

Examen Integrador Diciembre 2015

Nombre y apellido:

Consigna:

En los ejercicios de opciones múltiples, seleccionar tantas respuestas válidas como se quiera. Los puntajes serán asignados como se indica en la siguiente tabla.

Respuesta válida seleccionada:	4 puntos
Respuesta válida no seleccionada:	-1 puntos
Respuesta inválida seleccionada:	-2 puntos

Salvedad: Respuestas contradictorias dan -4 al ejercicio completo

El resto de los ejercicios tiene escrito su puntaje.

Dato: el máximo posible es 46 puntos (que corresponde a un 10).

Ejercicios:

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = 18 \\ x + y + z = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

- ☐ La solución al sistema es $(-2, 4, 1)$.
- ☐ El sistema tiene múltiples soluciones.
- ☐ Escribiendo el sistema en la forma matricial $AX = B$, se tiene:

$$\text{rang}(A) = \text{rang}(A|B) = 2$$

2. Considerar el sistema lineal $AX = B$ con:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- ☐ A es invertible.
- ☐ $(5, -2, -1)$ es una solución válida.
- ☐ $\text{rang}(A) = \text{rang}(A|B)$.
- ☐ $(1, 2, 1)$ es una solución válida.

3. (6 puntos) Sean $a, b, x \in \mathbb{Z}^+$. Demostrar que

$$[(b \mid a) \wedge (b \mid (a + 2))] \Rightarrow [(b = 1) \vee (b = 2)]$$

4. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal:

$$6x \equiv 18 \pmod{3}$$

- ☐ La ecuación no tiene solución.
- ☐ La única solución de la ecuación es $x = 1$.
- ☐ Todo $x \in \mathbb{N}$ es solución a la ecuación.

5. Sea M_2 el conjunto de las matrices cuadrados de tamaño 2×2 . Considerar los grupos $(M_2, +)$ y (\mathbb{R}_*^2, \times) , y la función

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a \times b, c \times d)$$

- ☐ La función f es un homomorfismo de grupos.
- ☐ La función f preserva el neutro.
- ☐ La función f preserva el inverso.

6. Sea (G, \odot) un grupo.

- ☐ Si el grupo no es abeliano, la ecuación $a \odot x = b \odot x$ no tiene solución.
- ☐ Asumiendo que el grupo sea abeliano, la ecuación $a \odot x = x$ tiene solución sólo si a es el neutro del grupo.
- ☐ Si el grupo es abeliano, la operación \odot es conmutativa.

7. Sea $S \subseteq \mathbb{R}^2$ el conjunto $\{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$.

- ☐ $\dim\langle S \rangle = 3$.
- ☐ S es una base de \mathbb{R}^2 .
- ☐ S es un conjunto de vectores linealmente dependientes.
- ☐ $\langle S \rangle$ con la suma y producto por escalar de los reales forma un espacio vectorial sobre \mathbb{R} .
- ☐ Las coordenadas del vector $(1, 0)$ en la base S son $(-1, -1, 1)$.

8. Se lanza una moneda dos veces. Si sale cara, se gana 3 puntos y si sale seca/cruz, se resta 1 punto. Nos interesa el puntaje total al final de los dos lanzamientos.

- ☐ El espacio muestral equiprobable es $\Omega = \{-2, 2, 6\}$.
- ☐ La probabilidad de obtener 2 es la misma que la de obtener -2 .
- ☐ La probabilidad de obtener 6 es la misma que la de obtener -2 .
- ☐ La probabilidad de obtener -2 es $1/4$.