

## Examen Integrador Febrero 2016

Nombre y apellido:

### Aprobación

Se debe contar con un puntaje positivo en todos los ejercicios para tener aprobado el examen.

### Consigna:

En los ejercicios de opciones múltiples, seleccionar tantas respuestas válidas como se quiera. Los puntajes serán asignados como se indica en la siguiente tabla.

Respuesta válida seleccionada:	2 puntos
Respuesta válida no seleccionada:	-1 puntos
Respuesta inválida seleccionada:	-2 puntos

**Salvedad: Respuestas contradictorias dan  $-4$  al ejercicio completo**

El resto de los ejercicios tiene escrito su puntaje.

Dato: el máximo posible es 40 puntos (que corresponde a un 10).

### Ejercicios:

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = -2 \\ x + y + z = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

- ☐ Una solución al sistema es  $(1, 2, -2)$ .
- ☐ El sistema no tiene solución.
- ☐ Escribiendo el sistema en la forma matricial  $AX = B$ , se tiene:

$$\text{rang}(A) = \text{rang}(A|B) = 3$$

2. Considerar el sistema lineal  $AX = B$  con:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- ☐  $A$  es invertible.
- ☐  $|A| = 1$
- ☐  $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- ☐  $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. (6 puntos) Sea  $a \in \mathbb{Z}^+$ . Demostrar que

$$[(a \mid 25) \wedge (a \mid 6)] \Rightarrow [(a = 1)]$$

4. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal:

$$5x \equiv 3 \pmod{7}$$

- ☐ Toda solución es múltiplo de 7.
- ☐ El conjunto solución es  $\{7k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- ☐ El conjunto solución es  $\{7k + 2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

5. Sea  $Z_2$  el conjunto de clases de equivalencia módulo 2, es decir  $Z_2 = \{[0], [1]\}$ . Considerar los monoides  $(Z_2, +)$  y  $(Z_2, \times)$ , y la función

$$f([x]) = [x] + [1]$$

- ☐ La función  $f$  es un homomorfismo de monoides.
- ☐ La función  $f$  preserva el inverso.
- ☐ La función  $f$  preserva el neutro.

6. Sea  $(G, \odot)$  un grupo y  $a^2 = a \odot a$ .

- ☐ La solución a la ecuación  $a \odot x = a$  es el neutro del grupo.
- ☐ La ecuación  $x^2 = x$  tiene solución sólo si  $x$  es el neutro del grupo.
- ☐ Toda ecuación dentro del grupo tiene solución y es única.

7. Sea  $S \subseteq \mathbb{R}^2$  el conjunto  $\{(3, 3), (0, 4), (5, 0)\}$ .

- ☐  $\dim\langle S \rangle = 1$ .
- ☐  $\dim\langle S \rangle = 2$ .
- ☐  $\dim\langle S \rangle = 3$ .
- ☐  $S$  es un conjunto de vectores linealmente dependientes.
- ☐  $S$  es base de  $\mathbb{R}^2$ .
- ☐ Las coordenadas del vector  $(11, 10)$  en la base  $S$  son  $(2, 1, 1)$ .

8. Se posee una bolsa con bolitas rojas y negras. Cada bolita tiene la misma probabilidad de ser obtenida. Una roja vale 2 puntos, y una negra no posee puntos. Se suman los puntos de cada bolita obtenida, y nos interesa saber el puntaje total luego de sacar tres (con reposición).

- ☐ La cantidad de elementos del espacio muestral equiprobable es 8.
- ☐ La probabilidad de obtener 2 puntos es la misma que la de obtener 4.
- ☐ La probabilidad de obtener 6 es  $1/8$ .
- ☐ La probabilidad de obtener 3 puntos es 0.
- ☐ La probabilidad de obtener un puntaje mayor a cero es  $7/8$ .