

Recuperatorio

12 de diciembre de 2017

Tema	Ejercicios correspondientes
Sistemas de ecuaciones lineales	1
Aritmética entera y modular	2
Probabilidad	4 y 3
Estructuras algebraicas simples	5
Espacios vectoriales	6 y 7

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

- Resolver con el método de Gauss.
- Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$.
- Determinar si A tiene inversa utilizando el determinante, y en caso de que la tenga, calcular la inversa.
- Si en el punto anterior se determinó que A tiene inversa, calcular nuevamente el resultado, con ayuda de la inversa, si en cambio se determinó que no tiene inversa, calcular el rango de $A \mid B$ y de A y determinar si el sistema tiene solución.

2. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal: $5x \equiv 25 \pmod{10}$.

- Determinar si tiene solución utilizando el teorema visto en clase.
- Si tiene solución, dar el conjunto de soluciones. Si no tiene solución, dar un n tal que $5x \equiv 25 \pmod{n}$ sí tenga solución.

3. Lanzamos un dado 5 veces. Calcular la probabilidad de obtener 6 en todos los lanzamientos.

4. Estamos jugando a un juego en el cual se nos presentan 5 letras diferentes y debemos formar una palabra. Existe sólo una palabra ganadora. Si ordenamos las 5 letras al azar, ¿cuál es la probabilidad de justo formemos la palabra ganadora?

5. Considerar $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{R}, +)$ con $f(n) = 2n$.

- Determinar si f define un homomorfismo de grupos (no olvidar verificar que las estructuras sean efectivamente grupos).
- Determinar $\text{Im}(f)$.
- Determinar $\text{ker}(f)$.
- Determinar si f define un monomorfismo de grupos.
- Determinar si f define un epimorfismo de grupos.
- Determinar si f define un isomorfismo de grupos.

6. Demostrar que los siguientes vectores de \mathcal{M}_2 son LD: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

7. ¿Qué dimensión tiene el espacio $\langle A, B \rangle$ (con A y B del ejercicio 6)? Dar una base de dicho espacio. Dar las coordenadas de A y de B en dicha base.