

Primer Parcial

Nombre y apellido:

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = 18 \\ x + 2y + z = 3 \\ 4z = 12 \end{cases}$$

- a) Resolver el sistema con el método de resolución directa.
- b) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$. Determinar si el sistema posee única solución, infinitas o ninguna, calculando el rango de A y $A|B$. Justificar.

2. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 4 \\ x + y - z = 6 \end{cases}$$

- a) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$.
- b) A través de la determinante de A decir si es invertible. En base a la respuesta obtenida decir cómo deberían ser los rangos de A y $A|B$ (sin calcularlos).
- c) Resolver el sistema con el método de Gauss-Jordan.
- d) Si A es invertible calcular nuevamente el resultado utilizando su inversa.

3. Sean $a, b, x \in \mathbb{Z}^+$, con $b > 1$ y x primo. Demostrar que

$$[(b \mid a) \wedge (b \mid (a + x))] \Rightarrow [b = x]$$

4. Determine el cociente q y el resto r para cada caso utilizando el algoritmo de la división:

a) $a = 41, b = 13$.

b) $a = -47, b = 20$.

5. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal:

$$9x \equiv 12 \pmod{15}$$

- a) Determinar si tiene solución. Justificar.
- b) Encontrar las soluciones.