

## XVIII Congreso Argentino de Acústica 2023 (AdAA2023)

# Síntesis en Tiempo Real de un Modelo Dinámico del Saxofón.

Antonio Ortega Brook<sup>\*†1</sup>, Dario Ruiz<sup>\*2</sup>, Martin Proscia<sup>†3</sup>, Manuel C. Eguia<sup>†4</sup>  
(\* contribuciones iguales)

<sup>†</sup> *Laboratorio de Acústica y Percepción Sonora, Universidad Nacional de Quilmes*

<sup>1</sup> mortegabrook@unq.edu.ar

<sup>2</sup> dario.ruiz@unq.edu.ar

<sup>3</sup> martin.proscia@unq.edu.ar

<sup>4</sup> meguia@unq.edu.ar

**Resumen**— En este trabajo se presenta un desarrollo de software que permite la simulación de un modelo dinámico del saxofón alto en tiempo real integrando paquetes de Julia preexistentes (DifferentialEquations) con un paquete propio de audio en tiempo real (DynSysAudio). El modelo está basado en trabajos previos y consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de baja dimensionalidad. Esto permite la integración numérica del sistema de forma eficiente sin requerir grandes recursos de hardware y el control de los parámetros (presión de aire, presión contra la lengüeta, digitación) de forma explícita durante la generación de la señal de audio. Para mostrar la flexibilidad de esta herramienta, se muestra en particular cómo es posible generar multifónicos en el modelo del saxofón alto. El beneficio de trabajar con un modelo dinámico de baja dimensionalidad es, además de obtener una reproducción fiel de las características acústicas del instrumento y los cambios cualitativos en su comportamiento, poder contar con una interpretación física de los resultados. Por ejemplo, en el caso de los multifónicos estudiados se entiende su origen dinámico como una bifurcación particular del sistema, vinculada a la interacción no lineal entre dos modos de oscilación coexistiendo dentro del resonador del instrumento.

**Palabras clave:** multifónicos; síntesis; saxofón.

**Abstract**— In this work, we present a software development that enables real-time simulation of a dynamic model of the alto saxophone by integrating pre-existing Julia packages (DifferentialEquations) with a custom real-time audio package (DynSysAudio). The model is based on previous research and consists of a system of low-dimensional nonlinear ordinary differential equations. This allows for efficient numerical integration of the system without requiring significant hardware resources and explicit control of parameters (blowing pressure, pressure on the mouthpiece, fingering) during audio signal generation. To demonstrate the versatility

of this tool, we specifically show how it is possible to generate multiphonics in the alto saxophone model. The benefit of working with a low-dimensional dynamic model is, in addition to obtaining a faithful reproduction of the acoustic characteristics of the instrument and the qualitative changes in its behavior, being able to have a physical interpretation of the results. For instance, in the case of the studied multiphonics, their dynamic origin is understood as a specific system bifurcation linked to the nonlinear interaction between two coexisting oscillation modes within the instrument's resonator.

### I. INTRODUCCIÓN

A partir de la segunda mitad del siglo XX, con el advenimiento de las técnicas y sonoridades extendidas en los instrumentos de viento y como resultante de diferentes corrientes estéticas y musicales, se fue popularizando la utilización de los sonidos multifónicos en el campo de la música escrita. Un multifónico se caracteriza por presentar más de una altura reconocible en un instrumento monofónico. Con respecto a la resultante sonora, se trata de un fenómeno complejo, de carácter tímbrico-armónico, en el cual las dos componentes son igualmente determinantes [1]. En el caso específico del saxofón, pueden producirse mediante diferentes técnicas, entre las que se incluyen el uso de digitaciones cruzadas, la sincronización del tracto vocal y el control de la presión de soplado y la presión en la embocadura [2], [3].

En los instrumentos de viento de madera, tanto la presión de soplado como la presión en la embocadura resultan determinantes en relación a la afinación, dinámica y control del timbre general [6].

En trabajos anteriores se han estudiado las cualidades tímbricas de los sonidos multifónicos en el saxofón [7], los atributos perceptivos implicados en el reconocimiento musical de estos [8] y la posibilidad de establecer trayectorias de modulación tímbrica entre diferentes multifónicos [9].

En este trabajo, se presenta una herramienta para la simulación en tiempo real de un modelo de saxofón alto, implementada en el lenguaje de programación Julia, utilizando las librerías DifferentialEquations.jl y DynSysAudio.jl. Esta herramienta permite simular distintos comportamientos presentes en el saxofón real, controlando la presión de soplado y la presión en la embocadura.

Desde el punto de vista musical, contar con un modelo de saxofón en tiempo real, capaz de reproducir fielmente los comportamientos complejos del instrumento a partir del control de los mismos parámetros que controla el intérprete, resulta particularmente interesante: por un lado, provee una poderosa herramienta para la síntesis de sonido, cuyos parámetros de control acercan al usuario a una situación más realista. Por el otro, permite, estudiando la dinámica del sistema, comprender y explicar el origen de sonoridades complejas.

El desarrollo está hecho en código abierto y se encuentra disponible en <https://github.com/meguia/DynSysAudio.jl>

## II. MODELO DE SAXOFÓN

El modelo de saxofón está compuesto por tres elementos principales: un oscilador de un grado de libertad que representa la lengüeta (excitado por la diferencia de presión entre el aire de la boquilla y de la boca del músico), una ecuación no lineal característica que da el flujo de aire a través del canal de la lengüeta (derivada de la ecuación de Bernoulli), y una descripción modal de la impedancia del resonador [10].

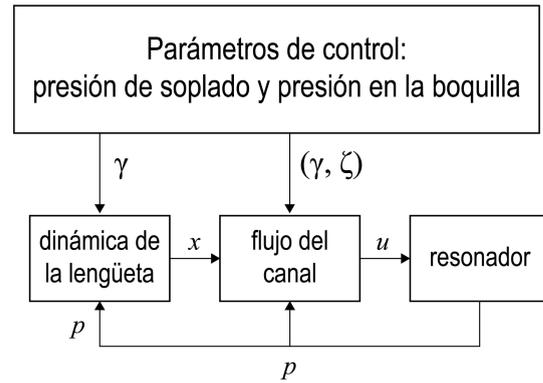


Fig. 1. Esquema del modelo del saxofón.

Las variables principales del modelo son:  $x$  el desplazamiento de la lengüeta,  $u$  el flujo de aire en la boquilla y  $p$  la presión acústica dentro de la boquilla. Estas variables están expresadas como magnitudes adimensionales, definidas en función de las magnitudes y parámetros físicos del sistema real como

$$x = \frac{\hat{x}}{H}, u = Z_C \frac{\hat{u}}{p_M}, p = \frac{\hat{p}}{p_M} \quad (1)$$

donde  $H$  es la distancia entre la lengüeta en reposo y la boquilla (el canal de la lengüeta está cerrado cuando  $x \leq -1$ ),  $p_M$  es la presión estática necesaria para cerrar completamente el canal de la lengüeta y  $Z_C$  es la impedancia característica en la entrada del resonador. El acento circunflejo denota la variable en unidad física.

La presión de soplado adimensional  $\gamma$  es definida en función del tiempo como

$$\gamma(t) = \frac{p_m(t)}{p_M} \quad (2)$$

donde  $p_m$  representa el valor físico de la presión de soplado.

### A. Modelo de lengüeta

La lengüeta está modelada como un oscilador con un solo grado de libertad, forzado por la diferencia de presión entre la boquilla y la boca del músico, y una no linealidad asociada a la fuerza de contacto entre la lengüeta y la boquilla:

$$\dot{x} = v \quad (3)$$

$$\dot{v} = -q_r \omega_r v + \omega_r^2 (p - \gamma - x + F_c(x, v)) \quad (4)$$

donde  $p - \gamma$  es el forzado,  $q_r$  es el coeficiente de amortiguación y  $\omega_r$  la frecuencia angular del modo de oscilación de la lengüeta. Para reducir la cantidad de parámetros libres, se puede asumir  $\omega_r = 4.224 \text{ rad/ms}$  (0.6723 kHz), y  $q_r = 1$ .

$F_c$  es la fuerza de contacto y se puede modelar como

$$F_c(x, v) = K_c (x + 1, 0)^2 (1 - \beta v) \quad (5)$$

donde  $K_c = 100$  es la rigidez no lineal de la boquilla y  $\beta = 1 \text{ ms}$  el coeficiente de amortiguación no lineal. Para amplitudes de oscilación pequeñas (valores de  $\gamma$  bajos) se puede despreciar esta fuerza (aproximación "ghost reed") [11].

### B. Modelo del flujo de canal

El flujo total en la entrada del resonador se puede expresar como la suma del flujo debido al movimiento de la lengüeta y el flujo a través del canal de la lengüeta, pero la contribución del primero se puede despreciar.

La aproximación se deriva de la ecuación de Bernoulli para flujo estático [10], [12],

$$u = \zeta (x + 1, 0) \text{sign}(\gamma - p) \sqrt{|\gamma - p|} \quad (6)$$

donde  $\zeta$  es el parámetro de control que representa la fuerza aplicada por el labio para controlar la apertura del canal

$$\zeta = Z_c w H \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad (7)$$

siendo  $w$  el ancho efectivo del canal y  $\rho$  la densidad del medio.

### C. Ecuaciones del resonador

La respuesta acústica del resonador está representada por la impedancia de entrada. Esta puede ser medida experimentalmente [10] o calculada teóricamente [13], [14]. Para ser usada, la impedancia es descompuesta en modos [15], [10], de manera que el problema continuo en

frecuencia se reduce a una ecuación por cada uno de los  $N$  modos activos de oscilación,

$$Z(\omega) = \frac{P(\omega)}{U(\omega)} = \sum_{n=0}^N \frac{C_n}{j\omega - s_n} + \frac{\bar{C}_n}{j\omega - \bar{s}_n} \quad (8)$$

donde  $C_n$  y  $s_n$  son los residuos y polos complejos de los modos. Los polos se corresponden con los picos de la impedancia y se pueden expresar como  $s_n = -\alpha_n + j\omega_n$ , donde la parte imaginaria  $\omega_n$  se corresponde con la frecuencia del pico de resonancia y  $\alpha > 0$  con su ancho. Los residuos se corresponden con la altura de los picos de resonancia. La formulación modal se traduce al dominio del tiempo mediante la transformada inversa de Fourier, dando la evolución de cada componente modal  $p_k$  como una ecuación diferencial ordinaria de primer orden incluyendo el flujo como término fuente y la presión  $p$  como la suma de esos componentes [16]

$$\dot{p}_k(t) - s_k p_k(t) = C_k u(t), \quad (9)$$

$$p(t) = 2 \sum_{k=1}^{N_m} \text{Re}(p_k(t)) \quad (10)$$

## III. SÍNTESIS EN TIEMPO REAL

El objetivo de este trabajo es poder implementar una integración de las ecuaciones diferenciales (3) (4) y (9) (de esta última una para cada modo del resonador) en tiempo real, para lo cual decidimos utilizar el lenguaje de programación Julia (<https://julialang.org/>) y el paquete `DifferentialEquations.jl` (<https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/>). Julia es un lenguaje de programación reciente diseñado para cómputo de alta performance (comparable con C) y alto nivel (similar a Python). `DifferentialEquations.jl` por su parte cuenta con implementaciones de algoritmos de integración de ecuaciones diferenciales que se encuentran entre los más eficientes, superando a desarrollos similares en Python, Matlab e incluso en C [16].

Desarrollamos un paquete en Julia que de forma general se puede utilizar para sonificar los resultados de ecuaciones diferenciales (esto es enviar los resultados de una o más variables a la placa de audio en tiempo real) y que implementa

el modelo de saxofón descrito en la sección anterior como ejemplo. Este paquete es de código abierto y se encuentra disponible en <https://github.com/meguia/DynSysAudio.jl>. Está basado en un desarrollo (por ahora discontinuado) para la transmisión de datos a la librería de audio PortAudio.jl

(<https://github.com/JuliaAudio/SampledSignals.jl>)

De forma general este paquete permite incorporar un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a la estructura ODESource que se encarga por un lado de integrar de a tramos el sistema mediante el integrador Tsit5 [16] de DifferentialEquations (aunque existen otros métodos disponibles) y por otro de mapear las soluciones obtenidas para dichos tramos y enviarlas a las salidas de audio mediante portaudio.

El modelo de saxofón en DynSysAudio está implementado como una notebook de Pluto, que permite presentar el código en Julia y los resultados computacionales de un modo interactivo, incorporando gráficos y audio en tiempo real.

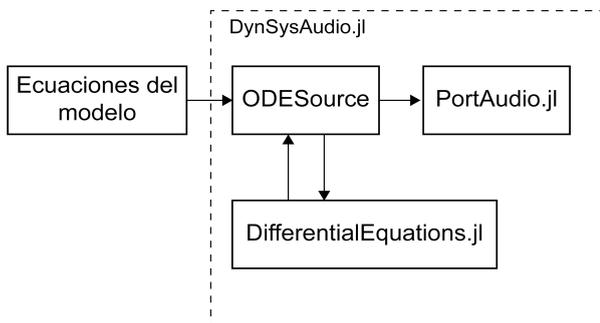


Fig. 2. Esquema del software

La implementación en tiempo real permite explorar el sistema de manera interactiva y reproducir, intuitivamente, comportamientos del instrumento real. Esto es de utilidad para identificar rápidamente valores de parámetros que producen cambios significativos en la dinámica del sistema y acotar el análisis a entornos de valores conocidos.

#### IV. RESULTADOS

Además de funcionar en tiempo real, el paquete permite analizar las soluciones del modelo y estudiar sus posibles bifurcaciones. Esta funcionalidad está incorporada también en la forma de notebooks de Pluto que permiten estudiar los parámetros de forma interactiva.

En lo que sigue se utiliza la curva de impedancia correspondiente a la digitación D# (F# nota real) y se estudian los parámetros  $\gamma$  y  $\zeta$  (presión de soplado y presión en la embocadura respectivamente). En una primera exploración intuitiva se observa que la variación de los parámetros en el modelo produce resultados consistentes con los obtenidos mediante la variación de los mismos parámetros en el saxofón real.

A continuación se muestran tres casos: el primero, más simple, corresponde a la técnica *ordinario*, con presión de soplado y presión en la embocadura constantes, excitando el primer registro. En las envolventes de amplitud correspondientes a cada uno de los modos (Fig. 3) se observa que la oscilación en el segundo modo comienza antes que en los demás, lo cual reproduce el comportamiento del saxofón real.

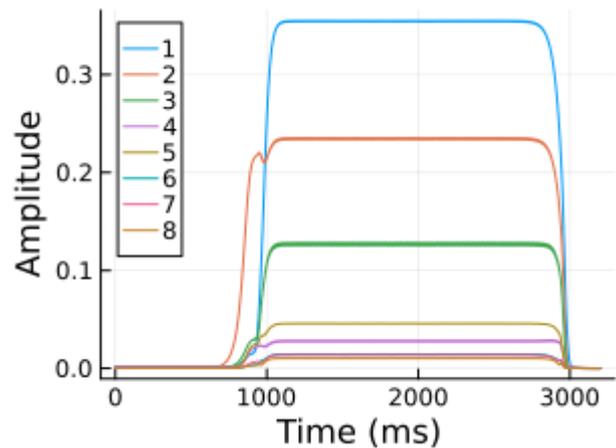


Fig. 3. Envolvente de amplitud de los modos en el caso más simple, con  $\gamma = 0.4$  y  $\zeta = 0.6$ . Se observa que el segundo modo comienza a oscilar antes que los demás.

En el segundo caso, se excita el segundo registro y se disminuye la presión de soplado hasta alcanzar el primer modo. La excitación del segundo registro sin utilizar la llave de octava es posible en el instrumento real, por ejemplo, mediante la técnica de ejecución denominada *bugling*.

En las envolventes de amplitud (Fig. 4) se observa que previamente al cambio de registro se produce una variación de la amplitud (modulación en amplitud) en algunos modos (más notablemente en el primero y el tercero). Esto se atribuye a un cambio cualitativo en la dinámica del sistema (bifurcación de Neimark-Sacker), en el que se desestabiliza el segundo registro y

emerge un régimen cuasiperiódico [10]. Vale notar que este régimen aparece en el cambio del segundo al primer registro, pero no al revés.

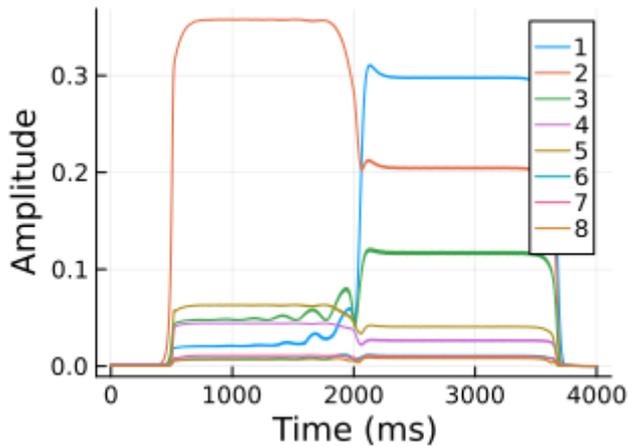


Fig. 4. Pasaje del segundo modo de oscilación al primero, variando  $\gamma$  desde 0.6 hasta 0.4 y  $\zeta = 0.6$ . En la transición se observa un efecto de modulación por la interacción entre modos.

En el tercer caso se muestra en mayor detalle la situación de inestabilidad mencionada en el caso anterior. Partiendo del segundo registro y disminuyendo el valor de  $\gamma$  en menor medida, se puede lograr que la inestabilidad se mantenga por más tiempo, dando lugar a un multifónico. El resultado es un sonido con modulación en amplitud (trémolo). En el gráfico de envolventes (Fig. 5) se observa, además de la variación periódica de amplitud, un crecimiento en la amplitud de los modos 1 y 3 y un decaimiento en la de los modos 2, 4 y 5. Esto se puede observar en la forma de onda del primer modo (Fig. 6)

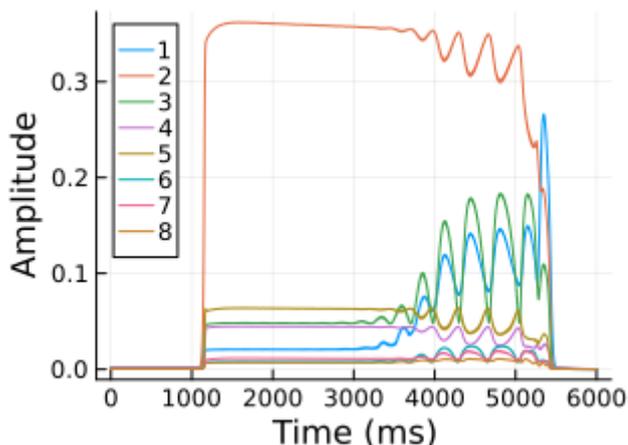


Fig. 5. Envolvente de amplitud de los modos en el multifónico que se produce variando  $\gamma$  desde 0.615 hasta 0.41, con  $\zeta = 0.6$ .

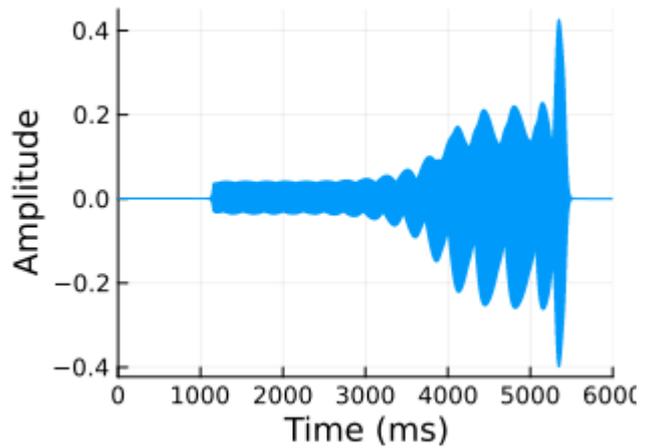


Fig. 6. Forma de onda resultante al variar la presión de soplado  $\gamma$  desde 0.615 hasta 0.41, con  $\zeta = 0.6$ .

## V. CONCLUSIONES

El modelo descrito en la sección II junto con la librería DynSysAudio presentada en la sección III posibilitan la simulación en tiempo real de comportamientos complejos en el saxofón. En los casos estudiados, los resultados producidos por el modelo son consistentes con los obtenidos en el instrumento real. Se mostró que el modelo es capaz de producir multifónicos asociados a la bifurcación de Neimark-Sacker variando la presión de soplado en el tiempo y manteniendo constante la presión en la embocadura.

## REFERENCIAS

- [1] Weiss, M., & Netti, G. (2010). The techniques of saxophone playing (Vol. 37). Bärenreiter
- [2] Veale, P., Mahnkopf, C. S., & Motz, W. (1994). The Techniques of Oboe Playing: Die Spieltechnik Der Oboe La Technique Du Hautbois. Bärenreiter.
- [3] Chen, J. M., Smith, J., & Wolfe, J.: (2009). Saxophone acoustics: introducing a compendium of impedance and sound spectra. *Acoustics Australia*, 37(1-19).
- [4] Scavone, G. P., Lefebvre, A., & da Silva, A. R. (2008). Measurement of vocal tract influence during saxophone performance. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(4), 2391-2400.
- [5] Chen, J. M., Smith, J., & Wolfe, J.: (2011). Saxophonists tune vocal tract resonances in advanced performance techniques. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(1), 415-426.
- [6] Almeida, A., George, D., Smith, J., & Wolfe, J. (2013). The clarinet: How blowing pressure, lip force, lip position and reed "hardness" affect pitch, sound level, and spectrum. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(3), 2247-2255.
- [7] Proscia, M., Ortega Brook, A. (2022). Análisis comparativo de multifónicos en la familia de saxofones. *Cuadernos de Análisis y Debate sobre Músicas Latinoamericanas Contemporáneas*, (5), 28-46.
- [8] Riera, P. E., Proscia, M., & Eguia, M. C. (2014). A comparative study of saxophone multiphonics: musical, psychophysical and spectral analysis. *Journal of New Music Research*, 43(2), 202-213.

- [9] Proscia, M., Riera, P. E., & Eguia, M. C. (2017, June). A Timbral and Musical Performance Analysis of Saxophone Multiphonics Morphings. In Proceedings international symposium on musical acoustics (pp. 9-12).
- [10] Colinot, T., Vergez, C., Guillemain, P., & Doc, J. B. (2021). Multistability of saxophone oscillation regimes and its influence on sound production. *Acta Acustica*, 5, 33.
- [11] Colinot, T., Guillot, L., Vergez, C., Guillemain, P., Doc, J. B., & Cochelin, B. (2019, November 1). Influence of the “Ghost Reed” Simplification on the Bifurcation Diagram of a Saxophone Model. *Acta Acustica United With Acustica*, 105(6), 1291–1294.
- [12] Wilson, T.A., Beavers, G.S. (1974). Operating modes of the clarinet. *The Journal of the Acoustical Society of America* 56, (pp. 653–658).
- [13] Chaigne, A., & Kergomard, J. (2016). *Acoustics of musical instruments* (pp. 844-pages). New York, NY: Springer New York.
- [14] Chabassier, J., Ernoult, A., Geber, O., Humeau, A., Thibault, A., Tournemene, R., & Van Baarsel, T. (2020, December). The virtual workshop OpenWinD: A Python Toolbox assisting wind instrument makers. In e-Forum Acusticum.
- [15] Coyle, W.L., Guillemain, P., Kergomard, J., Dalmont, J.-P. (2015). Predicting playing frequencies for clarinets: A comparison between numerical simulations and simplified analytical formulas. *The Journal of the Acoustical Society of America* 138 2770–2781.
- [16] Colinot, T. (2020). Numerical simulation of woodwind dynamics: investigating nonlinear sound production behavior in saxophone-like instruments (Doctoral dissertation, Aix-Marseille Université (AMU)).
- [16] Rackauckas, C., & Nie, Q. (2017, May 25). DifferentialEquations.jl – A Performant and Feature-Rich Ecosystem for Solving Differential Equations in Julia. *Journal of Open Research Software*, 5(1), 15.