia** (según el diccionario, se llama **inercia** a la **incapacidad** de los cuerpos para cambiar por sí mismos su estado de movimiento) reuniendo estos dos axiomas. Este principio es básico para la física actual, y estos enunciados también lo fueron en su época. Cada uno proponía nuevas formas de ver el mundo. El primer enunciado permitió imaginar que un movimiento no necesitaba esencialmente de fuerzas aplicadas para mantenerse, y el segundo permitió escapar de la idea aristotélica vigente por muchos siglos, de que el movimiento natural era el circular (que aparentemente se mantenía inalterable en los cuerpos celestes), dictaminando que el movimiento natural, **con respecto al cual se decide si han debido o no actuar agentes modificadores (fuerzas)**, es el **rectilíneo**.

Si aplicamos estos enunciados a las preguntas hechas al comienzo, encontramos las mismas respuestas que Galileo dio al problema en su época, según las cuales los experimentos consistentes en lanzar proyectiles y observar su movimiento no sirven para mostrar si la Tierra *se mueve o no*.

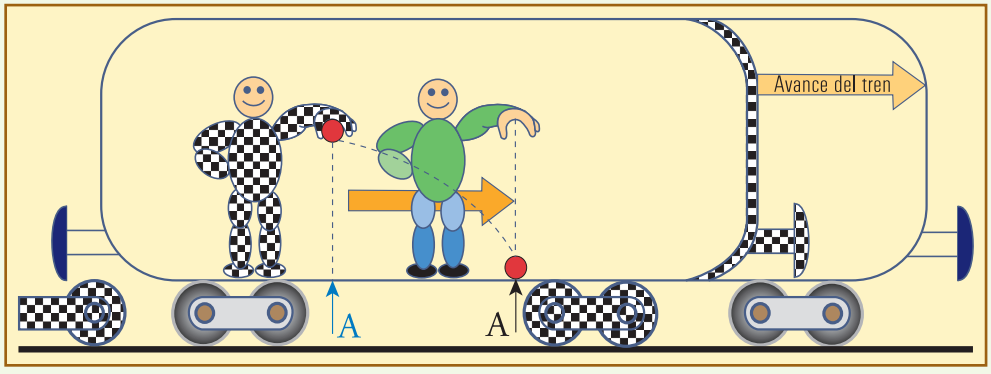


Fig. 2.3. Si el tren avanza uniformemente, la naranja que se suelta exactamente sobre A cae exactamente sobre la nueva posición de A, ya que por inercia, mientras cae, la naranja conserva la velocidad en sentido horizontal del tren y avanza tanto como él. **Respecto del ambiente interior del tren** todo sucede como si éste estuviese en reposo; esa es la única forma de que todos los objetos estén animados, en lo que a la dirección horizontal se refiere, de **la misma velocidad del tren.**

Según las ideas de Galileo el proyectil antes de ser lanzado por el cañón ya participa del movimiento horizontal de la Tierra, y en ausencia de perturbaciones horizontales debe conservar este movimiento, acompañando así exactamente al cañón en todo el trayecto (mientras independientemente, en la dirección vertical la gravedad realiza su acción de atraer al proyectil hacia el suelo). Y nosotros lo único que le agregamos a esto es la denominación *inercia* (horizontal) del proyectil.

Lo mismo decimos para la plomada dentro del tren: la masa de la plomada *no necesita ser empujada* una vez que está viajando, ya que por inercia mantiene su velocidad. Sólo es necesario sostenerla para contrarrestar la acción de la gravedad (peso).

Para la naranja que se deja caer dentro del tren vale el mismo análisis que para el proyectil: en la figura 2.3 la naranja es soltada en un punto de la línea vertical que pasa por A, de manera que allí exactamente (en A) debería caer si el tren estuviese en reposo. Y lo que se ilustra es que la naranja también cae allí si el tren viaja uniformemente, pues *mientras cae avanza tanto como el tren*.

Cerraremos estas ideas básicas con el enunciado formal del Principio de Inercia, mostrando cómo simplemente se limita a formalizar las ideas enunciadas antes.

Principio de Inercia

Todo cuerpo sobre el cual no actúan fuerzas, se mantiene en su estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta.

Principio de Independencia de los Movimientos

La idea de que la ausencia de perturbaciones horizontales permite aplicar "la conservación de la velocidad de los proyectiles en sentido horizontal", aunque en sentido vertical actúe la gravedad haciendo caer al proyectil, básica en todas las explicaciones anteriores, es sólo un caso particular de una idea fundamental conocida como **Principio de Independencia de los Movimientos**.

Este principio dice que lo que sucede con el movimiento en cada dirección del espacio puede tratarse exclusivamente en función de las fuerzas en esa dirección, independientemente de las fuerzas en las otras direcciones.

En los años posteriores a NEWTON esa idea se transformó en la concepción **vectorial** del movimiento, imprescindible para la forma actual de tratar estos temas (y muchos otros). Como veremos en el próximo punto, los **vectores** son entes definidos sobre la base de la idea de la **independencia de las distintas direcciones del espacio**.

2.2. Vectores

• Sistema de referencia y ejes cartesianos

Para hablar de un movimiento es fundamental establecer claramente (aunque sea de manera tácita) un sistema de referencia, con respecto al cual se describen las posiciones.

Los elementos del sistema de referencia que se utilizan casi universalmente para especificar la orientación y los demás elementos de los vectores son los *ejes cartesianos*, o *de coordenadas cartesianas* (nombrados así en memoria de DESCARTES, su inventor). Estos ejes son líneas rectas elegidas arbitrariamente según las distintas direcciones del espacio, a las cuales se designa con las letras *x, y, z*. Generalmente se trabaja en dos dimensiones, es decir en el plano, con sólo los ejes *x*, *y*.

Aunque los ejes cartesianos pueden ser definidos con el grado arbitrario de oblicuidad entre ellos que se desee, todo es más sencillo si se los elige perpendiculares entre sí, y en este caso se habla de *ejes cartesianos ortogonales*.

• Vectores y escalares: el vector posición

A cada entidad vectorial le asignaremos un ***vector***, representado gráficamente con una **flecha**, la cual además de orientarse en el espacio con la dirección y sentido del ente que representa, se puede dibujar con una *longitud* que, *a través de una escala establecida*, representa la intensidad o magnitud correspondiente, a la cual se denomina "módulo" del vector.

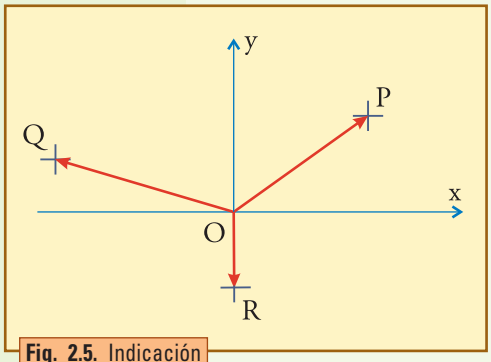


Fig. 2.5. Indicación de la posición de tres puntos arbitrarios con respecto al punto O, por medio de los correspondientes "vectores posición".

Por otra parte, para los entes que no son susceptibles de tener orientación en el espacio, reservamos el nombre de "escalares", que son simplemente números con la unidad de la magnitud física correspondiente. Por ejemplo son escalares la temperatura, la masa, el tiempo, etc.

El vector por excelencia, a partir del cual se establecen las propiedades de todos los vectores, es el ***vector posición***, que nos servirá para ejemplificar y guiar esta presentación.

El vector posición sirve para indicar la posición de cualquier punto con respecto a un punto O elegido como origen, de la manera que se ilustra en las figuras siguientes: 2.5; ó 2.6.

Para mantener cierta tradición muy arraigada en física, utilizaremos " $\vec{r}$ " (la letra r minúscula, con una flechita indicativa del carácter vectorial), para designar cualquier vector posición.

Las características fundamentales del vector posición están dadas por los siguientes enunciados y figuras, los cuales, una vez dejados de lado los detalles particulares, deben interpretarse como válidos para todas las demás magnitudes vectoriales en general.

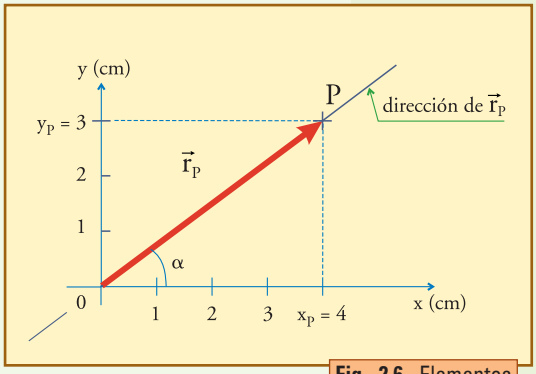


Fig. 2.6. Elementos que corresponden al vector indicativo de la posición de P.

- El segmento OP, *orientado desde O hacia P*, es lo que se denomina *vector posición de P respecto de O*. Lo podemos designar equivalentemente con $\vec{r}$, $\vec{r}_p$, $\overrightarrow{OP}$, o de alguna otra manera que resulte clara en el planteo que se esté tratando.
- La recta definida por O y por P indica la *dirección* del vector, pudiéndose decir que dicha recta es la dirección del vector. Sobre esta recta hay *dos sentidos posibles*: desde O hacia P, que es el que le corresponde a nuestro vector, y el contrario, desde P hacia O.
- La longitud del segmento OP, es decir la *distancia entre O y P* , se denomina "módulo" del vector y es un número (con su unidad) siempre positivo. Para cualquier vector la *intensidad* o *módulo* es un **escalar**, y se simboliza con el mismo nombre del vector sin flechita encima, o con las barras de valor absoluto (para este caso r, o $|\vec{r}|$).
- Cualquiera de los elementos intervinientes se calcula aplicando las definiciones trigonométricas elementales (o los conceptos geométricos que correspondan en cada caso):

$$cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\,cos\alpha$$

$$sen\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$sen\alpha = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\,sen\alpha$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Para el ejemplo de la figura 2.6.:

$$tg\,\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow tg\,\alpha = 0{,}75$$

$$cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow cos\alpha = 0{,}80$$

$$sen\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow sen\alpha = 0{,}60$$

$$r = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow r = 5\,cm$$

Existe una gran variedad de modalidades en la notación para designar vectores. En este texto mantendremos siempre la costumbre de colocar una flechita horizontal encima de la o las letras que constituyan el nombre, para indicar el carácter vectorial de una magnitud.
Por otra parte, como ya se dijo, reservaremos la letra r (abreviatura de "radio", o "radio vector", denominación que a veces se usa) para el nombre del vector posición, a veces con índices o subíndices. Aunque como se verá inmediatamente, a veces recurriremos a otras letras y modalidades para este mismo vector.

- Las coordenadas cartesianas $(x_p\ ;\ y_p)$ del punto P , se denominan, desde el punto de vista vectorial, *"componentes cartesianas"* del vector :

x_p = componente de $\vec{r}$ según el eje x
y_p = componente de $\vec{r}$ según el eje y

Con las coordenadas cartesianas se acostumbra también a expresar el vector como "par ordenado (de componentes)":

$$\vec{r} = (x_p\ ;\ y_p)$$

Esto permite distinguir claramente cuándo se ha escrito un vector y cuándo un escalar. Para el ejemplo de fig. 2.6 :

$\vec{r}$ = (4 cm ; 3 cm) vector, es decir, par ordenado de componentes.

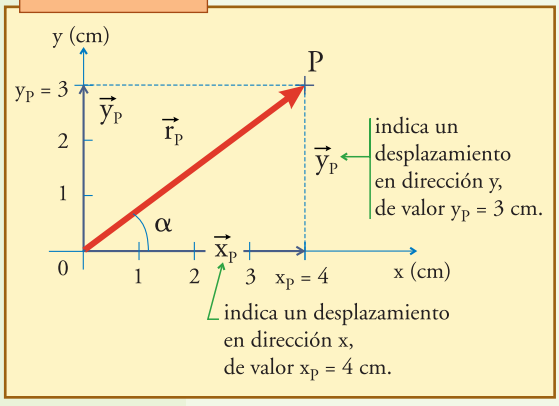
r = 5 cm módulo del vector, es decir, número o escalar.

El vector posición interpretado como desplazamiento

Se gana cierta claridad en la interpretación de las operaciones vectoriales que veremos inmediatamente, si se identifica al vector $\overrightarrow{OP}$ (que es el mismo $\vec{r}$, o $\vec{r}_p$ del punto anterior) con el *desplazamiento* que debería sufrir el punto O para ser llevado a coincidir con el P. Este desplazamiento no tiene porqué ocurrir en realidad, no estamos hablado de que algo se esté moviendo, sólo hablamos de un desplazamiento imaginado, totalmente ideal, que utilizamos para elaborar razonamientos.

Pensando de esta manera, resulta que las componentes x_p e y_p de este vector también pueden ser pensadas como otros tantos vectores, $\vec{x}_p$ e $\vec{y}_p$, indicativos de *"desplazamientos componentes"*, tales que efectuados en sucesión, uno a continuación del otro, en cualquier orden, llevarían también el punto O al lugar ocupado por P, como se ilustra en la figura 2.7.

Fig. 2.7. Las coordenadas del punto P interpretadas como vectores desplazamiento que "componen" al desplazamiento $\overrightarrow{OP}$.



De esta manera tiene sentido interpretar que cualquier vector desplazamiento es el resultado de "componer sus desplazamientos componentes". Debe quedar claro que en el concepto de desplazamiento que estamos utilizando no interesa el camino, sino el punto final: decimos que el desplazamiento indicado por $\vec{r}_p$ es el mismo que el indicado por $\vec{x}_p + \vec{y}_p$, sólo porque ambos llevan el mismo punto inicial al mismo punto final, independientemente de lo hacen por distintos caminos.

Esta interpretación sugiere naturalmente denominar suma vectorial de desplazamientos, a la composición de los mismos, es decir a la ejecución sucesiva de los desplaza-

mientos indicados por los vectores que se suman, independientemente de que éstos se orienten o no según los ejes cartesianos. Esto es lo que formalizamos en el próximo punto.

Composición o suma vectorial

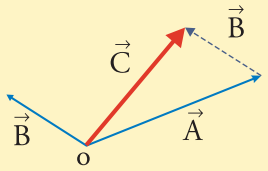
Esta definición, expresada con *ayuda* de la idea de desplazamiento, es directamente aplicable a cualquier vector aunque no represente desplazamientos, ya que siempre será aplicable a los **dibujos representativos** de cualquier vector.

Podemos establecer una definición analítica a partir de estos conceptos esencialmente geométricos, razonando como se muestra a continuación.

Primero realizamos el desplazamiento indicado por $\vec{A}$, desplazando según $\vec{A}_x$ y luego según $\vec{A}_y$, y luego, de la misma manera realizamos el desplazamiento posterior, indicado por $\vec{B}$ (fig. 2.8). Ahora bien, dado que el orden de los desplazamientos no influye en el punto final al que se llega, es fácil advertir que podemos efectuar primero todos los desplazamientos a lo largo de un eje, el x por ejemplo, y luego a lo largo del otro.

Así encontramos que el desplazamiento resultante en cada eje debe valer $C_x = A_x + B_x$, y $C_y = A_y + B_y$, es decir que la suma vectorial equivale a una suma por separado de las componentes según cada eje (CUIDADO CON LOS SIGNOS: la operación indicada es una suma, en la cual cada término tiene su signo particular, es decir, lo que se denomina "suma algebraica").

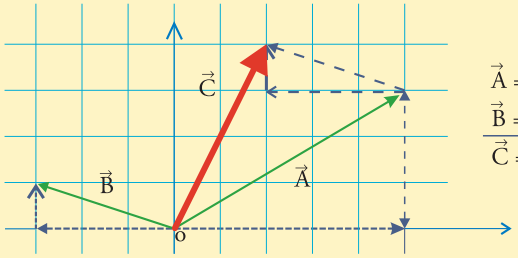
Se define como composición, o suma, de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, a la operación que da por resultado un vector $\vec{C}$ tal que cumple con las relaciones propuestas por la figura:



Esta figura se interpreta diciendo:

El vector $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, es el vector que indica el desplazamiento que se obtiene realizando el desplazamiento $\vec{A}$, y a continuación el $\vec{B}$.

Fig.2.8. Ejemplo de suma vectorial construida con desplazamientos sucesivos a lo largo de las direcciones de los ejes coordenados: *Si $\vec{A}$ = (5 hacia la derecha, 3 hacia arriba), y $\vec{B}$ = (3 hacia la izquierda, 1 hacia arriba), entonces: $\vec{A}$ = 5 hacia la derecha, luego 3 hacia arriba, luego 3 hacia la izquierda, y luego 1 hacia arriba = 5 hacia la derecha y 3 hacia la izquierda , es decir, 2 hacia la derecha, y luego 3 hacia arriba y 1 hacia arriba, es decir, 4 hacia arriba= (2 ; 4) = $\vec{C}$*



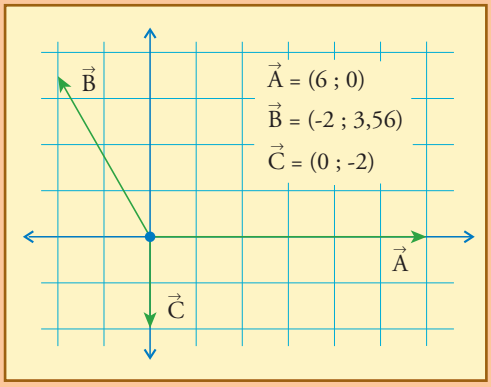
Si $\vec{A}$ = (5 hacia la derecha, 3 hacia arriba), y $\vec{B}$ = 3 hacia la izauierda, 1 hacia arriba),
entonces $\vec{A} + \vec{B}$ = 5 hacia la derecha, luego 3 hacia arriba, luego 3 hacia la izquierda, y luego 1 hacia arriba
$\vec{A} + \vec{B}$ = 5 hacia la derecha y 3 hacia la izquierda, es decir, 2 hacia la derecha, y lluego 3 hacia arriba y 1 hacia arriba, es decir; 4 hacia arriba
$\vec{A} + \vec{B} = (2 ; 4) \Rightarrow \vec{C} = (2 ; 4)$

Esto constituye una definición analítica de la suma vectorial, totalmente equivalente a la anterior:

Suma Vectorial *(definición analítica)* $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, *si y sólo si* $\begin{cases} C_x = A_x + B_x \\ \text{y} \\ C_y = A_y + B_y \end{cases}$

• Ejemplo

Sumar los vectores $\vec{A}$,$\vec{B}$, y $\vec{C}$, definidos de las siguientes maneras: $\vec{A}$ es un vector de módulo A = 6, orientado a lo largo del eje x, hacia la derecha. $\vec{B}$ tiene módulo B = 4, y está orientado a 120º hacia la izquierda de $\vec{A}$. $\vec{C}$ tiene módulo 2, orientado como el eje y, hacia abajo.

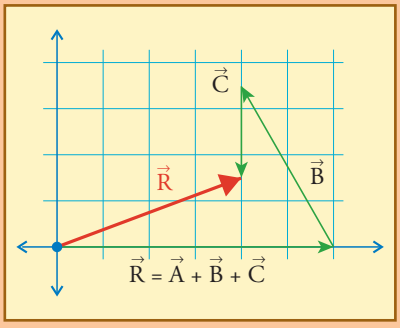


• Desarrollo

Aunque no es imprescindible, para tener una imagen clara en la mente de lo que sucede, hay que comenzar con un dibujo de la situación. Nótese que estos vectores no tienen unidad, es decir que podrían representar una entidad vectorial de cualquier naturaleza, como fuerzas, velocidades, o campos eléctricos, y no necesariamente posiciones o desplazamientos. Pero el procedimiento para sumarlos es independiente de ello.

Primero encontremos las componentes de cada vector. Las componentes de A y C prácticamente están dadas por el enunciado:

$A_x = 6$,
$A_y = 0$, $C_x = 0$, $C_y = -2$; para $\vec{B}$ aplicamos
$B_x = B \cos 120^\circ$
$B_x = B \cos 60^\circ$
$B_x = -2, B$
$B_y = B \operatorname{sen} 120^\circ$
$B_y = 3{,}56$



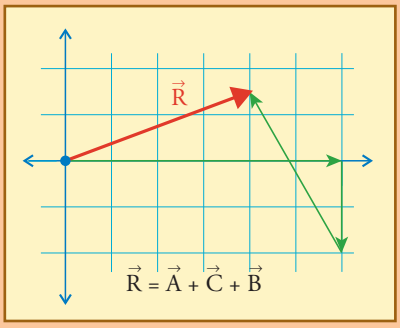
A partir de la expresión de cada vector en componentes, es fácil escribir el resultado efectuando la suma componente a componente:

$\vec{R} = (6 ; 0) + (-2 ; 3{,}56) + (0 ; -2)$
$\vec{R} = (4 ; 1{,}56)$

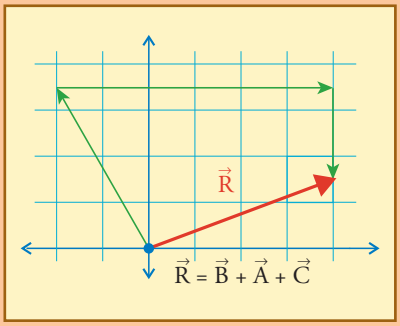
Lo que nos interesa más es mostrar las posibilidades gráficamente.

Lo vamos a hacer agregando los vectores a continuación en órdenes diferentes:

$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$,
$\vec{A} + \vec{C} + \vec{B}$,
$\vec{B} + \vec{A} + \vec{C}$ y
$\vec{C} + \vec{B} + \vec{A}$.

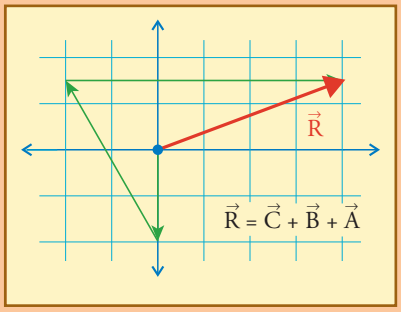


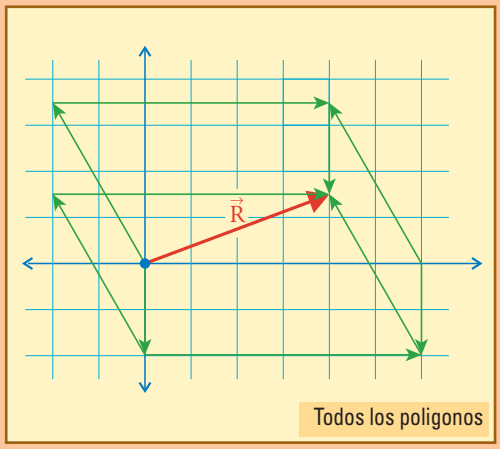
Hay más posibilidades, y por supuesto todas llevan al mismo vector como resultado. En cada caso queda dibujado un polígono diferente, siempre con los mismos cuatro lados, que son los tres vectores que se suman, y $\vec{R}$, como se muestra en la figura. Esta forma de sumar vectores suele denominarse método del polígono vectorial.



Es interesante notar que en la suma vectorial sólo intervienen las componentes de los vectores, y da lo mismo ubicarlos en cualquier parte, con tal de respetar las componentes de cada uno. Por otra parte, al imaginar que

cada vector se compone de un desplazamiento o contribución en un eje, seguido del correspondiente desplazamiento o contribución en el otro eje, se entiende muy claramente por qué el orden de la suma no afecta al resultado. En los distintos problemas de física en los que intervengan vectores tendremos ocasión de interpretar para qué aspectos de los fenómenos sólo interesan las componentes de determinado vector, y qué se hace cuando además interesan otras cosas.



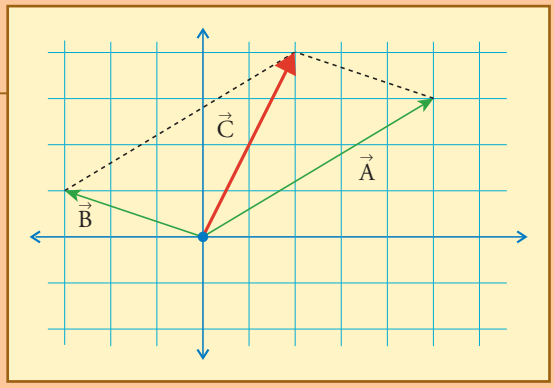


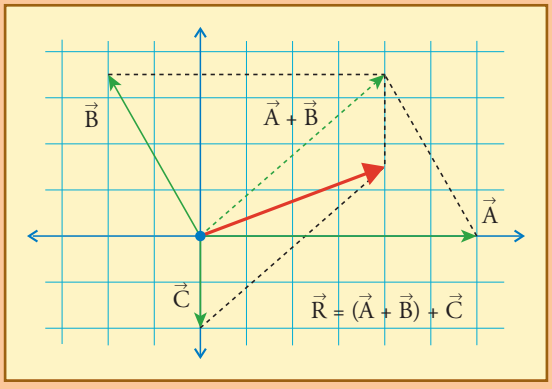
Nota 2. El paralelogramo de vectores

Cuando se efectúa la suma de dos vectores, el polígono se reduce a un triángulo. Y si se juntan los dos triángulos que resultan de sumar los vectores en un orden y en el otro, se obtiene un paralelogramo, con el vector resultante en la diagonal. A veces se denomina "Método del Paralelogramo", al procedimiento de dibujar esta figura, que obviamente es totalmente equivalente al anterior.

Aquí mostramos cómo quedaría la suma de la figura 2.8, con el método del paralelogramo.

El método del paralelogramo sirve para sumar dos vectores. Para más vectores es incómodo porque se requiere ir agrupando de a dos sucesivamente. Y aquí vemos cómo quedaría la suma del ejemplo desarrollado antes, si se dibujaran los paralelogramos para dos maneras de agrupar las sumas.





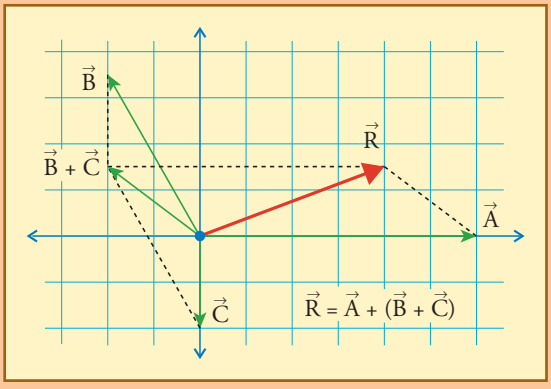
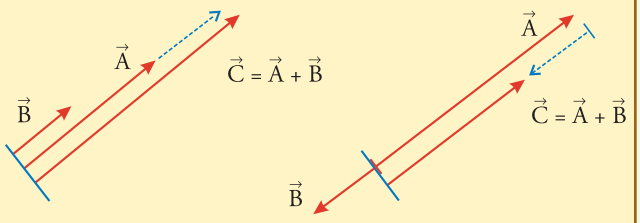


Fig. 2.9. Ilustración de la suma de vectores de igual dirección, con igual sentido (izquierda), o con sentido opuesto (derecha).



En este caso, para los módulos vale: C = A + B

En este caso, para los módulos vale: C = A - B

A partir las definiciones dadas resulta una serie de propiedades de la suma vectorial que interesan en la práctica. Las enumeramos a continuación, algunas con títulos propios:

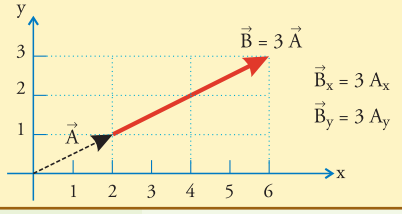
1. la suma vectorial es **conmutativa**: el orden en que se sumen los vectores no afecta al resultado.
2. la suma vectorial es **asociativa**: en una suma de muchos vectores se pueden efectuar sumas parciales, y luego sumar entre sí estos resultados parciales para obtener el resultado final.
3. sumar vectores de la misma dirección da por resultado un vector de la misma dirección, con un módulo que se obtiene avanzando y retrocediendo a lo largo de esa dirección según sea el sentido de los vectores componentes.

En particular, si se suman dos vectores de igual sentido, el módulo del vector resultante se obtiene sumando los módulos de los vectores componentes; y si se suman dos vectores de sentido contrario, el módulo del vector resultante se obtiene restando los módulos de los vectores componentes (el módulo mayor menos el menor).

Multiplicación de un vector por un número

4. multiplicar un vector $\vec{A}$ por un número natural n debe interpretarse como sumar n vectores iguales a $\vec{A}$, es decir agregar sucesivamente estos n vectores. El resultado es otro vector de la misma dirección y el mismo sentido que $\vec{A}$, cuyo módulo será n veces el módulo de $\vec{A}$, y que además tendrá cada componente igual a n veces la correspondiente componente de $\vec{A}$.

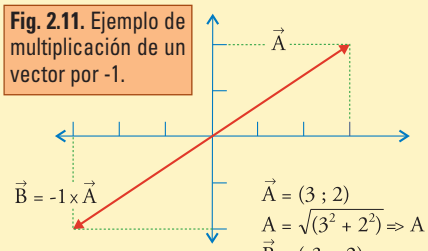
Fig. 2.10. Ejemplo de multiplicación de un vector por un número entero.



Es decir: $\vec{B} = n\,\vec{A}$ si $\vec{B} = \vec{A} + \vec{A} + \ldots(\text{n veces}) \ldots + \vec{A}$;

por lo cual, $B_x = n\,A_x$, y $B_y = n\,A_y$.

Fig. 2.11. Ejemplo de multiplicación de un vector por -1.



$\vec{A} = (3\,;\,2)$

$A = \sqrt{(3^2 + 2^2)} \Rightarrow A = +3{,}5$

$\vec{B} = (-3\,;\,-2)$

$B = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} \Rightarrow B = +3{,}5$

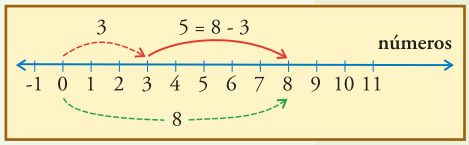
5. multiplicar un vector por un número real o escalar cualquiera u, se interpreta de la misma manera explicada en el punto anterior: B = uA significa $B_x = u\,A_x$, y $B_y = uA_y$.

   Si u es negativo, al multiplicarlo por un vector le invierte el sentido.
6. si multiplicamos un vector por u= -1, obtenemos un vector $\vec{B}$ opuesto a $\vec{A}$: $\vec{B} = -\vec{A}$. En este caso: $B_x = -A_x$,

$B_y = -A_y$, es decir: $\vec{B} = (-A_x ; -A_y)$. Nótese que ambos vectores tienen el mismo módulo, positivo en ambos, ya que el módulo, que es la longitud en el dibujo, se define como positivo ($\vec{B} = -\vec{A}$, pero B = A). Se ilustra en la figura 2.11.

Diferencia de vectores

La diferencia o resta de vectores se define a partir de la suma, de la misma manera que se procede con los números. Es decir, para fijar ideas revisemos con un ejemplo lo que hacemos para restar números: el número 8 menos el número 3 es el número que hay que agregarle al 3 para llegar al 8, o sea, 5.

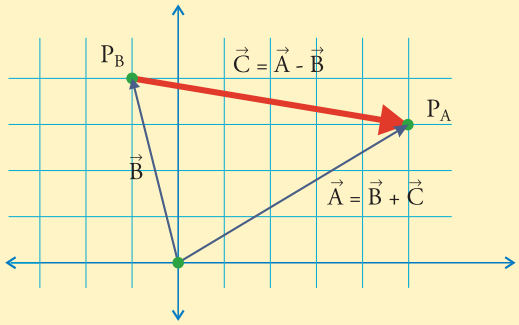


Si interpretamos cada número como un desplazamiento de la longitud correspondiente, podemos representar gráficamente la resta anterior como sigue:

Con el mismo esquema de pensamiento definimos la diferencia o resta de vectores A - B de la manera natural a partir de la suma:

LA DIFERENCIA $\vec{A} - \vec{B}$ ES UN VECTOR $\vec{C}$, TAL QUE SUMADO A $\vec{B}$ DA EL VECTOR $\vec{A}$

Esto, gráficamente, significa que el vector C debe ir desde la punta del vector B hasta la punta del vector A .



$\vec{A} = (5 ; 3)$
$\vec{B} = (5 ; 3)$

$\vec{C} = (5 - \{-1\} ; 3 - 4)$
$= (6 ; -1)$
$=$ *6 hacia la derecha, 1 hacia abajo*

Fig. 2.12. Ejemplo de **resta vectorial**.

Y también significa, como se advierte fácilmente en esta figura 2.12, que la resta vectorial se efectúa componente a componente, de la misma manera que la suma.

Otra interpretación: diferencia de vectores como cambio de origen.

Consideremos nuevamente la misma resta vectorial de la figura 2.12 , reproducida aquí como 2.13, cambiando un poco algunas letras:

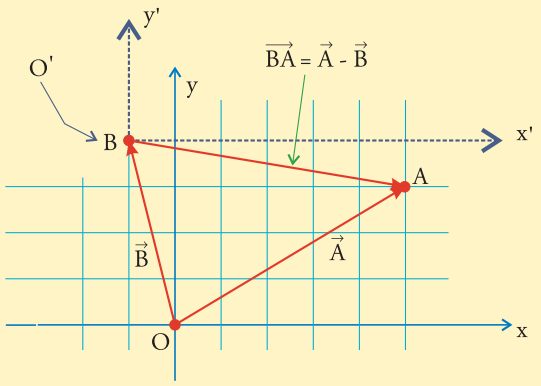
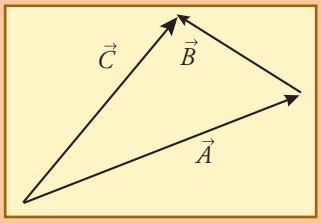


Fig. 2.13. En referencia a la figura 2.12, se ilustra cómo A, *con respecto a un origen O' ubicado en B*, está indicado por el vector $\vec{A} - \vec{B}$.

Vemos en esta figura que, si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ indican respectivamente las posiciones de los puntos A y B con respecto al origen O, entonces $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ es el vector $\overrightarrow{BA}$, que señala la ubicación del punto A respecto del B.

Es decir, cambiando un poco las denominaciones: si tenemos un punto A cuya posición en el sistema *x, y* está dada por el vector $\vec{A}$, y queremos escribir su posición con respecto al punto O', cuya posición en el mismo sistema *x, y* está dada por el vector $\overrightarrow{OO'}$, entonces la operación que debemos hacer es la resta vectorial $\vec{A} - \overrightarrow{OO'}$ (donde $\overrightarrow{OO'}$ es el mismo vector $\vec{B}$ anterior).

• Ejemplo



1) ¿cómo podría leerse e interpretarse el siguiente diagrama vectorial?
2) ¿cómo se transforma la figura si le agregamos los vectores representativos del desplazamiento $\vec{B}$ seguido del $\vec{A}$?

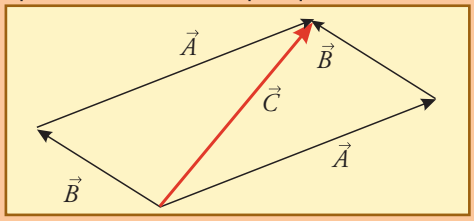
• Desarrollo

1) podemos dar varias respuestas. Por ejemplo:

1.a) podemos decir que expresa la suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, porque $\vec{B}$ a continuación de $\vec{A}$, señala el mismo punto que señala $\vec{C}$.
Esta suma puede tener más de una interpretación. Por ejemplo si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ fuesen desplazamientos sucesivos de un cuerpo, al sumarlos de esta manera habríamos encontrado el desplazamiento resultante $\vec{C}$. O bien si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ fuesen fuerzas aplicadas sobre un cuerpo, al sumarlas de esta manera habríamos encontrado la fuerza $\vec{C}$, que denominaríamos resultante (tema que trataremos detalladamente en el próximo capítulo).

1.b) también podemos decir que expresa la resta $B - C = A$, porque B va desde el extremo de A hasta el extremo de C.

En este libro utilizaremos mucho la resta vectorial para indicar desplazamientos de cuerpos que se mueven: si A y C representasen posiciones sucesivas de un cuerpo, entonces $\vec{B}$ indicaría el desplazamiento correspondiente.



2) obtenemos la figura correspondiente al método del paralelogramo. En la diagonal correspondiente se halla el vector $\vec{C}$, resultado de la suma $\vec{A} + \vec{B}$:

• Proyección o descomposición de un vector

Teniendo definido el procedimiento para componer vectores, cabe preguntarse si dado

un vector es posible expresarlo como suma de vectores "componentes" actuantes en distintas direcciones dadas.

La idea básica es la siguiente:

Dadas dos direcciones no paralelas siempre es posible expresar de manera única un vector cualquiera del plano definido por ellas, como suma de componentes a lo largo de dichas direcciones. Para ello basta con trazar por la punta del vector, en una representación gráfica adecuada, rectas paralelas a las direcciones dadas. Entre estas rectas y las dadas se formará un paralelogramo cuyos lados representarán a los vectores componentes buscados.

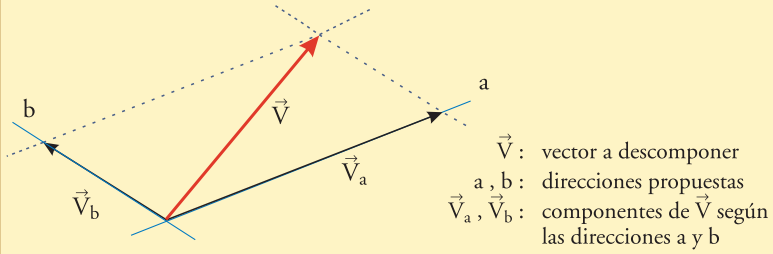


Fig. 2.14. Descomposición del vector V según las direcciones *a* y *b*.

Por supuesto que esto se generaliza inmediatamente a tres direcciones, en el espacio tridimensional, cuando el vector no está contenido en el plano definido por las dos direcciones dadas, aunque aquí no nos ocuparemos de esos casos.

Los procedimientos geométricos o trigonométricos habituales, se podrán utilizar, *sobre la base del dibujo correspondiente*, para expresar estos lados en función de los datos.

Observando la figura 2.14 vemos que también cabe decir que cada componente se obtiene *proyectando* el vector, *sobre esa dirección, según la otra dirección*.

Proyección ortogonal y proyección oblicua

En el caso particular en que las rectas *a* y *b* son perpendiculares entre sí, tenemos la descomposición *ortogonal* del vector (ortogonal es sinónimo de perpendicular, en el lenguaje matemático). Con este tipo de proyección hemos presentado casi todo el tema vectores: las rectas han sido los ejes cartesianos x, y , y cada componente se ha obtenido proyectando ortogonalmente el vector sobre el eje correspondiente.

En esta figura 2.14 hemos ejemplificado una *proyección oblicua*.

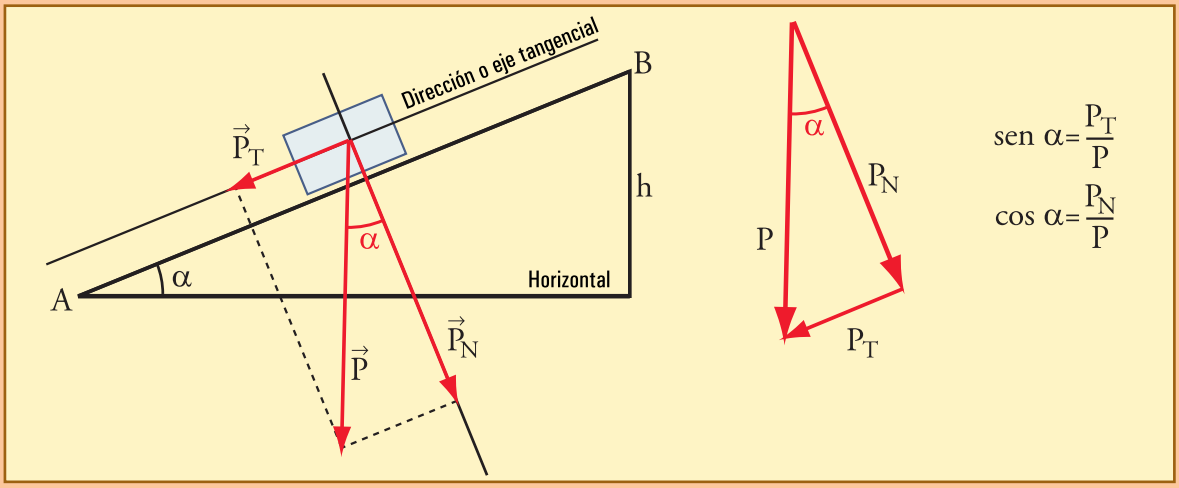
• Ejemplo

Cuando un cuerpo se apoya en un plano inclinado, interesa descomponer la fuerza peso, que actúa verticalmente, en dos direcciones: una es la dirección del plano, denominada "tangencial", y otra es la perpendicular al mismo, denominada "normal". Éste es un ejemplo de descomposición ortogonal.
Atención a la denominación "NORMAL" que aparecerá muchas veces, y significa PERPENDICULAR. Es una denominación de origen matemático que utilizaremos a cada paso, y para evitar confusiones remarcamos desde ya, que siempre que hablemos de vectores o direcciones "normales", debe leerse directamente como *perpendicular,* sin caer en la tentación de tratar de imaginar otro significado a este término.
El interés de este procedimiento, que tendremos que realizar muchas veces, es que como veremos oportunamente, el plano se encarga de equilibrar a la componente normal del peso, que denominaremos P_N, y sólo queda

como esfuerzo para una máquina u operario, enfrentar (equilibrar, superar, o lo que sea) a la componente tangencial del peso, P_T.
Como ejercicio aquí consideremos un cuerpo cuyo peso es 800 N, que se desea arrastrar hacia arriba por un tablón de 3 m de largo, cuyo extremo derecho está levantado 60 cm (ya hemos mencionado que N es el símbolo para la unidad de fuerza que utilizaremos, y por ahora no interesa decir más – 800 N puede ser el peso de una heladera).
Se pide mostrar las componentes normal y tangencial del peso en un diagrama, y calcular los valores de cada una.

Desarrollo

Dibujamos $\vec{P}$ verticalmente hacia abajo, y desde su extremo trazamos una línea paralela al plano hasta cortar al eje normal, y una perpendicular hasta cortar al eje tangencial.



A la derecha hemos separado el triángulo que sirve para establecer las relaciones. Este triángulo es rectángulo, P es la hipotenusa, P_T es el cateto opuesto al ángulo α , y P_N es el adyacente al mismo ángulo. Como puede verse, este ángulo formado entre la vertical y la normal al plano, es el mismo entre el plano y la horizontal, de manera que en nuestro ejemplo,

$$\text{sen}\alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow \text{sen}\alpha = \frac{0{,}60\ \text{m}}{3\ \text{m}} \Rightarrow \text{sen}\alpha = 0{,}20$$

$$\alpha = \text{arcosen}\,(0{,}20) \Rightarrow \alpha \cong 11{,}54°$$

Así es que tenemos las relaciones que aparecerán siempre en el plano inclinado:

$$P_T = P\ \text{sen}\alpha$$
$$P_N = P\ \cos\alpha$$

Y para nuestro caso: P_T = 160 N, y $P_N \cong$ 784 N. Decimos que este peso proyecta sólo 160 N en la dirección del plano, y que esa fuerza es la que debe ejercer una máquina o persona para equilibrar esta situación, ya que el tablón soporta lo que proyecta el peso perpendicularmente a él (784 N).

El vector velocidad

El primer elemento importante que podemos tratar aplicando directamente lo que hemos definido en estas páginas es el vector velocidad, que sirve para indicar cómo y con qué rapidez se mueve un cuerpo.

Velocidad en movimientos rectilíneos uniformes

La rapidez con la cual ocurre el desplazamiento de un punto respecto del sistema de referencia correspondiente, también llamada velocidad, puede definirse, al menos en los casos más simples, de movimiento rectilíneo y uniforme, como el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado:

$$velocidad = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ empleado} \qquad (2.1)$$

Ahora bien, el movimiento ocurre con determinada orientación, y deseamos definir un **vector velocidad** que lo indique adecuadamente. Para ello recurriremos a las propiedades del vector desplazamiento.

El movimiento rectilíneo desde un punto a otro ocurre exactamente a lo largo del vector desplazamiento, de manera que este vector tiene la misma dirección y sentido que el movimiento, y un módulo igual a la distancia recorrida.

Con esta idea definimos el **vector velocidad** dividiendo el vector desplazamiento por el tiempo empleado:

$$vector\ velocidad = \frac{vector\ desplazamiento}{tiempo\ empleado} \qquad (2.2)$$

Analicemos esta definición más en detalle. Si un móvil pasa en el instante t_A por el punto A, indicado por el vector posición $(x_A\ ;\ y_A)$, y en el instante t_B por el B, dado por $(x_B\ ;\ y_B)$, entonces (para más claridad ver la figura del ejemplo desarrollado a continuación):

$$\text{vector desplazamiento} = (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A),$$
$$\text{tiempo empleado} = t_B - t_A\ ,$$

vector velocidad:

$$\vec{v} = \frac{(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)}{t_B - t_A} \qquad (2.3)$$

En adelante, siguiendo una insoslayable tradición del lenguaje científico, utilizaremos la letra griega Δ (delta mayúscula) para indicar la diferencia entre dos valores elegidos que toma una variable. Haremos esto frecuentemente con todo tipo de variables que aparecerán a lo largo del libro, y aquí comenzamos con:

- $\Delta r = r_B - r_A$, $\Delta y = y_B - y_A$, son las componentes del vector desplazamiento $\vec{\Delta r} = \vec{r_B} - \vec{r_A}$. Cada componente indica un desplazamiento a lo largo de un eje.
- $\Delta t = t_B - t_A$, la diferencia entre dos valores de t, indica la duración del intervalo correspondiente. En general utilizaremos la letra t para indicar un instante, y Δt, para indicar la duración de un intervalo, o sea, un tiempo transcurrido.

Con esta notación, teniendo en cuenta que Δt es un escalar, y que dividir un vector por el escalar Δt, es lo mismo que multiplicarlo por $1/\Delta t$ (que es otro escalar), y que eso debe hacerse con cada componente, la definición de vector velocidad queda:

$$\vec{v} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}; \frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \qquad (2.3')$$

Esto es lo mismo que decir que las componente del vector velocidad son:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad ; \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

• Ejemplo

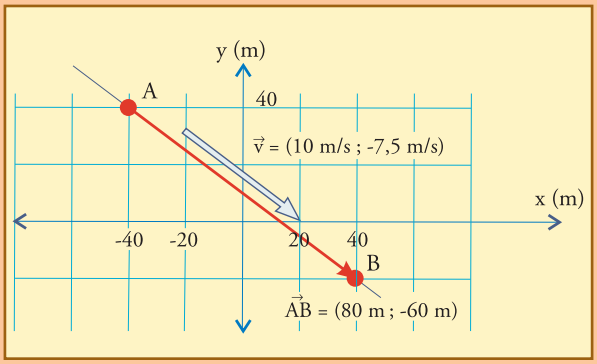
Consideremos un punto que se desplaza uniformemente a lo largo de una recta, que en $t_A = 2s$ pasa por el punto A dado por $\vec{r_A} = (-40\ m\ ;\ 40\ m)$, y en $t_B = 10\ s$ pasa por el punto B, señalado por $\vec{r_B} = (40\ m\ ;\ 20\ m)$.

a) Indique en un dibujo a escala el vector desplazamiento desde A hasta B. Indíquelo como par ordenado. Calcule la distancia recorrida en el tiempo indicado. Calcule cuánto recorrió en cada segundo, y compare con la definición de velocidad (2.1).

b) Encuentre las componentes del vector velocidad dado por la definición (2.2). Dibuje este vector con alguna escala que usted determine, y muestre que tiene:
- módulo igual a la distancia recorrida dividido el tiempo empleado, es decir igual a la velocidad del movimiento.
- dirección y sentido iguales a los del desplazamiento sufrido por el punto.

• Desarrollo

El vector desplazamiento se obtiene restando el vector posición inicial menos el final (componente a componente), y está mostrado con sus componentes en la figura. La distancia recorrida es el módulo del desplazamiento $\vec{AB}$, es decir $\sqrt{80^2 + 60^2} = 100$ m.



El tiempo demorado es $t_B - t_A = 10\ s - 2\ s \Rightarrow t_B - t_A = 8\ s$, de manera que en cada segundo se recorre $100/8 = 12{,}5$ m. Esto coincide con lo que se obtiene aplicando la definición de velocidad (2.1):

$$v = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ empleado}$$

$$v = \frac{100m}{8s}$$

$$v = 12{,}5m/s$$

El vector velocidad dado por la definición (2.2) es:

$$\vec{v} = \frac{(80\text{m} - 60\text{m})}{8\text{s}} = \left(\frac{80\text{m}}{8\text{s}}; \frac{-60\text{m}}{8\text{s}}\right) = (10\text{m/s}; -7{,}5\text{m/s})$$

El módulo de este vector es $\sqrt{10^2 + 7{,}5^2}$ = 12,5 m/s, en coincidencia con los resultados anteriores (distancia recorrida dividida por el tiempo empleado), y en la figura está representado con un vector hueco con la escala 1 cm : 5 m/s, el cual tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento $\vec{AB}$ sufrido por el punto. Además puede inferirse que eso no es accidental, sino que es consecuencia directa de que dividimos cada componente de $\vec{AB}$ por un mismo escalar positivo (8 s).

EJERCICIOS DEL CAPÍTULO 2

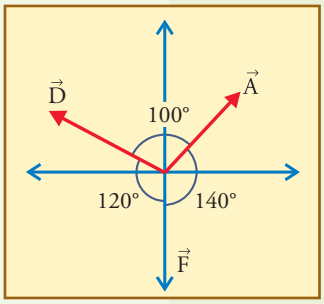
▲ Ejercicio 2.1.

Dibujar los siguientes vectores, y calcular las componentes, módulos, y ángulos con los ejes x e y, tomando cada uno dentro del cuadrante correspondiente.

a) $\vec{A}$ = (–20; 5) b) $\vec{B}$ = –5 (5 ; –10) c) $\vec{C}$ = 1/5 (30 ; –60)

▲ Ejercicio 2.2.

Calcular las componentes horizontales y verticales de los vectores $\vec{A}$, $\vec{D}$, y $\vec{F}$, que se muestran, cuyos módulos son A = 30, D = 35 y F = 24. Calcular la suma $(\vec{A}+\vec{D}+\vec{F})$, y graficarla cualitativamente.

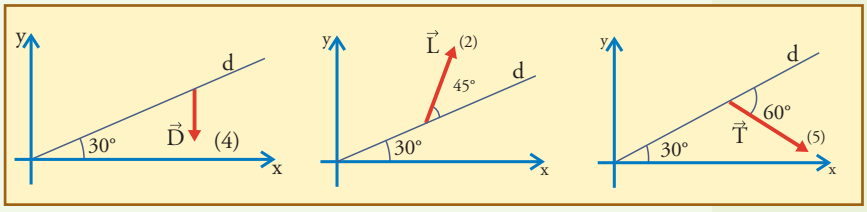


▲ Ejercicio 2.3.

Dados los vectores $\vec{D}$, $\vec{L}$, y $\vec{T}$, mostrados, de módulos: D = 4 , L = 2 , T = 5.

a) Calcular las componentes horizontal y vertical de cada vector. Dibujarlas cualitativamente.

b) Calcular las componentes de estos vectores en la dirección inclinada d, y en una dirección normal a esa dirección. Dibujarlas cualitativamente.



▲ Ejercicio 2.4.

Tomando como origen un punto O en una región, el eje x positivo hacia el este, y el eje y positivo hacia el norte, considere un expedicionario que viaja en línea recta desde O hasta el punto A dado por las coordenadas (20 km ; 10 km). A partir de allí el viajero se desvía, desplazándose 40 km hacia el norte, hasta el punto B. Allí nuevamente se desvía, girando la dirección de marcha 120º hacia la izquierda, recorriendo 60 km en esta nueva dirección,

hasta el punto C.

a) Dibuje los vectores desplazamiento $\vec{D}_1$, $\vec{D}_2$, y $\vec{D}_3$, correspondientes a los tres tramos rectilíneos descriptos, calculando e indicando las componentes y módulos de cada uno.

b) Dibuje a escala los vectores posición $\vec{A}$, $\vec{B}$, y $\vec{C}$, de los puntos correspondientes, y expréselos por sus componentes. Calcule también el módulo de cada uno.

c) Realice gráficamente las siguientes operaciones vectoriales, explique el significado de cada una, y encuentre relaciones entre ellas: $\vec{B} - \vec{A}$; $\vec{C} - \vec{A}$; $\vec{D}_1 + \vec{D}_2$; $\vec{D}_2 + \vec{D}_3$; $\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$.

d) Explique el significado de cada una de las siguientes operaciones, y encuentre su resultado: $\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$; $|\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3|$; $|\vec{D}_1| + |\vec{D}_2| + |\vec{D}_3|$.

e) Teniendo a la vista los gráficos efectuados, responda a las siguientes cuestiones.

e1) Las denominaciones correctas para la operación $\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$, podrían ser (puede haber más de una opción correcta):

1. Suma de vectores
2. Suma de fuerzas
3. Suma vectorial de fuerzas
4. Composición de desplazamientos.
5. Composición de vectores
6. Suma vectorial de desplazamientos.
7. Suma de distancias

e2) El resultado de esta operación ($\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$), es (puede haber más de una opción correcta):

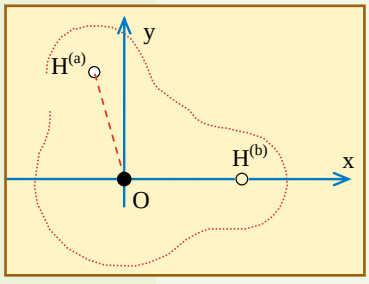
Un vector
Una distancia
Una fuerza
Un desplazamiento

e3) El resultado de esta operación ($\vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$), indica (puede haber más de una opción correcta):

1. La posición de C con respecto a O.
2. El movimiento seguido
3. La fuerza total
4. La fuerza resultante
5. La distancia recorrida
6. La trayectoria seguida
7. La distancia desde C hasta P

▲ **Ejercicio 2.5.**

En al figura se muestra un esquema de la molécula de agua, ubicada en un sistema de ejes x,y. Cada punto indica la posición del núcleo del átomo correspondiente: negro el núcleo del oxígeno, y blanco el de cada hidrógeno (protón). Los protones se han distinguido con un índice para poder plantear con claridad algunas preguntas.



a) A partir de los datos:
ángulo HOH ≅ 104,5º ; dist. H — O ≅ $0{,}957 \times 10^{-10}$ m , encuentre para cada caso y exprese como par ordenado los vectores:

- $\vec{r}_a$: posición del protón $H^{(a)}$
- $\vec{r}_b$: posición del protón $H^{(b)}$
- $\vec{r}_a - \vec{r}_b$: interprete su significado
- $\vec{r}_b - \vec{r}_a$: interprete su significado

b) Encuentre el módulo de los vectores mencionados en a). Diga cuál o cuáles de los módulos calculados representan la distancia entre los protones.

c) Diga cuáles de los vectores que ha escrito representan la posición de $H^{(a)}$ con respecto a $H^{(b)}$, y cuáles representan dicha posición con respecto a O.

d) Muestre gráfica y analíticamente cómo se efectúa la siguiente operación vectorial: $\vec{r}_a$+ vector posición de $H^{(b)}$ con respecto a $H^{(a)} = \vec{r}_b$

▲ **Ejercicio 2.6.**

Consideremos una red cristalina. Supongamos que A y B representan el núcleo o centro de dos átomos cualquiera.

Supongamos que $r_A = (2 ; 3) \times 10^{-10}$ m , y $r_B = (-2 ; 1) \times 10^{-10}$ m .

a) Calcule las distancias de A y B al origen, y sus respectivas orientaciones con respecto a la dirección señalada por el eje x^+.

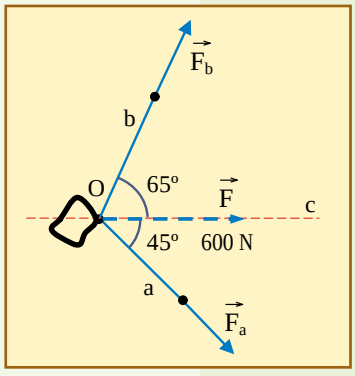
b) Calcule $r_B - r_A = \overrightarrow{AB}$, muéstrelo en un dibujo, y a partir de ese vector indique la distancia y la orientación con la que habría que desplazar el átomo A para que ocupe el lugar del B.

c) Muestre todos los vectores en un dibujo. Si los átomos A y B fuesen iguales y estuviesen en contacto, calcule el valor de sus diámetros.

d) Explique sobre el dibujo cómo se muestra que $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overrightarrow{AB}$, y también cómo se muestra que $\overrightarrow{AB}$ es la posición de B con respecto a A.

▲ **Ejercicio 2.7.**

Dos operarios tratan de arrastrar horizontalmente un cuerpo muy pesado tirando con dos cuerdas amarradas al cuerpo en O. El cuerpo debe ser arrastrado en la dirección de la recta c, y por efecto de ciertos obstáculos que hay en el lugar las cuerdas deben ubicarse en las direcciones a, y b, mostradas, que forman 45° y 65° con la dirección c (todas en un plano horizontal). Dado que se sabe que para que el cuerpo comience a deslizarse la fuerza neta horizontal aplicada debe superar los 600 N, los operarios tratan de averiguar previamente cuánta fuerza deberá aplicar cada uno, para decidir si será posible arrastrar dicho cuerpo.



Realice un diagrama vectorial a escala que muestre la descomposición, según las direcciones de las dos cuerdas, de la fuerza $\vec{F}$, de 600 N, que se espera obtener como resultante, y obtenga de este diagrama los valores de

las fuerzas que tiran de cada cuerda.

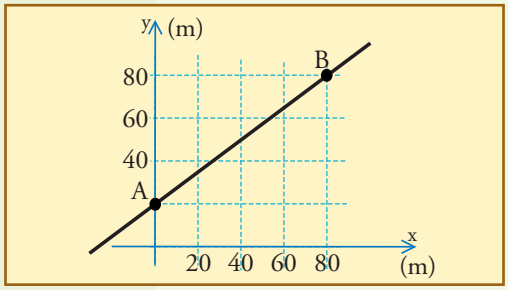
▲ **Ejercicio 2.8.**

Explique cuál es el error de la siguiente frase:
"Todo vector es una fuerza y toda fuerza es un vector".

▲ **Ejercicio 2.9.**

Consideremos un punto que se desplaza uniformemente a lo largo de una recta, que en t_1 = 0s pasa por el punto A dado por $\vec{r}_A$ = (0 m ; 20 m), y en t_B = 4s pasa por el punto B, señalado por $\vec{r}_B$ = (80 m ; 80 m).

a) Indique en el dibujo el vector desplazamiento desde A hasta B. Indíquelo como par ordenado. Calcule su módulo, y utilícelo para expresar la distancia recorrida en los 4 segundos indicados. Calcule cuánto recorrió en cada segundo, y compare con la definición de velocidad (2.1).



b) Encuentre el vector velocidad dado por la definición (2.3'). Dibuje este vector con alguna escala que usted determine, y muestre que tiene igual dirección y sentido que el vector desplazamiento.

c) Calcule el módulo de este vector y compare con lo calculado en a).

Capítulo

3

Fuerzas y tensiones mecánicas

La **mecánica** es la disciplina que describe y estudia las posiciones de los cuerpos y sus variaciones en el tiempo en función de sus interacciones recíprocas. Las variables mecánicas típicas son las posiciones y las velocidades, pero también las formas y deformaciones de los cuerpos, que son posiciones y cambios de posición relativos entre puntos de un cuerpo. Las acciones *mecánicas* son las que afectan a este tipo de variables, y ellas tienen lugar cuando un cuerpo, por medio de la **aplicación de fuerzas**, empuja, mueve o deforma a otro.

En este capítulo nos dedicaremos a entender las fuerzas que se manifiestan en el ámbito de la vida diaria, al que podríamos llamar el reino de lo macroscópico. En él son evidentes, casi exclusivas, las manifestaciones de dos tipos de fuerzas: las fuerzas de **contacto**, y la fuerza de **gravedad**, en apariencia muy distintas.

También hablaremos de las nociones de *tensión*, o *esfuerzo*, que expresan el valor de la *concentración de fuerza por unidad de superficie*, que en muchas situaciones resulta más importante que el valor de la fuerza en sí misma.

3.1. Ideas básicas sobre las fuerzas

La primera noción básica que dejaremos establecida es que, en nuestro *modelo de las interacciones mecánicas*, la fuerza debe ser un ente de naturaleza *vectorial*, porque es lo que se aplica a un cuerpo para producir desplazamientos, que son vectores. Esto es cierto tanto si hablamos de poner en movimiento como de deformar algo. En ambos casos lo que se logra se expresa con vectores de desplazamiento, y para lograrlo en los dos casos se debe aplicar una fuerza que, por lo tanto, debe gozar de la misma posibilidad de ser orientada en el espacio que los desplazamientos que tiende a producir.

La fuerza resulta de una interacción

En nuestro modelo es esencial considerar que las fuerzas *no son propiedades de un cuerpo*, sino que son resultado de una interacción entre cuerpos. Excepto el caso especial de la atracción gravitatoria, que analizaremos aparte, la interacción requiere de una *zona de contacto* a través de la cual cada cuerpo aplica fuerza al otro.

Debe estar claro que, dejando de lado la acción de la gravedad, o sea el "peso" del cuerpo, todas las demás fuerzas son de contacto: **no hay fuerza donde no hay contacto**. Será posible identificar todas las fuerzas actuantes sólo si se revisan todos los contactos.

Y esto implica dos cosas muy simples que deberemos respetar:

a) Cuando termina el contacto, deja de aplicarse la fuerza.

Esto significa que un cuerpo no conserva la fuerza que se le aplicó: conserva energía, conserva movimiento, pero no puede conservar fuerza. **Llamamos fuerza a cierta propiedad del contacto no a algo que el cuerpo pueda acumular y conservar.**

Es decir, si impulsamos un cuerpo aplicándole una fuerza $\vec{F}$, y después de que dejamos de empujarlo continúa moviéndose, entendemos que eso es la *inercia*, y no que lo hace porque conserva la fuerza que le hemos aplicado. El cuerpo *conserva el movimiento* que le hemos comunicado aplicándole fuerza. Si se nos pregunta qué fuerza está actuando sobre el cuerpo en ese momento *(después de que dejamos de empujarlo)*, no debemos decir que sigue actuando $\vec{F}$, porque eso significaría que lo seguimos empujando.

b) Un cuerpo no se aplica fuerza a sí mismo. La fuerza sobre un cuerpo sólo puede ser aplicada por otro cuerpo, al cual frecuentemente llamaremos "agente exterior", para destacar este concepto fundamental.

Esto significa que un cuerpo *aislado* no se puede poner en movimiento, ni frenarse, a sí mismo. La física *no admite la posibilidad* de que un cuerpo o ser adquiera movimiento (o se frene), al estilo "Superman", recurriendo a una especie de "fuerza interior". Un automóvil, por caso, sólo puede iniciar su movimiento, o frenarse, *aplicando fuerza al piso*. No podría hacerlo sin contacto con el piso. Insistiremos y reflexionaremos mucho más sobre esto oportunamente.

Efecto de las fuerzas sobre los movimientos

Vamos a plantear cuál es el efecto de una fuerza sobre el movimiento de un cuerpo. Uno de los casos más simples o elementales posibles es: *un cuerpo sobre el que se aplica una única fuerza*.

Para que este planteo no sea mal interpretado, imaginaremos un cuerpo aislado, muy lejos de la influencia gravitatoria de cualquier planeta, y sin contacto con cosa alguna; diremos que está como flotando en la nada (no hay gravedad, no hay piso, no hay aire, no hay rozamiento, etc.).

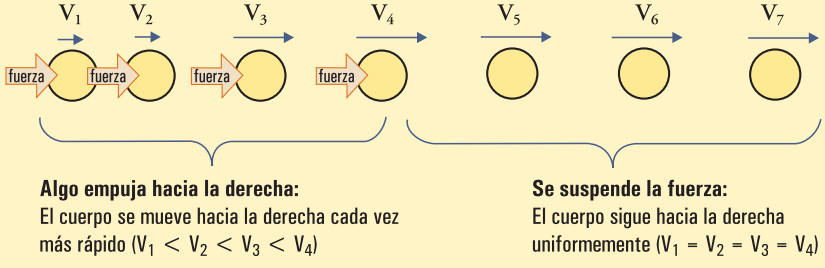


Fig. 3.1. Por acción de un agente externo que no se muestra, una fuerza empuja al cuerpo en el lapso que abarca los cuatro primeros dibujos, haciendo que se inicie el movimiento, y luego que aumente su velocidad. Al suspenderse la fuerza, el movimiento continúa cómo lo establece el principio de inercia.

Así que para este hipotético cuerpo que, según el principio de inercia, mientras no se le apliquen fuerzas mantendrá su reposo o movimiento uniforme en línea recta, podremos decir:

1. Si el cuerpo está en reposo y se le aplica una (única) fuerza, iniciará el movimiento

con la orientación de la fuerza. Si la fuerza se mantiene aplicada con la misma orientación, la velocidad aumentará mientras ello ocurra. Si la fuerza deja de aplicarse, la velocidad dejará de aumentar, *pero no disminuirá*. Para que disminuya se necesita una fuerza que lo frene.

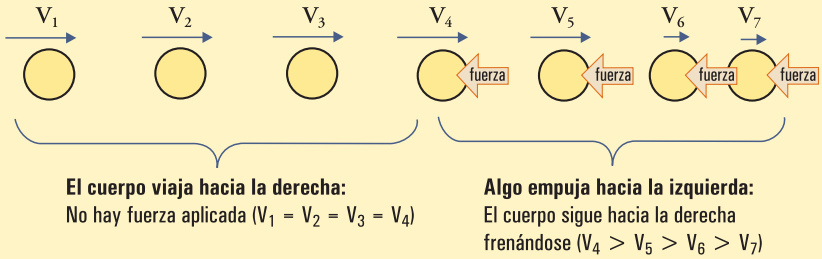
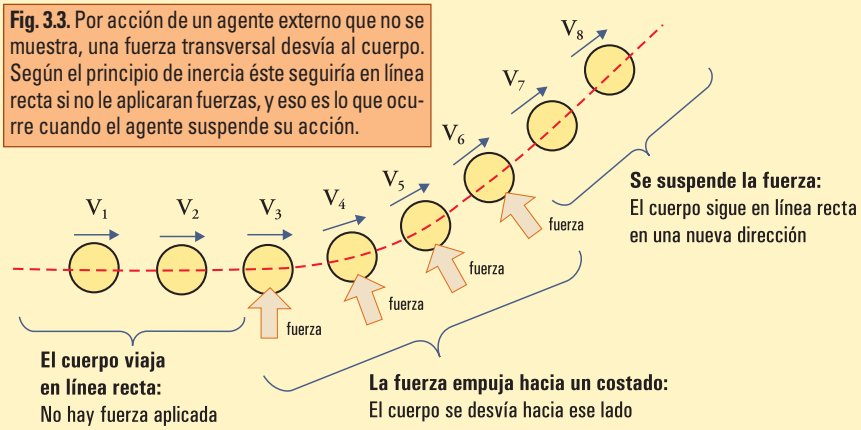


Fig. 3.2. En los cuatro últimos cuadros se muestra el frenado del cuerpo por medio de una fuerza en contra del movimiento (aplicada por un agente externo que no se muestra). Si el agente continúa actuando luego de que el cuerpo se detenga, el movimiento se reiniciará hacia la izquierda.

2. Si el cuerpo está en movimiento y se le aplica una fuerza orientada en sentido contrario al movimiento, el efecto será la disminución de la velocidad, pudiendo llegar a detener el cuerpo.

3. Si el cuerpo está en movimiento y se le aplica una fuerza transversal, su efecto será desviar al cuerpo de la línea recta que seguiría naturalmente. La desviación ocurre, por supuesto, en el sentido de la fuerza aplicada, y el cuerpo describe una línea curva mientras dura la aplicación de la fuerza.

Fig. 3.3. Por acción de un agente externo que no se muestra, una fuerza transversal desvía al cuerpo. Según el principio de inercia éste seguiría en línea recta si no le aplicaran fuerzas, y eso es lo que ocurre cuando el agente suspende su acción.



4. Si se aplican varias fuerzas simultáneamente sobre un cuerpo, *el efecto sobre el movimiento* es la *superposición* de los efectos que ellas tendrían por separado. Como veremos pronto, en estos casos se determina la *fuerza resultante*, que puede pensarse como la fuerza neta actuante, y se razona con ella como si fuese la única fuerza.

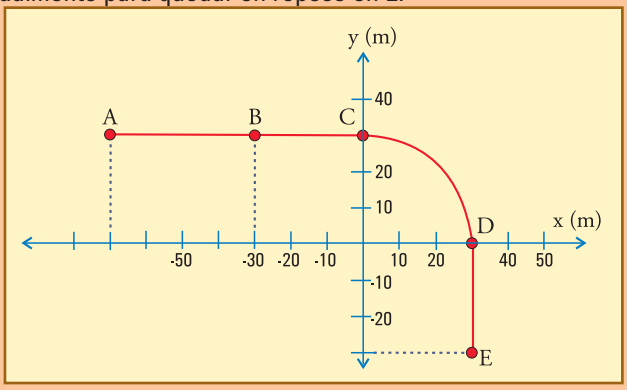
Nota 1. No hay excepciones

Estas ideas son tan importantes, que volveremos a revisarlas cada vez que estudiemos algún movimiento particular. Pero vayamos preparando nuestra mente *para entender que* **no hay excepciones**.
Cuando parece que un cuerpo se detiene solo, es porque alguna fuerza que no hemos advertido lo detuvo (en general un rozamiento).
La fuerza nunca actúa en un instante. Los procesos transcurren en el tiempo, *durante un intervalo mayor o menor (ver figuras anteriores).*
Cuando parece que puede haber algún fenómeno explosivo, un choque, un rebote, algo que ocurre en un instante, se debe reflexionar más, inspeccionar con más cuidado el modelo mental que se tiene de lo que ocurre. No es posible

poner en movimiento, detener, o desviar, instantáneamente a un cuerpo. Cualquier proceso que parezca ser instantáneo, si se filma o inspecciona con un aparato suficientemente rápido, se verá que se desarrolla gradualmente, a lo largo de cierto intervalo de tiempo.
Cuando parece que un proyectil se detiene "de golpe" al chocar contra algo, si se analiza, se observa que avanzó algo, por poco que sea, durante el proceso de chocar.
Lo mismo si parece que la trayectoria de un proyectil se quiebra en ángulo al rebotar contra algo. Inspeccionando (mentalmente) el ángulo siempre se encontrará un pequeño tramo de la trayectoria que es realmente curva.

• Ejemplo 1

Se observa que un cuerpo de masa m = 200 kg que está en reposo en A se pone en movimiento en t_0 = 0 s, siguiendo la trayectoria dibujada. El cuerpo aumenta gradualmente de velocidad hasta pasar por B en t_1 = 8 s, y a partir de allí el movimiento se mantiene uniforme. El cuerpo pasa por C en t_2 = 11 s, y continúa uniformemente hasta pasar por D, donde comienza a frenarse gradualmente para quedar en reposo en E.



a) Encuentre los vectores desplazamiento correspondientes a los intervalos sucesivos AB, BC, CD, y DE. Dibújelos sobre la trayectoria y expréselos como par ordenado.

b) Calcule el vector velocidad correspondiente al tramo BC. Dibújelo sobre la trayectoria, en algún punto del tramo, con una escala 2 m/s: 1 cm.

c) Indique el módulo de la velocidad con la que es recorrido el tramo uniforme BD. Calcule en qué instante pasa el móvil por D.

d) Explique en qué partes de la trayectoria hay fuerza neta actuando sobre este móvil, y en qué partes dicha fuerza debe ser nula. Dibuje cualitativamente los vectores fuerza en donde existan, explicando qué efecto está haciendo la fuerza en ese instante sobre el móvil.

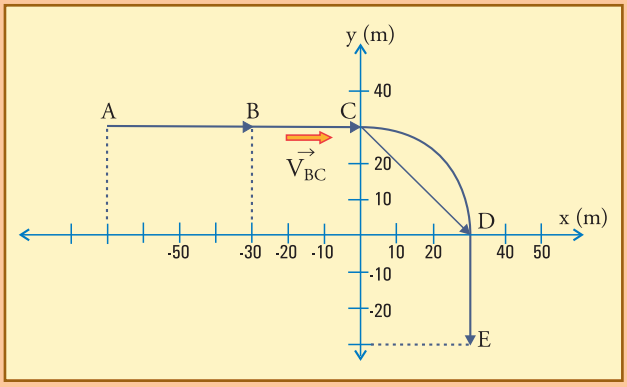
e) Considere las siguientes afirmaciones. Para cada una califíquela de verdadero o falso en general, e indique qué parte de este movimiento particular planteado aquí sirve para ilustrar su conclusión.

e.1) Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o si la resultante es nula, deberá estar en reposo.

e.2) El movimiento de un cuerpo siempre tiene lugar en la dirección de la fuerza resultante.

e.3) Si en un instante dado, la velocidad de un cuerpo es nula, la fuerza resultante sobre él, en ese instante, también lo será.

• Desarrollo



a) En la figura se muestran los desplazamientos.
$\vec{AB}$ = (40 m ; 0 m) ; $\vec{BC}$ = (30 m ; 0 m) ;
$\vec{CD}$ = (30 m; -30 m) ; $\vec{DE}$ = (0 m ; -30 m).

b) Dividiendo $\vec{BC}$ por el tiempo demorado, que es

11- 8 = 3 s, obtenemos (se muestra como un vector hueco en la figura):

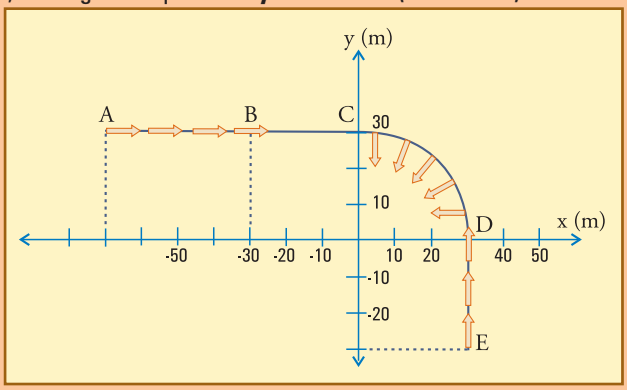
$\vec{V}_{BC}$ = (10 m/s ; 0 m/s)

Vale aclarar que por ahora sólo tenemos elementos para calcular la velocidad en este tramo, porque en los otros el vector velocidad varía. Más adelante veremos qué hacer en esos casos.

c) El módulo de este vector es 10 m/s, y se mantiene constante hasta D. Para calcular lo que demora el móvil en llegar a D, dividimos: longitud(CD) / v = ½ π x 30 m / 10 (m/s) ≅ 4,71 s. De manera que pasa por D en $t_D \cong 15{,}71$ s.

d) En el tramo AB la velocidad aumenta, y no hay desviación, de manera que debió actuar una fuerza resultante hacia delante, es decir, hacia la derecha de la figura.

El tramo BC se recorre uniformemente en línea recta, eso significa que **no hay fuerza neta (resultante)** actuando. $F_R = 0$ entre B y C.



El tramo CD se recorre uniformemente con desviación hacia la derecha: debe estar actuando una fuerza resultante perpendicular al movimiento, hacia la derecha del mismo.

Entre D y E, el móvil se frena en línea recta. Es decir, se suspende la fuerza perpendicular que lo venía desviando, y comienza a actuar una fuerza (resultante) hacia atrás (en la figura hacia arriba), que se mantiene hasta que el móvil se detiene. En la figura se muestra la fuerza resultante con vectores huecos.

e.1) Es falso, contradice el principio de inercia. Tramo BC.

e.2) Es falso, como queda mostrado en el tramo CD, en el cual la fuerza es perpendicular al movimiento, o más notablemente aún en el tramo DE, en el cual la fuerza es exactamente contraria al movimiento. Es necesario reflexionar sobre el hecho de que, aunque el enunciado e.2) sería cierto para el tramo AB, no lo es *en general*, y eso le confiere el carácter de FALSO, ya que contiene el cuantificador "siempre".

e.3) Falso. El hecho de que un cuerpo se detenga no depende de la fuerza que actúa en ese instante, sino de la acción de la fuerza en los instantes previos. En el instante exacto de la detención, la fuerza puede anularse, o no, y en este ejemplo encontramos ilustradas las dos situaciones.

Así tenemos el caso del punto E: la fuerza que ha actuado durante todo el trayecto DE para detener al cuerpo, debe anularse en el instante en que el cuerpo se detiene (en E), ya que si continuara actuando el movimiento se reiniciaría hacia D, es decir en el sentido de la fuerza que habría permanecido sin anularse (por ejemplo si en el punto E hubiera habido un resorte que es comprimido por el móvil hasta detenerlo, y luego lo lanza en sentido contrario).

De manera que en punto E, en el ejemplo desarrollado, la afirmación e.3) ha sido válida, pero con un simple cambio en el enunciado, podría no haberlo sido. Esto la califica como FALSA, ya que *de la anulación de la velocidad no se deduce la anulación de la fuerza resultante*.

El punto inicial, A, por otra parte, constituye un ejemplo de caso en que la afirmación e.3) es falsa. Ya que mientras la fuerza resultante sea nula en el punto A, de velocidad nula, el movimiento *no se iniciará*. El movimiento se inicia precisamente en el instante en que se aplica una fuerza en A. En ese instante exacto, la velocidad es nula y la fuerza resultante no.

Nota conceptual

Las afirmaciones e.1), e.2), e.3), pueden parecer capciosas, pero no lo son. Son tres afirmaciones que reflejan la identificación errónea de la fuerza con el movimiento o la velocidad.

Esta identificación, que es una de las barreras más comunes que hay que superar para entender las leyes de la dinámica, obedece a una metodología de pensamiento muy difundida, denominada "metodología de la superficialidad", la cual consiste en identificar de manera irreflexiva y rápida conceptos diferentes a partir de cualquier semejanza. Los que adoptan (en general inconscientemente) esta metodología, actúan como si estuvieran obligados a tener respuestas o certezas rápidas para todas las cuestiones, no importa cómo se obtengan, y como si hubiese algo malo en demorarse reflexionando y elaborando alguna idea.

La esencia del pensamiento científico está precisamente en lo contrario: busca elaborar con cuidado las ideas, revisando todos sus aspectos. Una semejanza nunca es motivo para una identificación inmediata, sino para una búsqueda de razones que la justifiquen.

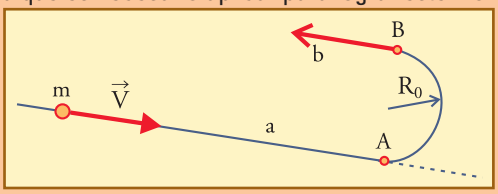
La veracidad de una ley *no se juzga buscando un ejemplo favorable*, sino al contrario, tratando de mostrar que no podría haber contraejemplos.

• Ejemplo 2

Una partícula se desplaza libremente en el espacio (sin que actúen sobre ella fuerzas de ningún tipo, no hay gravedad ni rozamiento) a lo largo de una recta **a**.

A partir de un punto **A** se desea desviar a la partícula para que siga la trayectoria mostrada, que consiste en una semicircunferencia de radio R_0, que luego continúa en la línea recta b, sin que varíe la rapidez de su movimiento.

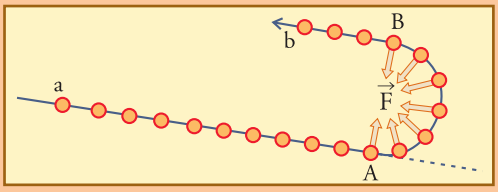
Explique cómo es la fuerza que es necesario aplicar para lograr este movimiento: qué orientación debe tener, y durante qué lapso debe actuar. Dibuje cualitativamente.



• Desarrollo

Al no haber rozamiento ni otras fuerzas extrañas, hay que esperar que el cuerpo llegue a A, sin aplicarle fuerza alguna. Cuando llega a ese punto hay que comenzar a aplicarle una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento, hacia la izquierda, y hay que mantener esa fuerza aplicada de esa manera (exactamente perpendicular a la trayectoria), con módulo constante, hasta que el cuerpo llegue a B (donde se completa la semicircunferencia).

A partir de ese instante t_B, simplemente se suspende la fuerza, y el cuerpo continuará por la línea recta b.



*Con **dibujar cualitativamente** queremos decir un dibujo aproximado, sin escala, pero que muestra cualidades, es decir, muestra si algo coincide con determinada dirección, o no; en el caso de que no, muestra si forma ángulo agudo u obtuso, grande o chico; también puede indicar si el módulo está aumentando o disminuyendo, o alguna otra propiedad que sea importante para la situación. En éste (y en cualquier texto de física), veremos a cada paso este tipo de dibujo.*

Naturaleza vectorial de las fuerzas y principio de superposición

El carácter vectorial de las fuerzas significa que cada componente de un vector fuerza $\vec{F}$ representa la intensidad de una acción a lo largo de la correspondiente dirección del espacio, tal que la superposición de las acciones representadas por todas las componentes, cada una a lo largo de su dirección particular, equivale a la acción de $\vec{F}$ a lo largo de su propia dirección.

Este enunciado, denominado ***principio de superposición***, esencialmente es lo mismo que antes hemos llamado principio de independencia de los movimientos, ya que ambos enunciados sostienen que las acciones en una dirección tienen efectos sobre el movimiento en esa dirección independientemente de lo que ocurra en otras direcciones, y que sólo pueden ser reforzadas o contrarrestadas por acciones en esa misma dirección.

Ahora bien, es difícil que tratemos con cuerpos sobre los que actúe una única fuerza. Aún en el caso en que apliquemos una única fuerza sobre un cuerpo, por lo general provocaremos la aparición de otras fuerzas que resultarán de la interacción con los demás cuerpos que están en contacto con él, comúnmente llamadas *reacciones*. Como resultado de todo eso, el cuerpo en cuestión resultará sometido a un ***sistema de fuerzas***, y el principio de superposición nos permitirá simplificar las ideas, reemplazando, para determinados fines, a todo ese sistema de fuerzas con la llamada **"fuerza resultante"**.

• Fuerza resultante

La operación que expresa la superposición de los efectos de las componentes de una fuerza es la composición o suma vectorial.

En función de esto, definimos que la fuerza resultante de un sistema de fuerzas es el resultado de la suma vectorial de todas las fuerzas del sistema.

Como ya hemos visto, la suma vectorial, aunque se indica con el símbolo "+", de la misma manera que la suma de números, se efectúa entre elementos que son vectores, **componiendo** los vectores. Esta operación -como ya hemos visto- se efectúa componente a componente, y se expresa gráficamente dibujando los vectores uno a continuación del otro.

De este modo, cuando se suman muchos vectores se obtiene un "polígono vectorial", en el que la resultante está indicada desde la "cola" del primer vector, hasta la "punta" del último. Si sólo se suman dos vectores, que será lo más frecuente, el polígono se reduce a un triángulo -a veces es preferible completar el "paralelogramo de vectores"-.

La expresión analítica de este procedimiento, como ya hemos visto, consiste en sumar independientemente las componentes de los vectores según cada dirección del espacio:

[3.1]
$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_R = \begin{cases} F_{Rx} = \sum F_{ix} \\ F_{Ry} = \sum F_{iy} \\ F_{Rz} = \sum F_{iz} \end{cases}$$

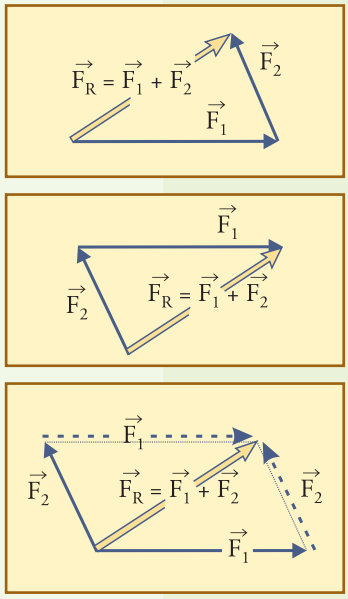


Fig. 3.4. Tres formas equivalentes de sumar dos vectores fuerza $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Los polígonos que se obtienen dibujando un vector a continuación del otro son los triángulos mostrados primero, totalmente equivalentes entre sí. A la derecha se muestra el paralelogramo, que no es más que la reunión de los dos triángulos anteriores.

Nota 2. No debe confundirse la suma de fuerzas con la suma de sus módulos

Debe estar muy claro que la intensidad de la fuerza resultante en general ***no es igual*** *a la suma de las intensidades o módulos de las fuerzas que se suman, ya que cada una actúa según distintas direcciones. A partir de la observación del polígono de vectores es muy fácil darse cuenta de que solamente corresponderá sumar los módulos cuando las fuerzas actúen con la misma orientación.*

Nota 3. La fuerza resultante no tiene en cuenta todos los detalles

Hallar la resultante significa simplificar el sistema de fuerzas haciendo abstracción de numerosos detalles. Así por ejemplo, en el cálculo de las componentes de la fuerza resultante sólo intervienen las componentes de las fuerzas del sistema, pero no dónde y cómo están aplicadas, de manera que no se está teniendo en cuenta *si las fuerzas del sistema están aplicadas de manera de deformar o romper (o no) el cuerpo, ni si pueden producir o no su* rotación. *Ésta es una simplificación absolutamente necesaria para determinados fines..*

• Primera condición de equilibrio

Supongamos un sistema de N fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_N$, aplicadas sobre un cuerpo.

Sabemos hallar la resultante del sistema con la operación vectorial $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N$.

Cuando se da la situación de que no hay fuerza resultante -lo que significa que la fuerza resultante es un vector nulo: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N = 0$ -, se dice que el sistema de fuerzas cumple lo que se denomina "primera condición de equilibrio".

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\sum \vec{F}_i = F_R \qquad (3.2)$$

De las ideas básicas que hemos enunciado se desprende que, cuando el sistema de fuerzas actuante sobre un cuerpo cumpla con la condición de fuerza resultante nula, un cuerpo que esté en reposo no será alterado en su reposo, y si está viajando, tampoco será acelerado ni frenado ni desviado de la línea recta, por el sistema de fuerzas. Por ahora, entenderemos así la condición de equilibrio.

• Fuerza equilibrante

Si el sistema de fuerzas actuante sobre un cuerpo tiene resultante $\vec{F}_R$ (obviamente no está en equilibrio), podemos hacer que cumpla la condición (3.2) aplicando sobre el mismo cuerpo una fuerza exactamente opuesta a $\vec{F}_R$, que se llamará "fuerza equilibrante" del sistema, $\vec{F}_E$, ya que:

si $\vec{F}_E = - \vec{F}_R$, entonces el sistema compuesto por todas las $\vec{F}_i$ y además la $\vec{F}_E$, tiene re-

sultante nula (pues $\underbrace{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_N}_{\vec{F}_R}+\underbrace{\vec{F}_E}_{-\vec{F}_R}=\vec{F}_R-\vec{F}_R$

$\underbrace{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_N}_{\vec{F}_R}+\underbrace{\vec{F}_E}_{-\vec{F}_R}=\vec{0}$)

Nota 4. Otra condición de equilibrio

Si recordamos que la suma vectorial se efectúa simplemente sumando las componentes correspondientes entre sí, advertimos que esta primera condición se refiere exclusivamente a las componentes de las fuerzas, y no tiene en cuenta en dónde se aplica cada una. Veamos ahora un ejemplo simple, que presenta ideas sobre distintas situaciones posibles.

Supongamos que un agente aplica al cuerpo de la figura 3.5(a) una fuerza $\vec{F}$ en el punto $\vec{A}$, y que otro quiere contrarrestar el efecto aplicando la fuerza opuesta $\vec{E}$ = - $\vec{F}$, y analicemos lo que sucede aplicando $\vec{E}$ en tres puntos posibles diferentes, A, B, y C.

Si se aplica $\vec{E}$ exactamente en el mismo punto A que $\vec{F}$ (figura 3.5(b)), con ciertos cuidados, se puede llegar a cancelar su efecto. Se habría llegado a un equilibrio total entre las acciones, y la resultante nula, esta situación equivaldría a la ausencia de fuerzas sobre el cuerpo.

Si se aplica en B (figura 3.5(c)), se llega a un equilibrio entre las acciones, pero el cuerpo queda tensionado entre un agente que tira hacia la izquierda desde B y otro que tira hacia la derecha desde A. El cuerpo se deforma un poco o mucho (el segmento AB se estira algo), y hasta puede romperse. Si no se rompe, el sistema queda equilibrado, y en lo que respecta al movimiento (ignorando las tensiones internas) la resultante nula en este caso, también equivale a la ausencia de fuerzas.

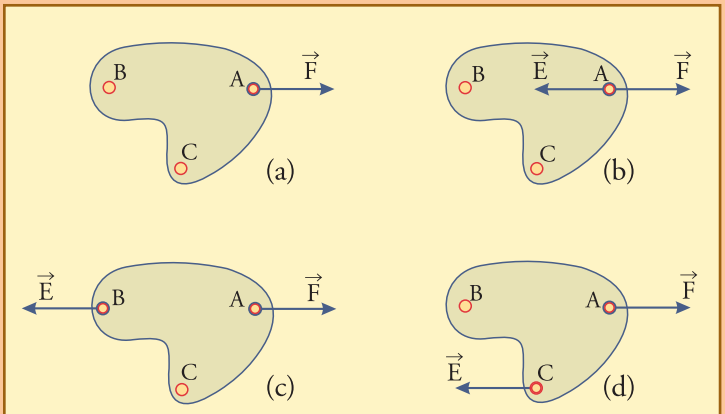


Fig. 3.5. (a)**:** se aplica $\vec{F}$ en el punto A de un cuerpo. (b), (c), (d): se muestra E aplicada respectivamente en A, B, y C.

Ahora bien, si se aplica en C (figura 3.5(d)), queda claro que aunque el cuerpo en conjunto no se traslade hacia la derecha ni hacia la izquierda, la fuerza $\vec{E}$ no podrá impedir que la $\vec{F}$ desplace al punto A hacia la derecha, ni la $\vec{F}$ podrá impedir que $\vec{E}$ desplace al B hacia la izquierda. Estos desplazamientos constituirán, en principio, una rotación del cuerpo en sentido horario (tendiente a alinear el segmento AC con las fuerzas). De manera que en este caso vemos que $\vec{E}$ equilibra a $\vec{F}$ en lo que se refiere a las posibilidades de traslación del cuerpo, pero no relación con posibles rotaciones.

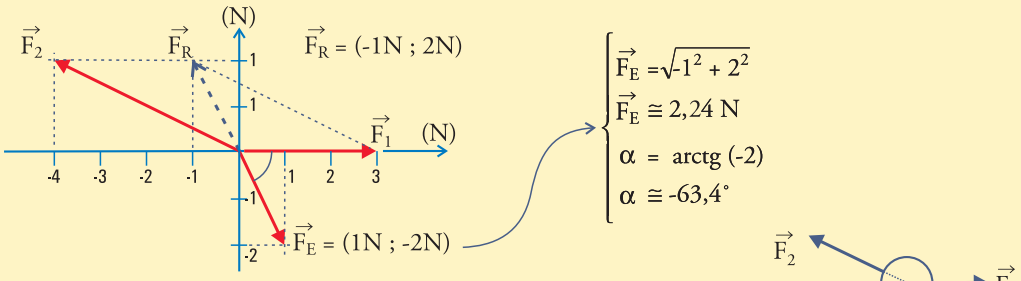
Veremos más adelante, al estudiar rotaciones, que hay una 2da condición de equilibrio que tiene en cuenta dónde se aplican las fuerzas. Esta condición determina si el sistema de fuerzas puede o no impulsar rotaciones.

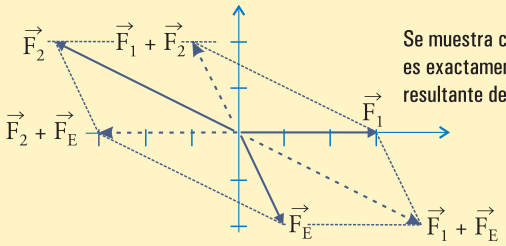
En función de esto es que la condición de equilibrio que aquí estamos estudiando se denomina también "condición de equilibrio de traslación".

- **Ejemplo**

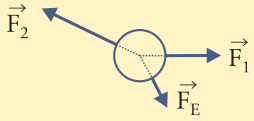
1. En un sistema de ejes cartesianos elija una escala adecuada y dibuje las fuerzas:
$\vec{F}_1 = (3\ N ; 0\ N)$; $\vec{F}_2 = (-4\ N ; 2\ N)$.
2. Encuentre gráficamente la equilibrante de este sistema de dos fuerzas, escríbala como par ordenado, y calcule su módulo y el ángulo que forma con los ejes.
3. Para el sistema formado por $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, y $\vec{F}_E$, muestre gráficamente que cada fuerza es equilibrante del sistema que forman las otras dos.
4. Dibuje esquemáticamente un cuerpo con $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, y $\vec{F}_E$ aplicadas de manera de no impulsar su rotación, y otro con las mismas fuerzas aplicadas de manera de impulsar su rotación.

- **Desarrollo**

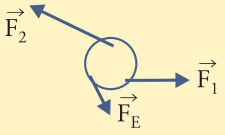




Se muestra cómo cada fuerza es exactamente opuesta a la resultante de las otras dos.



Una forma de aplicar las fuerzas sin impulsar la rotación del cuerpo



Una forma de aplicar las mismas fuerzas para que impulsen la rotación del cuerpo sobre sí mismo

Toda aplicación de fuerza por un cuerpo A sobre otro B, da lugar a una reacción exactamente opuesta y de la misma intensidad, aplicada por el cuerpo B sobre el A.

Principio de acción y reacción

Para seguir avanzando en el concepto de fuerza debemos enunciar otro de los tres principios de la dinámica, llamado principio de acción y reacción (en general se lo enuncia en tercer lugar, pero para este texto conviene hacerlo ahora), que dice:

Al igual que los otros, este principio no tiene excepciones, y vale tanto si las fuerzas son

de contacto, como si no lo son (caso de la gravedad, por ejemplo).

Cada fuerza sólo existe junto con su reacción, y ambas constituyen un *"par acción-reacción"*. Ambas son exactamente iguales en módulo, opuestas, y existen al mismo tiempo -ninguna precede en lo más mínimo a la otra, ni la supera en ninguna cantidad-.

Cualquiera de las dos puede ser denominada acción, y la otra por lo tanto es la reacción.

Y, además, no se anulan entre sí. Porque no actúan sobre el mismo cuerpo.

Esto suele parecer confuso, pero se puede entender analizando cualquier situación elemental de aplicación de una fuerza, como la siguiente.

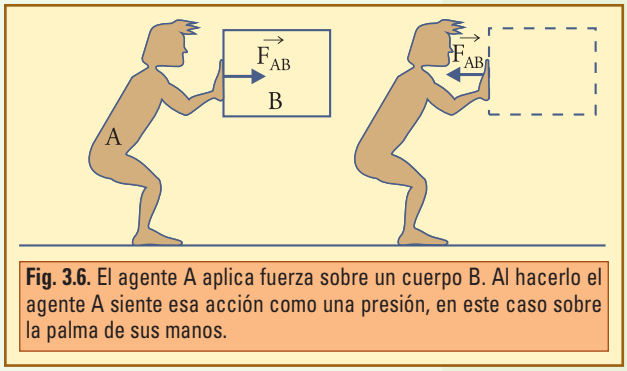


Fig. 3.6. El agente A aplica fuerza sobre un cuerpo B. Al hacerlo el agente A siente esa acción como una presión, en este caso sobre la palma de sus manos.

Un agente A aplica la fuerza $\vec{F}_{AB}$ sobre el cuerpo B empujándolo con las palmas de sus manos (como se muestra esquemáticamente en la figura 3.6.). B, hasta ese momento, estaba en reposo sin contacto con ningún otro cuerpo (supongamos que no hay gravedad, para poder concentrarnos en lo que interesa: A y B están como flotando en la nada).

Por efecto de $\vec{F}_{AB}$ el cuerpo B sale del reposo y comienza a desplazarse hacia la derecha. Pero al empujar a B, el agente A siente en las palmas de sus manos la intensidad de la fuerza. Él siente esa fuerza que aplica, es decir siente el contacto de B, que actúa sobre sus palmas presionándolas. Y una presión sobre la palma de sus manos, es lo que sentiría en cualquier situación en la cual algún objeto se apoyara allí para empujarlo hacia la izquierda. *De manera que lo que siente A al empujar a B es una fuerza hacia la izquierda que B le aplica*. Y así A resulta impulsado hacia la izquierda. En lenguaje coloquial podemos decir que él mismo se está impulsando hacia atrás apoyándose en B, pero en el lenguaje de la física, la fuerza que actúa sobre A, es aplicada por B.

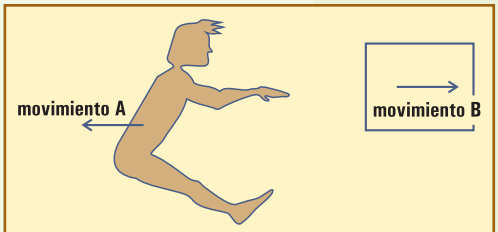


Fig. 3.7. Después del empujón, terminado el contacto, A viaja hacia la izquierda y B hacia la derecha.

El agente A siente en la piel de sus manos la acción según el empuje con más o menos intensidad. La fuerza sería sentida tanto por el cuerpo B (si tuviese capacidad de sentir) como por la palma de la mano de A. Lo que siente uno se denomina acción, y lo que siente o sentiría el otro se denomina reacción.

Es importante entender que en este caso el agente A es consciente de lo que hace y de lo que siente. Él puede decidir empujar a B para lograr determinado efecto, o no hacerlo, mientras que B es un objeto inerte, que no puede decidir ni sentir nada. Esto podría sugerir engañosamente que sólo A aplica fuerza, pero la realidad es que para la física, la conciencia que A puede tener de la acción es irrelevante, y ambos cuerpos son equivalentes en cuanto su capacidad de aplicar fuerza.

Para entender física tenemos que ser capaces de separar conceptualmente el acto de aplicar una fuerza, que es resultado del contacto entre cuerpos, de la conciencia o de la intención que puede tener algún agente.

De manera que una forma de entender más fácilmente el significado de este principio es imaginar la zona en que los medios interactúan (en el ejemplo podría ser la piel de la palma de las manos de A). Cuando, como en este ejemplo, esta zona está comprimida, o sea aplastada en algún grado, sólo puede estarlo si desde *ambos lados* actúan fuerzas opuestas tendiendo a aplastarla: no se puede aplastar algo empujando desde un lado, si no hay algo que se oponga desde el otro lado. Esas fuerzas opuestas son las acciones de cada cuerpo sobre la zona. Si luego hacemos abstracción de la idea de una zona comprimida, nos queda la idea de que ambos cuerpos en interacción actúan con fuerzas opuestas sobre la zona. Los mismos razonamientos valen si la zona es "estirada" por las fuerzas, o deformada de cualquier otra manera, además de aplastada. La tensión, de cualquier tipo que sea, que se establece en la zona de contacto entre cuerpos o sistemas es tal que a través de la superficie de separación, ambos se aplican recíprocamente fuerzas opuestas.

La situación del ejemplo anterior puede ser enriquecida con la presencia de la gravedad y el piso. Supongamos que el cuerpo B está apoyado sobre rueditas sobre una superficie horizontal bien lisa, para que no haya fuerzas horizontales sobre él, más que la acción de A. El agente A, a su vez, está apoyado sobre el piso (figura 3.8).

Ahora todo el análisis es igual para el cuerpo B. Pero el agente ya no sale impulsado hacia atrás, porque el piso, sobre el que está apoyado, se lo impide: al recibir el empuje hacia la izquierda por parte de B (como reacción a su acción de empujarlo), sus pies tienden a deslizarse sobre el piso hacia la izquierda, pero aparece el *rozamiento*, que es la fuerza $\vec{F}_{PA}$ que el piso le aplica hacia la derecha impidiéndoselo. En esta parte del proceso, sus pies empujan al piso hacia la izquierda con $\vec{F}_{AP}$. El par $\vec{F}_{PA}$, $\vec{F}_{AP}$, es un par acción-reacción que se desarrolla horizontalmente en el contacto pie-piso

En resumen (mencionando sólo las fuerzas horizontales):

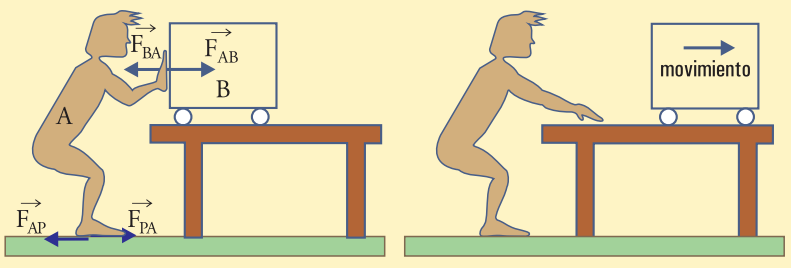


Fig. 3.8. A la izquierda se muestra que el agente A aplica fuerza $\vec{F}_{AB}$ con las manos sobre un cuerpo B, y $\vec{F}_{AP}$ con los pies sobre el piso, mientras que B aplica $\vec{F}_{BA}$ sobre él, y el piso aplica $\vec{F}_{PA}$ también sobre él. A la derecha se muestra que, como resultado de todas estas acciones, el cuerpo B se mueve hacia la derecha porque sobre él sólo actuó horizontalmente $\vec{F}_{AB}$, pero A no se mueve porque sobre él actuaron dos fuerzas opuestas que se cancelaron. *(Ver figura 3.9 para completar.)*

Sobre B actúa $\vec{F}_{AB}$ hacia la derecha y ninguna otra acción para equilibrarla. El cuerpo B se mueve impulsado hacia la derecha.

Sobre el agente A actúa $\vec{F}_{BA}$ hacia la izquierda, aplicada por B, y $\vec{F}_{PA}$ hacia la derecha aplicada por el piso. Ambas se equilibran y el agente no se mueve.

El piso recibe la acción $\vec{F}_{AP}$ hacia la izquierda, ninguna acción para equilibrarla ⟶ el planeta Tierra

es impulsado hacia la izquierda. ¡Sí, el planeta es impulsado hacia la izquierda como consecuencia de que a alguien se le ocurrió empujar a un cuerpo hacia la derecha! ¡Y se mueve! Pero como su masa es tan grande, su movimiento es indetectable por lo pequeño!

Nota 5. ¡Cuidado con la reacción!

En la vida diaria es común hacer alusión a este Principio interpretando equivocadamente que contiene una advertencia sobre cierta reacción opuesta que debería provocar cualquier acto. Así se lo relaciona tanto con la posible reacción de una persona que es agredida por otra, o de la masa popular luego de algún mal acto del gobierno, como con la reacción de un trampolín que lanza hacia arriba al saltador después de que éste actuó hundiéndolo. Es importante entender que este principio fundamental no se refiere, ni siquiera indirectamente, a ninguno de estos tres ejemplos comentados ni a ninguna otra cosa que no sea exclusivamente el mecanismo por el cual dos cuerpos se aplican mutuamente fuerza.

Un aspecto que a veces nos permite advertir si estamos intentado aplicar este principio donde no corresponde, es revisar si la reacción se espera posteriormente *o* simultáneamente *a la acción: si la reacción sigue* posteriormente *a la acción, ya es seguro que no corresponde.*

Otro aspecto que también denunciaría el error en la aplicación de este principio sería la posibilidad de que exista algún mecanismo por el cual la reacción podría faltar o aparecer debilitada; *por ejemplo, la posibilidad de que el trampolín se rompa al ser pisado, o la posibilidad de que la persona agredida no haga frente al agresor. Etc.*

Este Principio se refiere exclusivamente a la forma en que se manifiestan las fuerzas en la interacción entre dos cuerpos: siempre exactamente opuestas y exactamente simultáneas. Lo cual es válido siempre, tanto si al aplicar una fuerza a un cuerpo todo se reacomoda sin rom-perse, como si se produce la ruptura del cuerpo. Tanto si finalmente todo queda estático, habiéndose logrado el equilibrio entre todas las fuerzas actuantes sobre el cuerpo, como si no se llega al equilibrio y se produce el movimiento, o la desviación del cuerpo, o cualquier otra cosa.

• Diagrama de cuerpo aislado

Para tratar cualquier situación resulta fundamental elaborar un modelo adecuado, que tenga en cuenta sólo los elementos que son relevantes.

En un problema de mecánica lo único que se considera relevante de cada objeto vecino es la fuerza que aplica al cuerpo en estudio. Podemos hacer un dibujo o esquema con todos los elementos del modelo, llamado *diagrama de cuerpo libre*, o de *cuerpo aislado*. En este esquema se muestra solamente el cuerpo en cuestión, y las *fuerzas que actúan sobre él*, y se ignoran explícitamente las reacciones con las que *él actúa sobre sus vecinos*.

Como ejemplo simplificado (porque lo limitamos sólo a las fuer-

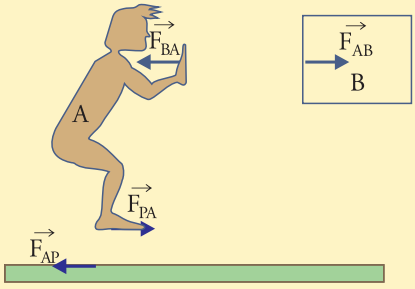


Fig. 3.9. Diagramas de cuerpo libre limitado a las fuerzas horizontales correspondiente al caso de la figura 3.8. Cada fuerza componente de un par acción-reacción aparece aplicada sobre el cuerpo que corresponde, y resulta más fácil entender su efecto.

zas horizontales), para explicar más claramente la situación de la figura 3.8, podríamos hacer una figura como la 3.9, que muestra por separado los cuerpos que interaccionan con las fuerzas que actúan sobre él.

Para dibujar el diagrama de cuerpo libre se siguen los siguientes pasos:

1) Se realiza un análisis global inicial de la situación para reconocer los aspectos más importantes (luego *muchos detalles surgirán al revisar los dibujos que resulten*).

2) Se dibuja el cuerpo o sistema en estudio solo, aislado.

3) Se revisa cada uno de los vecinos que tiene contacto con el cuerpo en estudio, se analiza cómo es la interacción entre ambos, y se dibuja, de la manera más clara y representativa posible, *la fuerza que el vecino ejerce sobre él*, ignorándose la correspondiente reacción (del cuerpo dibujado sobre el vecino). En este análisis se incluyen las fuerzas *posibles*: donde hay contacto con un vecino se dibuja una fuerza con las características que ese vecino hace posible aunque no se sepa si realmente actúa. Luego de la resolución completa del caso, surgirá si esa fuerza es nula (es decir que realmente no existe) o no.

4) Se revisa globalmente lo hallado, es decir, se vuelve al punto 1) rehaciendo el proceso, y se efectúan modificaciones si ello surge del análisis.

Se obtiene así un esquema (que en general es cualitativo, aproximado aunque sin escala exacta) en el cual deben estar dibujadas todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en estudio, a partir del cual recién se puede plantear el análisis formal de cualquier situación.

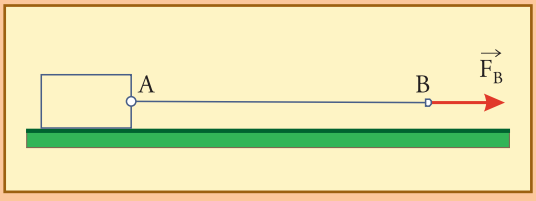
En general, dada una fuerza $\vec{F}_0$ aplicada por el agente exterior, en el diagrama

- estará ella,
- luego habrá otras que están por otras razones independientes de dicho agente, como por ejemplo, el peso,
- y finalmente habrá otras aplicadas por los vecinos como consecuencia de la acción considerada del agente.

A estas últimas suele denominarse *reacciones*, sin que esta denominación implique que forman par acción-reacción con $\vec{F}_0$, ya que cada una pertenece a un par acción-reacción que corresponde a la interacción con uno de los vecinos. Deberemos aplicar estas indicaciones *cada vez que estudiemos alguna situación*.

• Ejemplo

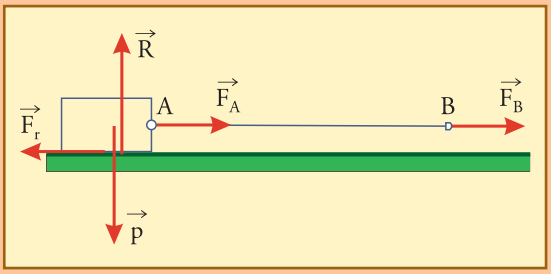
Un agente tira del extremo B de una cuerda horizontal cuyo otro extremo A está sujeto a un cuerpo que está apoyado sobre el suelo, como se muestra. Supongamos que todo queda estático porque la fuerza $\vec{F}_B$ que aplica el agente, es incapaz de vencer el rozamiento que se desarrolla entre el cuerpo y el piso.



Analice la situación y todas las fuerzas intervinientes, mostrando los diagramas de cuerpo libre del cuerpo y del hilo.

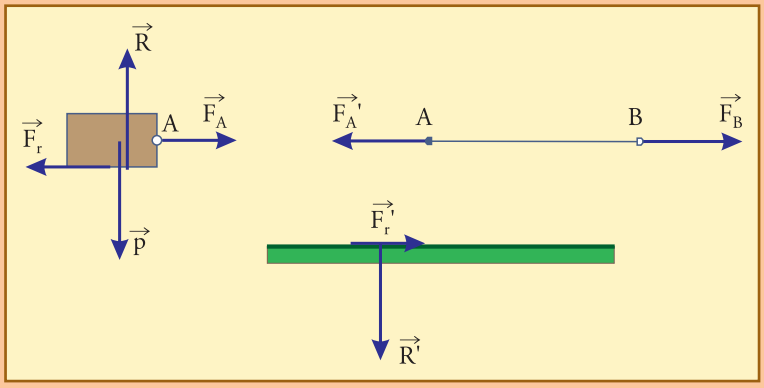
- **Desarrollo**

1) Análisis de la situación:



El agente externo tira de la cuerda, con una fuerza aplicada en B ($\vec{F}_B$), y como consecuencia de ello la cuerda tira del cuerpo con una fuerza aplicada en A ($\vec{F}_A$); mientras tanto el cuerpo está sometido a la acción de la gravedad ($\vec{P}$), y sostenido por el piso con cierta reacción ($\vec{R}$). Además la fuerza de rozamiento ($\vec{F}_r$) tira hacia atrás en la superficie de contacto con el piso, y podría no estar si hubiera alguna aclaración explícita de que no se considere el rozamiento. En la figura que sigue se muestran todas estas fuerzas, sin pretensiones de que el dibujo sea completo.

Este análisis inicial nos ha dejado algunos interrogantes como: ¿$\vec{F}_A$ tiene el mismo módulo que $\vec{F}_B$? ¿Cuáles son los valores (módulos) de $\vec{F}_r$ y de $\vec{R}$? Para aclarar todos estos detalles revisemos diagramas de cuerpo libre, en los cuales para cada fuerza, designaremos con prima (') a su compañera del par acción-reacción.

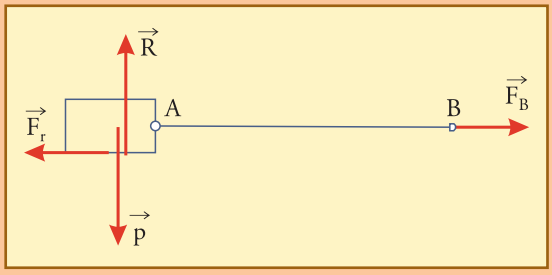


Del diagrama de cuerpo libre del cuerpo se concluye que, por el equilibrio entre las acciones verticales, $\vec{R}$ tiene el mismo módulo que $\vec{P}$ (R = P), y por el de las horizontales, $\vec{F}_r$ tiene igual módulo que $\vec{F}_A$ ($F_r = F_A$).

Del diagrama de cuerpo libre de la cuerda, se concluye que $\vec{F}_A$ se equilibra con ($F_A' = F_B$), y dado que tiene el mismo módulo que $\vec{F}_A$, porque constituyen un par acción-reacción, entonces se concluye, por un lado que:

En este caso la cuerda transmite directamente la fuerza que le aplica el agente externo en B, aplicando en A una fuerza de exactamente el mismo módulo, que también es el módulo de la fuerza de rozamiento que se desarrolla (debido a que en este caso el rozamiento impide el movimiento).

Por otra parte, el piso resulta pisado por el cuerpo con fuerza $\vec{R}'$ (reacción a $\vec{R}$), cuyo módulo es el del peso $\vec{P}$ (veremos más detalles después de hablar de la fuerza de gravedad), y resulta empujado horizontalmente hacia la derecha por el rozamiento con la misma intensidad de la fuerza externa aplicada en B.

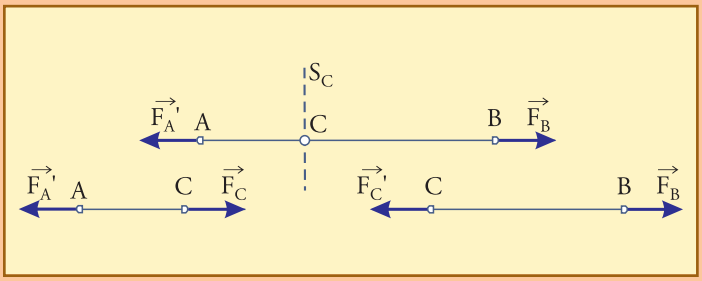


Además es interesante notar que si se considera el sistema "cuerpo + cuerda", para este sistema las fuerzas en A serían interiores y no aparecerían en el diagrama de cuerpo libre, el cual sería:

En este diagrama, el equilibrio horizontal indica directamente que $F_r = F_B$, sin la intervención de las fuerzas en A.

Por último, es interesante aprovechar este ejemplo para destacar que en cualquier punto C de la cuerda se puede considerar una superficie imaginaria S_C que separa la cuerda en dos partes: AC y CB. El equilibrio de cada una de esas partes - como se ve a continuación en los diagramas de cuerpo libre- obliga a considerar fuerzas en C para su explicación. Estas fuerzas en C, que son $\vec{F}_C$ y $\vec{F}'_C$, son fuerzas exteriores cada una para cada segmento y forman un par acción-reacción. Obviamente, el módulo de ambas es igual al de la fuerza aplicada en B por el agente. La misma situación puede imaginarse para cada uno de los infinitos puntos de la cuerda y, en general, para cada sección imaginable de cualquier cuerpo tensionado cuando transmite una fuerza.

Esto significa que el cuerpo que transmite la fuerza, la cuerda AB, está tensionada en todos sus puntos. En cualquiera de sus secciones que se considere, hay un par acción-reacción constituido por fuerzas interiores que no se tienen en cuenta al hablar del sistema total, pero que pueden ser considerados, si es necesario, para determinados fines.



3.2. Fuerzas de contacto

Lo que discutimos en el ejemplo anterior, acerca de que un cuerpo -la cuerda en ese caso- sobre el que se aplica una fuerza, la transmite en virtud de un estado de tensiones que se establece en todos sus puntos, es un caso simple de la forma en que las fuerzas se ejercen y transmiten en cualquier situación. Por ejemplo, y sólo para enriquecer las mismas ideas, consideremos la situación de la figura 3.10, en la que el vehículo A empuja al B aplicándole la fuerza $\vec{F}_{AB}$.

La fuerza de empuje sólo comienza a existir en el instante en que A toma contacto con B; lo que ocurre a través de la superficie de contacto S. S puede ser simplemente una superficie ideal que delimita el sistema: lo que está a un lado de S es A, y lo que está al otro lado es B.

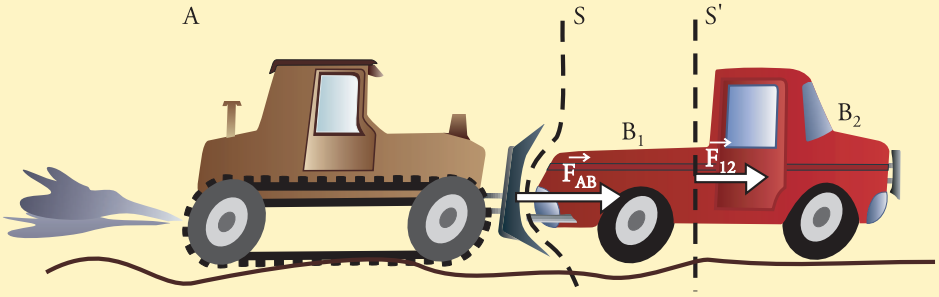


Fig. 3.10. A aplica la fuerza de empuje $\vec{F}_{AB}$ sobre B a través de la superficie de contacto S que prolongamos con línea de trazos. A su vez, eso causa que B_1 empuje a B_2 a través de S'. B_2 es empujado directamente por B_1, y no por A.

Si imaginamos cualquier superficie como S' que divide idealmente a B delimitando B_1 y B_2, podemos decir: B_2 es un sistema con materia que estaba en reposo y que ha sido puesto en movimiento, pero

que no fue tocado por A. Si nos preguntamos quién o qué lo puso en movimiento, tratando de ir más allá de la idea trivial de que "fue A" quien lo hizo, diremos: "A no tuvo contacto directo con B_2, A empujó a B_1 a través de S, y fue B_1 quien, a través de S', empujó directamente a B_2". B_1 es un sistema que transmitió la acción de A hasta B_2 .

En general, cada parte de un sistema puede, a su vez, ser considerada *un sistema*, que recibe la acción del resto a través de la superficie que la delimita. Cada parte es empujada a través de la correspondiente superficie por el resto del sistema, y este empuje indica que en cada superficie hay tensiones, es decir, **fuerzas distribuidas**.

En el interior de cualquier sistema sobre el que actúan fuerzas se produce un estado de tensiones, por medio del cual la fuerza es transmitida, a través de cada sección imaginable, donde lo que está de un lado actúa lo que está del otro.

Tensión

Usamos la palabra **tensión**, o **esfuerzo**, para designar cómo está distribuida la fuerza que se ejerce a través de una superficie dada.

El ***tipo de tensión*** nos indicará cómo actúa la fuerza, y su ***intensidad***, definida como la fuerza por unidad de superficie, nos indicará cuán concentrada está la fuerza en la superficie.

Si S es la extensión de una superficie plana a través de la cual se aplica una fuerza distribuida uniformemente, entonces:

$$\textbf{Intensidad o valor de la tensión} = \frac{\textit{Fuerza a través de S}}{S} \qquad (3.3)$$

Nota 6. Sobre el punto de aplicación de las fuerzas

Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo concreto, éste sufre determinados efectos de distinta índole. Por ejemplo, en cuanto a la ruptura del material no depende de la fuerza total, sino de la tensión, es decir de cuánta fuerza actúa por unidad de área. Generalmente, se simplifica al hablar del **punto de aplicación** *de la fuerza. Eso es válido para ciertas aplicaciones, pero se aparta de la realidad: ninguna fuerza se aplica en un punto, siempre se distribuye su aplicación en alguna superficie; la pretensión de aplicarla en un punto, es decir en una superficie S=0, daría por resultado una tensión infinita, que ningún material resistiría.*

Deformación elástica

Todo cuerpo se deforma cuando se le aplican fuerzas. Según la forma, las fuerzas aplicadas, y el material, algunos se deforman más y otros menos. Fuerzas más pequeñas producen deformaciones proporcionalmente más pequeñas, pero no nulas. De manera que

siempre hay un estado de deformación asociado con el estado de tensión de cada cuerpo.

Ya hemos dicho que se denomina elástica a la deformación, sea grande o pequeña, que desaparece al suspenderse la aplicación de la fuerza. Hay muchos materiales que poseen un definido comportamiento elástico mientras las tensiones a que se los somete no superen determinados valores propios de cada uno. Dentro de esa *"zona elástica"* el material resistirá la deformación aplicando una fuerza *proporcional* a la misma, orientada en el sentido de recuperar la forma inicial o "de equilibrio". Se denomina fuerzas elásticas, o fuerzas recuperadoras, a las fuerzas de este tipo, que *son las fuerzas fundamentales en toda oscilación o vibración*.

Tal como el concepto de elasticidad lo requiere, estos materiales sólo dejan de aplicar la fuerza cuando el cuerpo ha vuelto completamente a su forma original, ya que mientras exista una pequeña deformación, existirá una fuerza recuperadora proporcional a dicha deformación. La ley de fuerza proporcional a la deformación se denomina *ley de fuerza elástica*.

Para cada material se puede definir el llamado *módulo de elasticidad*, indicativo de la constante de proporcionalidad entre tensión aplicada y deformación sufrida por el cuerpo, según cierto detalle de procedimiento. Los materiales que tienen mayor módulo de elasticidad son los que se deforman menos bajo la acción de la misma tensión, son los que comúnmente se denominan más "duros".

Ley de Hooke

Para un cuerpo dado, la relación entre la fuerza total que se le aplica y la deformación total registrada depende en gran medida de *su forma* y del *tipo de deformación* a que se lo somete, además de depender de las propiedades del material del que está compuesto. De manera que es posible construir, por ejemplo, resortes de acero que se estiren mucho con fuerzas pequeñas, y resortes del mismo acero que se estiren poco con fuerzas grandes. No obstante, para todos ellos habrá una serie de valores de fuerza, o de deformación, dentro de la que el material se comportará elásticamente.

El caso de resortes es interesante para los movimientos oscilatorios. Para este caso la ley de fuerza elástica se denomina **"Ley de Hooke"**, en honor a Robert HOOKE (1635-1703); en ella la constante de proporcionalidad entre fuerza y deformación (tanto estiramiento como acortamiento), se denomina ***constante elástica*** del resorte, *k*.

Colocando el eje x a lo largo del eje del resorte, puede se escribir:

(3.4) Constante elástica: $k = \dfrac{|F_x|}{|\Delta x|}$

$$k = \frac{fuerza\ aplicada}{estiramiento}$$

La expresión (3.4) se puede aplicar para definir la constante elástica de cualquier sistema elástico en general, aunque no tenga forma de resorte.

• Ejemplo

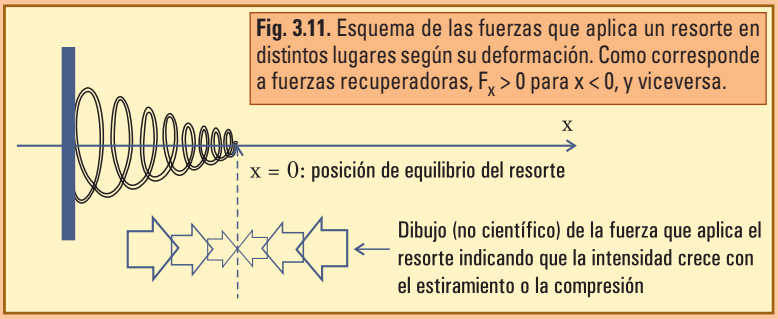


Fig. 3.11. Esquema de las fuerzas que aplica un resorte en distintos lugares según su deformación. Como corresponde a fuerzas recuperadoras, $F_x > 0$ para $x < 0$, y viceversa.

La siguiente gráfica muestra la fuerza necesaria para estirar un resorte dado hasta una longitud total x cualquiera:

a) Calcule la constante elástica k, e indique la longitud de equilibrio de este resorte (sin tensión).

b) Suponga que un agente tira del extremo B, estirándolo hasta x' = 24 cm. Complete la figura indicando (calcule los valores que hagan falta)

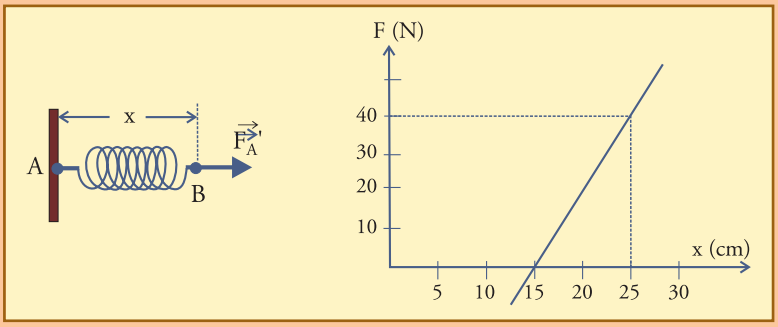
• el vector $\vec{F}_{B(ext)}$ que indica la fuerza con la cual el agente tira del resorte en B.

• el vector $\vec{F}_{B(res)}$ que indica la fuerza con el cual el resorte tira del agente en B.

• el vector que $\vec{F}_{A(res)}$ indica la fuerza con la cual el resorte tira de su anclaje en A.

(Para cada uno de los vectores indique el módulo, y además escríbalo como par ordenado).

c) Dibuje el diagrama de cuerpo libre del resorte.



• Desarrollo

a) La longitud de equilibrio es x_0 = 15 cm, y la constante elástica:

$$k = \frac{40\,N}{25cm - 15cm}$$

k= 4 N/cm

k= 400 N/m

b) Para estirar este resorte hasta 24 cm, hay que tirar con una fuerza de módulo:

módulo fuerza = 4(N/cm) x (24 – 15) cm

módulo fuerza = 36 N

De manera que los vectores que intervendrán en esta situación, que es de equilibrio, serán todos de ese módulo, y para ver el sentido de cada uno es necesario inspeccionar la situación en un dibujo:

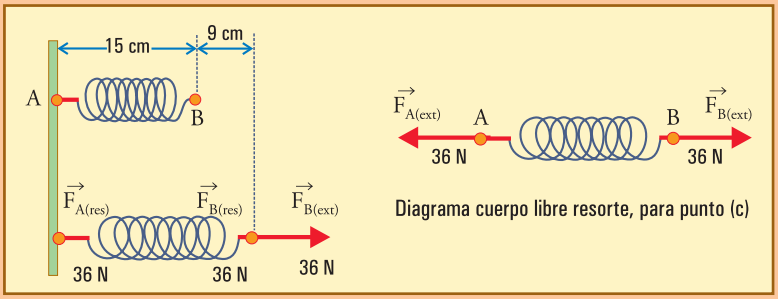


Diagrama cuerpo libre resorte, para punto (c)

Estos vectores escritos como par ordenado son: $\vec{F}_{B(ext)}$ = (36 N ; 0 N) , $\vec{F}_{B(res)}$ = (-36 N ; 0 N), $\vec{F}_{A(res)}$ = (36 N ; 0 N) , $\vec{F}_{A(ext)}$ = (-36 N ; 0 N).

3.3. Fuerza de gravedad

Ley de gravitación universal

Uno de los más grandes éxitos de NEWTON fue mostrar que la fuerza que atrae los cuerpos hacia abajo, a la que llamamos "peso", es la misma que mantiene a la Luna en su órbita. Este es un caso particular de un fenómeno absolutamente universal, que se manifiesta a través de atracciones entre todos los astros, denominado *gravitación*.

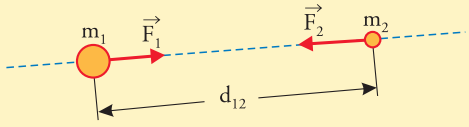


Fig.3.12. La fuerza de gravedad es una acción mutua, y como corresponde al principio de acción y reacción, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. La fuerza sobre el cuerpo de mayor masa es exactamente de igual intensidad que la que actúa sobre el de menor masa.

NEWTON enunció en 1687, junto con las leyes del movimiento, la Ley de gravitación universal, que establece que entre dos cuerpos cualesquiera se manifiesta una fuerza de atracción mutua, con intensidad directamente proporcional a ambas masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros; y absolutamente independiente de cualquier otra cosa.

La expresión para el módulo de la fuerza de atracción entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2, cuyos centros están a distancia d_{12} uno de otro, es:

$$F_1 = F_2 = F = G\,\frac{m_1\, m_2}{d_{12}^{\,2}} \qquad (3.5)$$

donde G es una constante de proporcionalidad llamada "constante de fuerza gravitatoria" que depende solamente del sistema de unidades utilizado, y cuyo valor, que se determina experimentalmente, es $G \cong 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

Nota 7. El significado de la constante G

La constante G se puede interpretar diciendo que una vez aceptada la ley ***«F es proporcional a $m_1\, m_2 / d_{12}^{\,2}$»****, se hace necesario, para cada sistema de unidades, contar con una constante de proporcionalidad que permita que se obtengan los valores reales, experimentales, cualesquiera sean las unidades de masa, distancia, y fuerza elegidas en ese sistema.*

Es decir, si medimos la fuerza que aparece sobre una masa $m_1 = 1$ kg , debida al campo gravitatorio de otra $m_2 = 1$ kg , situada a 1m de distancia, obtenemos **experimentalmente***: $F \cong 6{,}67 \times 10^{-11}$ N, y el valor de la constante G es quien debe reflejar este resultado experimental. Para ello G debe tener un valor y unidad tal que: $G \times 1kg \times 1kg / 1m^2 \cong 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.*

De manera que en cada sistema de unidades el valor numérico de la constante universal G es exactamente el valor de la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos de la unidad de masa, situadas a la unidad de distancia uno de otro. *El valor de esta constante se determina experimentalmente con muy delicados aparatos, y su extrema pequeñez (~10^{-11} en las unidades que estamos usando) es la explicación de porqué estas atracciones entre diferentes cuerpos de la vida diaria pasan totalmente desapercibidas (excepto cuando uno de los cuerpos es el planeta Tierra).*

• Campo gravitatorio

La idea de "fuerzas a distancia", o "acciones a distancia", que pudieran ejercerse sin necesidad de un contacto, desagradaba a todos, y también a NEWTON, pero fue aceptada porque nadie pudo interpretar de otra manera la gravitación por muchos años.

Bastante tiempo después se desarrolló la noción de campo, que es fundamental en la física moderna, por lo cual haremos uso de algunas *ideas y palabras* que tienen que ver ella, aunque sin pretender profundizar en el tema.

Así diremos que cada cuerpo tiene un campo de fuerza gravitatoria, proporcional a su masa, por medio del cual atrae a otros cuerpos.

El campo gravitatorio producido por *cuerpos de la vida diaria* de algunos kilogramos o toneladas, es *tremendamemente débil*, como se desprende de la pequeñez de la constante G en la ley (3.5): se requiere una masa enorme, del orden de la de un planeta para que la acción del campo resulte perceptible. Un cuerpo como nuestro planeta de $\sim 10^{25}$ kg produce un campo muy notable, que al actuar sobre un cuerpo cualquiera de los que utilizamos todos los días, se manifiesta como la llamada fuerza peso del cuerpo, proporcional a su masa. Esta fuerza es responsable prácticamente de casi todas las cosas que suceden en nuestro mundo: determina que la tierra nos retenga sobre su superficie, y también que retenga su atmósfera sin la cual no podríamos respirar.

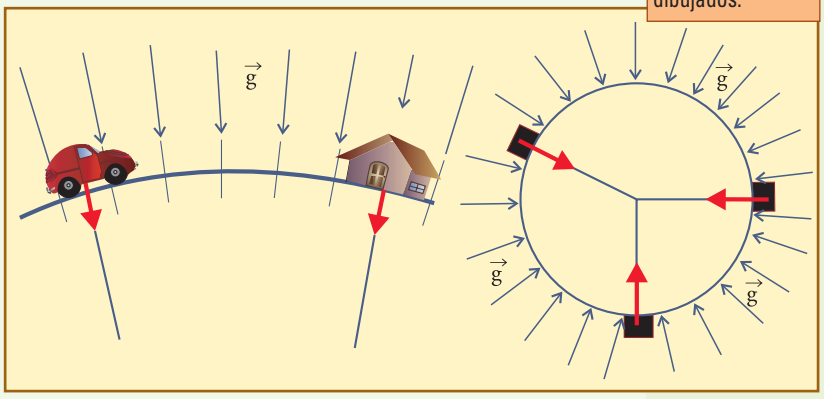


Fig. 3.13. El campo gravitatorio, representado con las líneas finas apuntando hacia el centro del planeta, define en cada lugar la noción de verticalidad. Las flechas más gruesas son los vectores peso de los distintos cuerpos dibujados.

Es costumbre representar el campo gravitatorio de un planeta con una especie de lluvia de vectores dirigidos como la fuerza que resulta sobre un cuerpo que esté allí, es decir verticalmente hacia abajo. Designaremos con $\vec{g}$ a estos vectores.

La intensidad o módulo del campo gravitatorio en un planeta dado, se define como el peso de un cuerpo de masa m, dividido por m (es decir por unidad de masa):

$$g = \frac{P}{m} \qquad (3.6)$$

Definido de esta manera, dado que el peso de cualquier cuerpo es proporcional a su masa, el campo gravitatorio resulta ser independiente de la masa del cuerpo que se considera, y depende sólo de las características del planeta.

Es importante notar que en comparación con el radio de la Tierra (R $\cong$ 6.370 km)

todas las cosas cotidianas pueden considerarse pegadas a la superficie: subir hasta el techo de una casa, o 1.000 m en una avioneta, o 10 km en un avión de alta performance, por encima de las nubes y de las montañas más altas, no puede considerarse que sean alejamientos sensibles del centro de la Tierra. De manera que para aplicar la ley (3.5) a un cuerpo de masa m en la superficie de un planeta de masa M y radio R, la distancia d entre los centros de los cuerpos será aproximadamente igual a R, y tendremos:

$$\text{Peso} = \frac{G\,M\,m}{R^2} \qquad (3.7)$$

Y por lo tanto, g, considerado como el peso por unidad de masa, g = P / m, queda:

$$g = \frac{G\,M}{R^2} \qquad (3.8)$$

Si en esta expresión colocamos los valores que corresponden para nuestro planeta, M ≅ 5,98×1024 kg, R ≅ 6374 km) tenemos:

$$\text{Peso} \cong \frac{6{,}67\times10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\times 6\times10^{24}kg\times m}{(6370\times10^{3}m)^2}$$

$$\text{Peso} \cong 9{,}81\frac{N}{kg}\times m \qquad (3.9)$$

Y de aquí, teniendo en cuenta que P = m g, resultan las expresiones que tendrán valor práctico para nosotros:

g ≅ 9,81 N/kg ; P ≅ m kg x 9,81 N/kg (3.10)

Según la expresión (3.8) tenemos que el valor de g varía levemente de un lugar a otro, debido a que la Tierra está levemente achatada en los polos, de manera que el valor 9,81 corresponde a los lugares a 45º de latitud, a nivel del mar.

Si además advertimos que R en el denominador de la expresión (3.8), expresa la distancia entre el centro del planeta y el punto en el cual se calcula el campo gravitatorio, concluimos que éste se debilita si aumenta la altura del punto.

Ahora bien, dado que el radio terrestre es muy grande, en todas las circunstancias de la vida práctica el debilitamiento del campo gravitatorio con la altura a la que se sitúa un cuerpo es prácticamente imperceptible; es más lo que varía la gravedad de un lugar a otro debido a distribuciones inhomogéneas de yacimientos minerales, que lo que varía, por ejemplo, debido a que alguien se aleje del suelo en una avioneta o cosa similar.

Aún un satélite típico, que orbite a ~ 600 km por encima de la superficie terrestre, *ya está fuera de la atmósfera*, y sin embargo su distancia al centro del planeta sólo es un

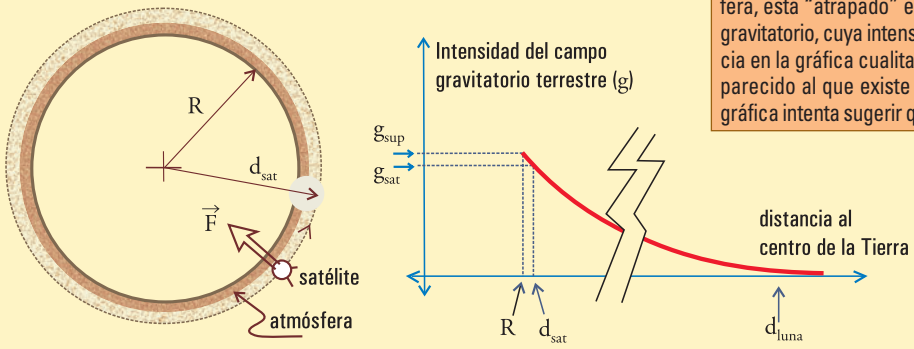


Fig. 3.14. Un satélite orbitando a 1.000 km de altura sobre la superficie de la Tierra, ya totalmente fuera de la atmósfera, está "atrapado" en órbita por la acción del campo gravitatorio, cuya intensidad en ese lugar, según se aprecia en la gráfica cualitativa de la derecha, tiene un valor parecido al que existe sobre la superficie terrestre. La gráfica intenta sugerir que la Luna está mucho más lejos, y que aún allí, tan lejos, el campo gravitatorio de la Tierra no es nulo, y aunque su valor ya es incomparablemente menor que el que tiene en la zona en la cual vivimos, es suficiente para mantener a la Luna en su órbita.

10% mayor que la de los que seguimos en la superficie.

Las imágenes de astronautas flotando en una estación espacial sugieren engañosamente que están en un lugar donde prácticamente no hay gravedad, y la figura 3.14 debe mostrar claramente que eso no es así: la expresión (3.5) es absolutamente universal, permite calcular que el campo gravitatorio en la órbita es de un valor parecido al que hay en la superficie, y eso es incuestionable. La explicación de la ingravidez que sienten los astronautas en órbita, debe ser buscada en las características del movimiento orbital. Aclararemos esto más adelante.

• Centro de gravedad

La acción de la gravedad se ejerce sobre todas las partículas materiales, el peso de un cuerpo es la resultante de la suma todos los pesos de sus partículas, y no puede decirse que esté aplicada en un punto particular, sino que es una acción distribuida en todo el volumen del cuerpo.

Ahora bien, para todos los fines prácticos, puede determinarse un punto en el cual se puede *suponer aplicado* el vector peso total, para que represente lo mejor posible la ción de la gravedad sobre las infinitas partículas del cuerpo (ya hemos dicho en otras ocasiones que cada vez que se reemplaza un sistema de fuerzas por la resultante, que es una única fuerza, la equivalencia nunca puede ser totalmente completa).

Este punto se denomina *centro de gravedad*, "CG", y coincide con el *centro de masa*, "CM", que definiremos más adelante. Por ahora no estamos en condiciones de encontrar el centro de gravedad o de masa de cuerpos complicados, pero bastará saber que en los cuerpos homogéneos con simetría el centro de gravedad coincide con el centro geométrico.

Desde el punto de vista práctico, por ahora es fácil advertir que si se suspende un cuerpo colgándolo de un punto O cualquiera alrededor del cual pueda girar libremente,

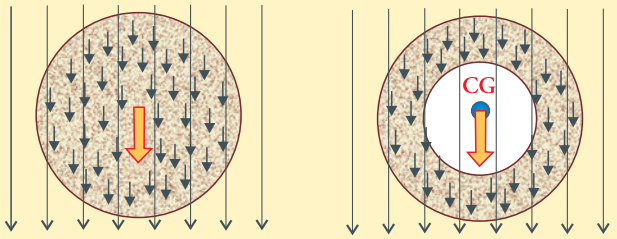


Fig.3.15. Se han dibujado líneas representativas del campo gravitatorio, y pequeños vectorcitos representativos de las fuerzas gravitatorias actuantes sobre cada elemento de masa del cuerpo. En ambos casos se considera la fuerza resultante de todas éstas, el peso, como aplicada en el centro de gravedad del cuerpo respectivo. El centro de gravedad puede estar en un lugar vacío, puesto que el peso no tiene realidad en sí mismo como fuerza realmente aplicada en ese punto, *sino como representativo de todo el conjunto de vectorcitos.*

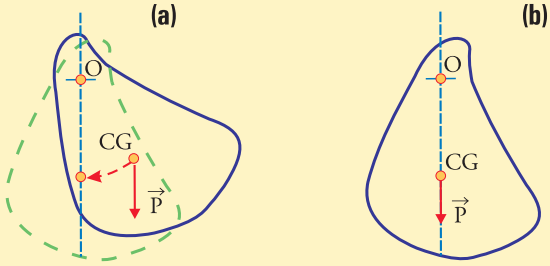


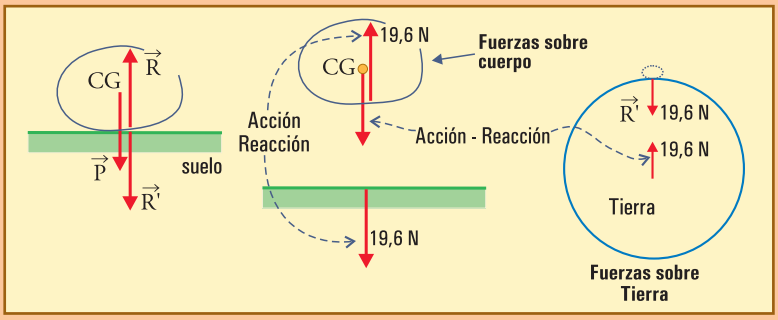
Fig. 3.16. (a) Acción del peso en un cuerpo suspendido del punto O, alrededor del cual puede girar, cuando se lo libera en una posición fuera del equilibrio. La fuerza peso, actuando en CG, llevará al cuerpo a una posición de equilibrio como la que se muestra en (b), con CG ubicado en la línea vertical trazada por el punto de suspensión.

la posición de equilibrio en la cual el cuerpo podrá quedarse en reposo, deberá ser con el CG en la misma línea vertical que O, debajo de él. Esto es porque, cuando el cuerpo suspendido está en equilibrio bajo la acción de la gravedad, no podemos suponer que correspondería ubicar al peso en un punto fuera de la vertical, ya que actuando allí, el peso haría girar al cuerpo alrededor de O hasta que este punto descienda lo máximo posible, es decir hasta que se ubique en la vertical mencionada (figura 3.16).

La conclusión es que, si la forma de un cuerpo se presta para ello, se puede ubicar el CG del cuerpo de manera práctica suspendiéndolo sucesivamente desde varios puntos, y buscando el lugar en que se cruzan todas las líneas verticales trazadas por los respectivos puntos de suspensión.

Nota práctica:
Fuerza peso y su reacción.
Cuando realizamos los diagramas de cuerpo libre para analizar alguna situación, debemos dar un tratamiento especial a la fuerza de gravedad, diferente del que damos a las de contacto, debido a que el par acción-reacción con la fuerza peso de un cuerpo, se forma con la atracción del cuerpo sobre el planeta Tierra, aplicada en el centro de la Tierra, y por lo tanto, no se puede incluir en el dibujo.

• Ejemplo



Considere un cuerpo de 2 kg apoyado sobre el piso.
a) Dibuje todas las fuerzas actuantes, calculando el valor de cada una. Explique en qué interacción se origina cada una, y dibuje el vector correspondiente con los diagramas de cuerpo libre necesarios.
b) Repita a) si un agente aplica al cuerpo una fuerza de 5 N, verticalmente hacia abajo, sobre su parte superior.

Desarrollo

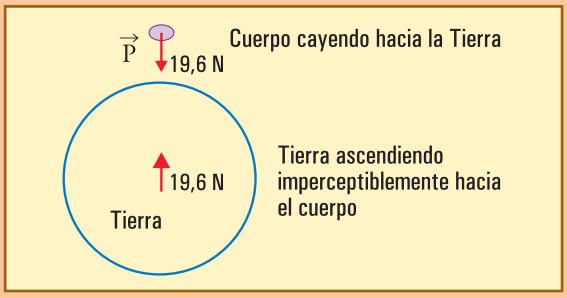
a) Sobre el cuerpo actúa el peso, P , hacia abajo, ejercido por la Tierra, y la reacción del piso, R , sosteniéndolo, hacia arriba. Ambas fuerzas deben tener el mismo módulo para equilibrarse, y para conocerlo debemos averiguar el peso.

$R = P$

$R = m\ g$

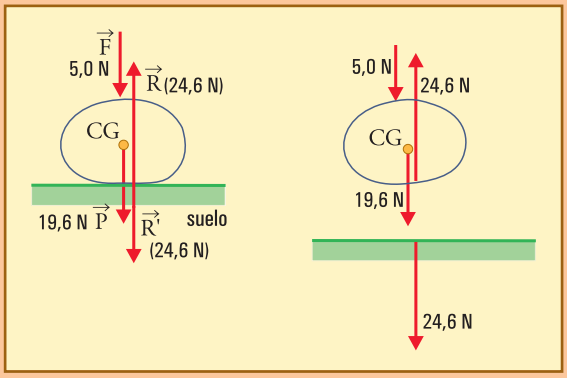
$R = 2\ kg \times 9{,}81\ N/kg$

$R = 19{,}6\ N$



La reacción al peso $\vec{P}$ del cuerpo no es $\vec{R}$, sino la fuerza con que el cuerpo atrae a la Tierra: una fuerza de 19,6 N dibujada en el centro de la Tierra, hacia arriba. Una forma de convencerse de esto es pensar en el cuerpo cayendo libremente, durante el lapso que permanece sin tocar el piso. En esta situación $\vec{P}$ actúa, y por lo tanto su reacción también; pero no, puesto que no hay contacto. De manera que claramente *$\vec{R}$ no es reacción a la fuerza con que la Tierra atrae al cuerpo*, sino que $\vec{R}$ es reacción a la fuerza con que el cuerpo se apoya sobre el piso. Por lo tanto $\vec{R}$ es acción-reacción con $\vec{R}'$, la fuerza con que el cuerpo "pisa" el suelo. En el próximo punto la idea se amplía con otros valores.

b) Ahora tenemos el mismo peso, pero mayor presión sobre el piso, porque un agente agrega 5 N sobre el cuerpo. El piso reaccionará con lo necesario para impedir que el cuerpo se hunda en él, o sea equilibrando 19,6 + 5 = 24,6 N. Por lo tanto ese será el valor de R y de R'.



Unidades

El problema de medir una fuerza

Para medir la intensidad de una fuerza debemos definir un método de medición, y una unidad, que generalmente surgirá del método que se utilice.

Las ideas básicas planteadas hasta aquí sobre lo que es una fuerza, nos permiten imaginar tres formas esenciales de medir la intensidad de una fuerza.

1) Medir una fuerza por su capacidad de deformar cuerpos

Si construimos un mecanismo elástico, podemos calibrarlo definiendo que a cierta deformación corresponde 1 unidad. La unidad puede elegirse arbitrariamente, o con algún criterio fundamentado de alguna manera.

Estos instrumentos existen y se denominan *dinamómetros*; en general el elemento elástico es un resorte cuyo estiramiento se puede leer (amplificado o no) en una escala que se calibra experimentalmente. Las balanzas de resorte son esencialmente dinamómetros de este tipo.

Las balanzas electrónicas también son dinamómetros, en las cuales las deformaciones o alteraciones microscópicas que produce la fuerza aplicada en ciertos cristales sensibles ("piezoeléctricos") se traduce en una señal eléctrica.

Sería posible definir la unidad de fuerza de un sistema como cierta indicación arbitraria de algún dinamómetro elegido especialmente como "patrón", pero eso no se hace en un sistema de unidades que pretenda categoría científica, pues quedaría esta unidad sujeta a las propieda-des particulares de un aparato, que además podría sufrir alteraciones (envejecer, oxidarse, ser sustituido por una imitación, etc.).

De manera que este método es el que se utiliza típicamente para *medir* fuerzas, pero *no define* unidades, las cuales se toman de otros métodos, como veremos.

2) Medir una fuerza comparándola con la de la gravedad

El hecho de ser la gravedad una fuerza que se origina en propiedades del planeta Tierra que son prácticamente inalterables, la distingue como un fenómeno adecuado para establecer unidades de fuerza (explícita o implícitamente).

Si se define algún cuerpo patrón, su peso puede tomarse como unidad de fuerza, y medirse fácilmente con dinamómetros o balanzas.

Así es que si se considera un cuerpo de 1 kg de masa, su peso constituye la unidad práctica de fuerza denominada kg_{fuerza}, o kgf, o $\overrightarrow{kg}$:

Unidad práctica de fuerza:
1 kg fuerza = peso (a nivel del mar y 45° de latitud) de un cuerpo de 1 kg

Ésta no puede ser la unidad de fuerza del Sistema Internacional de Unidades (en adelante "SI", para abreviar), aunque la masa del cuerpo elegido, 1 kg, sí haya sido unidad de masa del SI (pronto discutiremos la razón para esto).

Y aplicando (3.10) tenemos la forma de convertir entre N y kgf:

$$\begin{aligned} 1\ kg\ f &= 9{,}81\ N \\ 1\ N &= (1/\ 9{,}81)\ kgf \\ 1\ N &= 0{,}102\ kgf \end{aligned} \qquad (3.11)$$

De manera que, dado que en la vida práctica estamos acostumbrados a pensar en kilogramos (tanto en kilogramos unidades de masa, como de fuerza), las expresiones (3.10)

y (3.11) nos permitirán utilizar la unidad SI, newton, aún sin haberla definido formalmente.

De la misma manera se define la unidad inglesa "libra" de fuerza ("pound" en inglés), como el peso de un cuerpo cuya masa es una libra (de la cual hay muchas variantes). No utilizaremos estas unidades, pero es útil saber que la libra aún en uso es la "pound avoirdupois", que equivale aproximadamente a 0,4536 kg (tanto de fuerza como de masa).

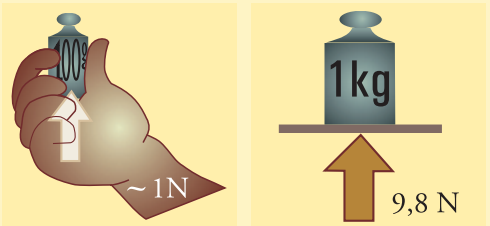


Fig.3.17. Interpretación práctica del newton a través de la gravedad terrestre. Tomaremos 9,8 N/kg ≅10 N/kg para los cálculos simples y estimaciones, y así podremos decir que el newton es aproximadamente el valor de la fuerza necesaria para sostener una pesa de 100 g .

3) La unidad del SI

Aunque el kg sea la unidad SI para la masa, el kgf no sería una buena unidad para la fuerza, porque sujetaría el CONCEPTO de fuerza, a la GRAVEDAD TERRESTRE. Además de ese problema conceptual, la gravedad tiene el problema de no ser estrictamente constante, ya que varía levemente de un lugar a otro, y también varía (imperceptiblemente) a mientras caen meteoros que aumentan la masa del planeta, y mientras el hombre lanza satélites que la hacen disminuir; aunque estas alteraciones sean tan pequeñas que no puedan detectarse con ningún instrumento, es claro que el concepto de fuerza, no puede ser condicionado formalmente por ellas.

De manera que *la fuerza en el SI se define a través de sus efectos sobre los movimientos*.

Los procedimientos de medición son más complejos en estos procesos, pero establecen la unidad de fuerza incuestionablemente, en función de otras unidades (masa, longitud, y tiempo), con independencia de cualquier aparato, planeta o propiedad de ningún cuerpo particular.

En el capítulo correspondiente de dinámica veremos más precisiones sobre esta unidad, pero hasta ese momento nos manejaremos con los elementos que ya tenemos.

• Unidades de presión o tensión

Las unidades de tensión (o presión) se derivan de las unidades de fuerza dividiendo por la unidad de superficie.

La unidad SI de tensión es el pascal, abreviatura *Pa*, en honor a Blas PASCAL (1.623-1.662):

$$1\,Pa = \frac{1\,N}{1\,m^2}$$

$$1\,Pa = 1\,N.m^{-2}$$

Un pascal representa una tensión o presión de pequeñísima intensidad, ya que corresponde a distribuir en 1 m^2 el esfuerzo de sostener una pesa de 100 g. Otras unidades no SI que surgen naturalmente en la práctica son:

• el kgf/cm^2, de importancia práctica por ser aproximadamente el valor de la presión atmosférica normal: *1 kgf/cm^2 ≅ 10^5 Pa*

1 kgf/cm^2 ≅ 1 atm.

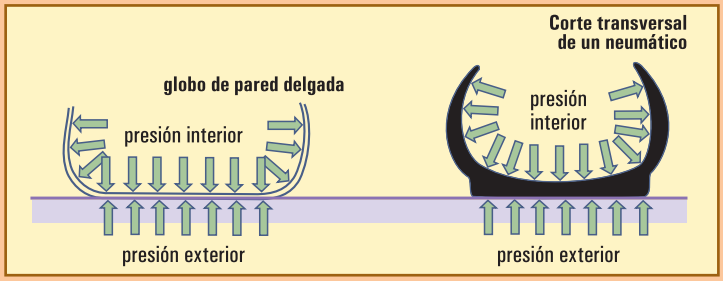
• la unidad inglesa libra/pulgada^2 (en inglés: "pound/square inch", abreviatura "psi") que citamos aquí porque aparece en muchos aparatos. Por ejemplo, es la unidad utilizada en los indicadores de presión de los neumáticos de automotores. *1psi. ≅ 7,0×10^3 Pa.*

• Ejemplo

Las cuatro ruedas que soportan a un automóvil de unos 1.000 kg tienen 12 cm de ancho en la banda de rodamiento, y por efecto del peso del vehículo se aplastan levemente, de manera que cada una se apoya en el suelo aproximadamente en un rectángulo de 12 cm x 11 cm (valores aproximados tomados de un caso real).
a) Suponiendo para simplificar que el peso se distribuye igualmente entre las cuatro ruedas, calcule la presión que se ejerce en cada uno de los rectángulos mencionados. Exprese esta presión en Pa, en atm, y en psi.
b) Compare esta presión con la de inflado de los neumáticos, y comente.

• Desarrollo

Aplicando (3.17) o (3.18) tenemos que el automóvil de 1.000 kg pesa 9.800 N; para redondear digamos aproximadamente 10^4 N, que repartidos en 4 ruedas hacen 2,5 kN por rueda.
La presión entre neumáticos y suelo, por lo tanto, resulta
p ≅ 2,5/(12 x 11)
p ≅ 2,5/(12 x 11)
p ≅ 0,019 kN/cm^2
p ≅ 0,19 MPa
p ≅ 1,9 atm
p ≅ 27 psi.



b) Si la cubierta de la rueda fuera una cosa muy delgada, sin rigidez, podríamos esperar que en la parte que está aplastada contra el suelo la presión sea la misma en la cara que da contra el suelo, y el la cara interior (como por ejemplo, si tuviésemos un globo con una parte aplastada contra el piso).

En el caso del neumático no esperamos una igualdad entre las presiones exterior e interior, pero esperamos valores parecidos. Y eso efectivamente sucede, ya que la presión normal de inflado es de unos 28 psi.

EJERCICIOS CAPÍTULO 3

▲ **Ejercicio 3.1**

Complete las siguientes frases.

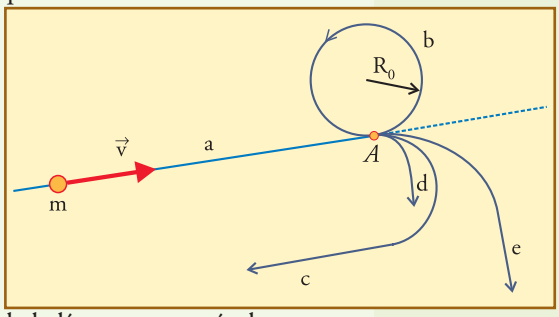
a) La condición para que la trayectoria sea rectilínea y recorrida con velocidad decreciente es que la componente normal de la fuerza resultante sea . . . . . , y que la componente tangencial de la fuerza resultante sea . . . .

. . . . . .

b) La condición para que la trayectoria sea circular y recorrida uniformemente es que la componente tangencial de la fuerza resultante sea . . . . . , y la componente normal de la fuerza resultante sea . . . . . .

▲ Ejercicio 3.2

Una partícula se desplaza libremente en el espacio (sin que actúen sobre ella fuerzas de ningún tipo) a lo largo de una recta **a**.



a) Critique cada una de las opciones siguientes.
Su velocidad, en estas circunstancias:

- puede ser constante;
- debe ser constante;
- puede variar;
- debe disminuir;
- debe aumentar.

b) A partir de un punto A se desea desviar a la partícula de la línea recta según las posibilidades b, c, d, y e, mostradas en la figura, sin que varíe la rapidez de su movimiento:
Siendo:

b) circunferencia completa de radio R_0

c) semicircunferencia del mismo radio, que luego continúa en línea recta.

d) ¼ de circunferencia de radio ½ R_0, seguida de recta.

e) ¼ de circunferencia de radio $2R_0$, seguida de recta.

Explique cómo son las fuerzas que es necesario aplicar en cada caso: qué orientaciones deben tener, durante qué lapso deben actuar, cuáles deben ser más intensas y cuáles más débiles.

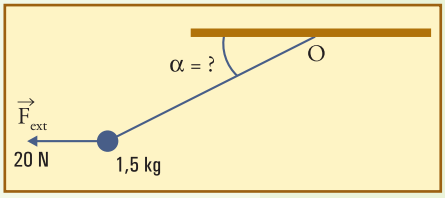
▲ Ejercicio 3.3

Se mantiene aplicada una fuerza horizontal $\vec{F}_{ext}$ de 20 N a la pequeña esfera de un péndulo de 1,5 kg de masa con un hilo de 2 m de longitud.

a) Calcule la fuerza que tira del hilo, y calcule el ángulo α en el cual se llega al equilibrio.

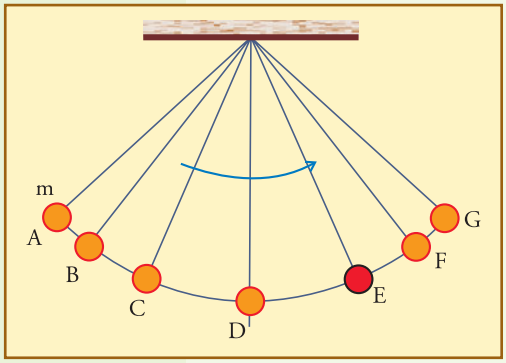
b) Dibuje todas las fuerzas actuantes sobre la bolita, indique cuáles serían las reacciones a ellas.

c) Dibuje las fuerzas actuantes sobre el hilo, y sobre el techo, indicando quiénes son acción-reacción.



▲ Ejercicio 3.4

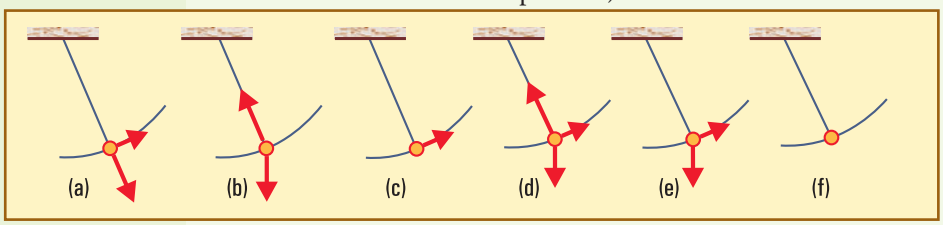
Un péndulo está oscilando entre los puntos extremos A, y G. Sobre la trayectoria se han marcado varios puntos intermedios y se le pide a usted que considere el cuerpo de masa m



mientras pasa por E , en el movimiento A → B → C → D E → F → G indicado en la figura (suponga que no hay rozamiento):

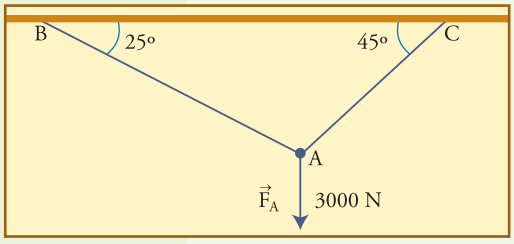
Elija la figura que muestra correctamente, de manera cualitativa, los vectores representativos de todas las fuerzas (solamente de las fuerzas, no otros vectores) que actúan sobre el cuerpo al pasar por E:

Explique, además, cómo debe ser aproximadamente la fuerza resultante, y analice cuál es su efecto sobre el movimiento (en el punto E).



▲ Ejercicio 3.5

Se tira con una fuerza de 3.000 N del punto A, que une las dos cuerdas mostradas, sujetas en B y C:

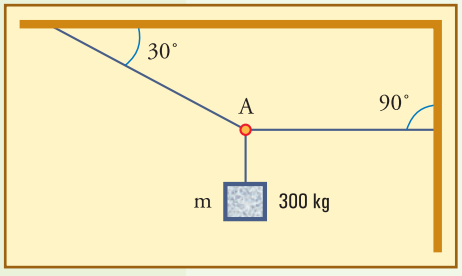


a) Realizando un diagrama vectorial a escala encuentre gráficamente los valores de las fuerzas con las que cada cuerda tira del punto A.

b) Encuentre los valores de las fuerzas en cada cuerda por algún método analítico.

▲ Ejercicio 3.6

Un cuerpo pende suspendido de las cuerdas mostradas.



a) Calcule el peso del cuerpo, y dibuje todas las fuerzas actuantes sobre el mismo.

b) Dibuje el diagrama de cuerpo aislado de la cuerda vertical que tira de A, indicando los valores de los vectores correspondientes.

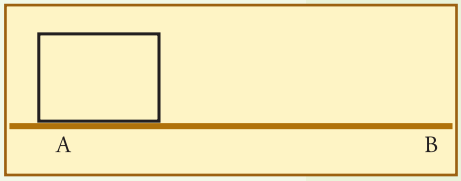
c) Realizando un diagrama vectorial a escala encuentre gráficamente las fuerzas que traccionan a cada cuerda.

d) Obtenga por algún método analítico el resultado del punto anterior (c).

▲ Ejercicio 3.7

Considere un cajón de peso P, el cual debe ser arrastrado por una persona desde A

hasta B. Suponga que, dadas las características de las superficies de contacto entre piso y cajón, y dada la fuerza normal que presiona una contra otra, la fuerza de rozamiento puede llegar a valer hasta cierto valor $F_{Rmáx}$: si se aplica al cajón una fuerza horizontal mayor que ese valor, la fuerza de rozamiento no podrá equilibrarla y se producirá el deslizamiento.



a) Suponiendo una situación en que nadie empuja el cajón, dibuje esquemáticamente todas las fuerzas actuantes sobre el mismo y sobre el piso, distinguiendo las que actúan sobre el cajón de las que lo hacen sobre el piso.

b) Repita el dibujo de todas las fuerzas actuantes para el caso en que se empuja al cajón con una fuerza horizontal $\vec{F}_1$ cuya intensidad sea la cuarta parte de $F_{Rmáx}$. Indique cuál sería la fuerza tangencial que se desarrolla entre cajón y piso en esta situación.

c) Repita todo lo pedido en b) para el caso en que se aplica $\vec{F}_2$ horizontal que sí logra hacer que el cajón deslice mínimamente.

d) Considere una situación real de un ropero de 40 kg. Calcule el peso del mismo en N. Estime algún valor posible para $F_{Rmáx}$, y a través de él estime el valor de la fuerza horizontal mínima necesaria para moverlo.

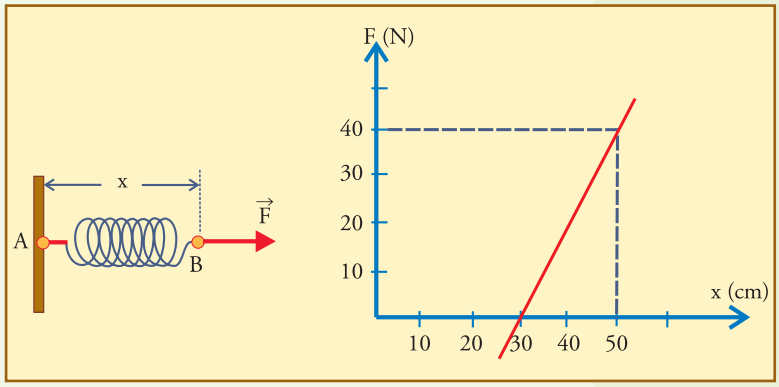
e) Elija la opción que indica mejor lo que usted ha estimado para el punto d):

F2 , la fuerza horizontal mínima necesaria para hacer que deslice algún objeto, debe ser	a) aproximadamente igual b) levemente mayor c) considerablemente mayor d)considerablemente menor	que el peso del objeto

Invente alguna experiencia sencilla para corroborar su elección en el punto e), realícela, y explique lo obtenido (por ejemplo elija un cuerpo de alrededor de ½ kg, y mida cuántos cm se estira una bandita elástica colgando el cuerpo, y cuánto se estira para arrastrarlo horizontalmente). Si sus resultados contradicen sus expectativas reflexione con cuidado, revise todo, tanto sus ideas como sus procedimientos.

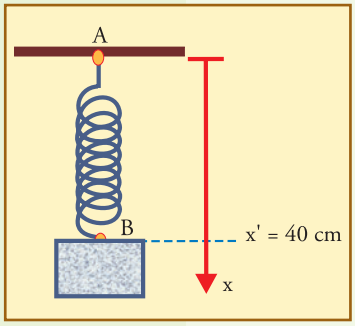
▲ Ejercicio 3.8

La siguiente gráfica muestra la fuerza necesaria para estirar un resorte dado, hasta una longitud total x cualquiera:



a) Calcule la constante elástica k, e indique la longitud de equilibrio de este resorte.

b) Suponga que hay un cuerpo suspendido en reposo de este resorte, y que lo estira hasta x' = 40 cm,



como se ilustra:

Complete la figura indicando (calcule los valores que hagan falta)

b1 : el vector que indica la fuerza con la cual el cuerpo tira del resorte en B (calcule su valor).

b2 : el vector que indica la fuerza con que el resorte tira del cuerpo en B, y el que corresponde a la fuerza con la cual el resorte tira de su anclaje en A (indique valores).

b3 : el vector que indica la fuerza del campo gravitatorio sobre el cuerpo (indique su valor).

c) calcule la masa de este cuerpo.

d) Suponga que se lleva este cuerpo con este resorte a la Luna ($m_L = 0{,}012\ M_T$; $R_L = 0{,}27\ R_T$) y allí se lo suspende suavemente. Indique todas las cosas que cambiarán y las que no, con respecto a la Tierra: ¿x'? ¿F? ¿m? ¿Peso? ¿gráfica F vs x?

▲ Ejercicio 3.9

Una varilla elástica está sujeta firmemente del borde de una mesa, y se verifica que colocando una pesa de 50 g en su extremo libre (que sobresale 30 cm), éste desciende 1 cm debido a la flexión de la varilla. Consideremos que desplazamientos verticales de 2 ó 3 cm en el extremo, frente a 30 cm de largo, pueden estimarse lo suficientemente pequeños como para poder describirlos con un eje vertical rectilíneo (eje *y*).

a) Limitándonos a deformaciones suficientemente pequeñas, calcule la constante elástica que describe aproximadamente la relación entre la fuerza aplicada y la altura y del extremo libre.

b) Calcule cuánto desciende el extremo si se coloca encima un cuerpo de 20 g. Dibuje la situación, mostrando en un diagrama de cuerpo aislado las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo.

▲ Ejercicio 3.10

Considerando la Ley de Gravitación Universal, $F_{12} = G\ m_1\ m_2 / d_{12}^2$, (la masa de la Luna vale $7{,}4\times10^{22}$ kg, su radio 1738 km, y la constante G, $6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}):

a) Explique cómo se obtiene y qué significa la intensidad del campo gravitatorio lunar $g_L \cong 1{,}63$ N/kg

b) Indique, con una breve justificación, cuáles opciones son verdaderas y cuáles falsas:

1. La causa de que el campo gravitatorio en la superficie lunar sea bastante menor que el que hay en la superficie terrestre es la ausencia de atmósfera en la Luna.
2. En la Luna dos cuerpos de 1 kg cada uno, situados a 1 m de distancia, se atraen mutuamente con una fuerza de aproximadamente 1,63 N.
3. En la Luna dos cuerpos de 1 kg cada uno, situados a 1 m de distancia, se atraen mutuamente con una fuerza de aproximadamente $6{,}7\times10^{-11}$ N.