

Primer Parcial

17 de octubre de 2017

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2x + y + z = 13 \\ 3x + 2y + 2z = 23 \end{cases}$$

- a) Resolver el sistema con el método de resolución directa.
- b) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$. Determinar si el sistema posee única solución, infinitas o ninguna, calculando el rango de A y $A|B$. Justificar.

2. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2x + y + z = 13 \\ 3x + 2y + z = 19 \end{cases}$$

- a) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$.
- b) A través del determinante de A decir si es invertible. Justificar y en base a la respuesta obtenida decir cómo deberían ser los rangos de A y $A|B$ (sin calcularlos).
- c) Resolver el sistema con el método de Gauss.
- d) Si A es invertible calcular nuevamente el resultado utilizando su inversa.

3. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Demostrar que si $a \mid (a + b)$, entonces $a \mid b$.

4. Determine el cociente q y el resto r utilizando el algoritmo de la división: si $a = 50$ y $b = 3$.

5. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal:

$$10x \equiv 11 \pmod{3}$$

- a) Determinar si tiene solución utilizando el teorema visto en clase.
- b) En caso afirmativo, dar el conjunto de soluciones.

6. Se debe elegir un representante alumno de cada una de las cuatro carreras que integran un departamento de la universidad, para el consejo departamental. Se decide elegirlos al azar entre los candidatos.

La carrera de Tecnicatura en Programación Informática tiene 10 candidatos, entre ellos, Juan.

La carrera de Biotecnología tiene 5 candidatos, entre ellos, Susana.

La carrera de Licenciatura en Informática tiene sólo 1 candidato: Pedro.

La carrera de Biología tiene 3 candidatos, entre ellos, Graciela.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan, Susana, Pedro y Graciela salgan elegidos?
- b) Supongamos que Juan también es candidato por la carrera de Biología (porque estudia ambas carreras), pero sólo puede representar a una. ¿Cuál es la probabilidad ahora de que Juan, Susana, Pedro y Graciela salgan elegidos?