

Práctica 1: Repaso

Vectores, ecuación de la recta y plano, geometría de las funciones con valores reales, curvas de nivel, derivadas parciales, gradiente.

Profesor: Cecilia Jarne

1. Calcular $\|\mathbf{u}\|$, $\|\mathbf{v}\|$ y $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ para los siguientes vectores de $\mathbb{R}^3$:
 - a) $\mathbf{u}=15i - 2j + 4k$; $\mathbf{v}=\pi i + 3j - k$;
 - b) $\mathbf{u}=2j - i$; $\mathbf{v}=j + 1$;
 - c) $\mathbf{u}=-i + 3k$; $\mathbf{v}=4j$;
2. Normalizar los vectores de los puntos a y c en el ejercicio anterior.
3. Calcular el producto vectorial entre los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ indicados en cada inciso.
4. Hallar la recta que pasa por $(-1,-1,-1)$ en la dirección de $\mathbf{j}$.
5. Hallar la recta que pasa por $(-1,-1,-1)$ y $(1,-1,2)$.
6. Hallar el plano generado por $\mathbf{v1} = (2,7,0)$ y $\mathbf{v2} = (0,2,7)$.
7. Los siguientes puntos están en coordenadas cilíndricas. Expresar cada uno en coordenadas rectangulares y esféricas:
 - a) $(0, 45^\circ, 10)$ d) $(2, 3/4\pi, -2)$
 - b) $(3, \pi/6, 4)$ e) $(2, \pi/2, -4)$
 - c) $(-1, -\pi/6, 0)$ f) $(1, 45^\circ, 1)$
8. Cambiar los siguientes puntos a coordenadas esféricas y cilíndricas.
 - a) $(2, 1, -2)$
 - b) $(0, 3, 4)$
 - c) $(\sqrt{2}, 1, 1)$
9. Esbozar curvas de nivel y gráfica de las siguientes funciones:
 - a) $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \rightarrow x - y + 2$
 - b) $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \rightarrow x^2 + 4y^2$
10. Obtener las superficies de nivel para:
 - a) $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y, z) \rightarrow x^2 + y^2$
11. Hallar $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ si:
 - a) $f(x) = x \cdot y$
 - b) $f(x) = e^{x \cdot y}$
 - c) $f(x) = (x^2 + y^2) \log(x^2 + y^2)$
12. Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie: $z = x^2 + y^3$ en $(3, 1, 10)$.

13. Calcular la matriz de las derivadas parciales para las siguientes funciones:

a) $R^2 \rightarrow R^2$, $f(x, y) = (x, y)$

b) $R^2 \rightarrow R^3$, $f(x, y) = (xe^y + \cos(y), x, e^y)$

c) $R^3 \rightarrow R^2$, $f(x, y, z) = (x + e^z + y, x^2y)$

d) $R^2 \rightarrow R^3$, $f(x, y) = (xye^{xy}, x \sin(y), 5xy^2)$

14. Calcular los gradientes de las siguientes funciones:

a) $f(x, y, z) = xe^{-x^2-y^2-z^2}$

b) $f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}$

c) $f(x, y, z) = z^2e^x \cos(y)$

15. Calcular $\nabla h(1, 1, 1) \sin h(x, y, z) = (x + z)e^{x-y}$